# Circuitos Elétricos I E - Aula 01

## Conceitos Preliminares

**Prof. Iury Bessa**

Universidade Federal do amazonas
Departamento de Eletricidade

# Análise, Linearidade e Invariância no tempo

# Análise, Linearidade e Invariância no tempo

- O que é um problema de análise?


- O que é um problema de análise?


- Qual a natureza das relações entrada-saída?

# Análise, Linearidade e Invariância no tempo

- **O que é um problema de análise?**
  No problema de análise de sistemas têm-se como dados o modelo do sistema $\mathcal{M}$, a entrada $u(t)$ e os estados iniciais $x(0)$, e deseja-se determinar estados e saídas do sistema ($x(t)$ e $y(t)$).
- **O que é um problema de análise?**

- **Qual a natureza das relações entrada-saída?**

# Análise, Linearidade e Invariância no tempo

- **O que é um problema de análise?**
  No problema de análise de sistemas têm-se como dados o modelo do sistema $\mathcal{M}$, a entrada $u(t)$ e os estados iniciais $x(0)$, e deseja-se determinar estados e saídas do sistema ($x(t)$ e $y(t)$).
- **O que é um problema de análise?**
  No problema de síntese de sistemas têm-se como dados o comportamento desejado do sistema ($x(t)$ e $y(t)$), a entrada $u(t)$ e os estados iniciais $x(0)$ e deseja-se projetar um modelo de sistema $\mathcal{M}$ que permita essa relação I/O.
- **Qual a natureza das relações entrada-saída?**

# Análise, Linearidade e Invariância no tempo

- **O que é um problema de análise?**
  No problema de análise de sistemas têm-se como dados o modelo do sistema $\mathcal{M}$, a entrada $u(t)$ e os estados iniciais $x(0)$, e deseja-se determinar estados e saídas do sistema ($x(t)$ e $y(t)$).
- **O que é um problema de análise?**
  No problema de síntese de sistemas têm-se como dados o comportamento desejado do sistema ($x(t)$ e $y(t)$), a entrada $u(t)$ e os estados iniciais $x(0)$ e deseja-se projetar um modelo de sistema $\mathcal{M}$ que permita essa relação I/O.
- **Qual a natureza das relações entrada-saída?**
  A relação entrada-saída é uma relação de causa e efeito (**causalidade**)!

# Algumas propriedades dos sistemas estudados em Circuitos Elétricos I E

# Algumas propriedades dos sistemas estudados em Circuitos Elétricos I E

- Linearidade
  - Homgeneidade
  - Aditividade
-
-

# Algumas propriedades dos sistemas estudados em Circuitos Elétricos I E

- Linearidade
  - Homgeneidade
  - Aditividade
- Causalidade
-

# Algumas propriedades dos sistemas estudados em Circuitos Elétricos I E

- Linearidade
  - Homgeneidade
  - Aditividade
- Causalidade
- Invariância no tempo

# Algumas propriedades dos sistemas estudados em Circuitos Elétricos I E

- **Exercício 1** Verifique se os seguintes sistemas são lineares ou não-lineares e variantes ou invariantes no tempo:

**(a)** $y = x^2$.
**(b)** $y = t\frac{dx}{dt}$.
**(c)** $y = x\frac{dx}{dt}$

# Circuitos Concentrados e o Comprimento de Onda

# Circuitos Concentrados e o Comprimento de Onda

A teoria de redes elétricas para circuitos concentrados só poderá ser aplicado para circuitos cuja maior dimensão ($d_m$) seja muito menor que um quarto do comprimento de onda, no vácuo, da onda eletromagnética de maior frequência a ser considerada no circuito ($d_m << \frac{\lambda_m}{4}$).

# Circuitos Concentrados e o Comprimento de Onda

- **Exercício 2** Verifique a aplicação da teoria de redes elétricas para circuitos concentrados nas situações abaixo:

  **(a)** Uma rede de distribuição de energia elétrica que pode ser inscrita em um círculo de 10 Km de raio, operando em 60 Hz, mas que pode estar submetida a até harmônicos de 11ª ordem.

  **(b)** Um receptor de frequência modulada de 50 cm, operando em frequências em torno de 100 MHz.

# Grandezas Elétricas Fundamentais: carga elétrica e corrente

# Grandezas Elétricas Fundamentais: carga elétrica e corrente

- Considerando o conceito primitivo de carga elétrica e que a menor quantidade de carga elétrica que se pode isolar é igual a carga de um elétron ($\approx 10^{-19}$ C).
-
-

# Grandezas Elétricas Fundamentais: carga elétrica e corrente

- Considerando o conceito primitivo de carga elétrica e que a menor quantidade de carga elétrica que se pode isolar é igual a carga de um elétron ($\approx 10^{-19}$ C).
- Define-se uma superfície orientada (ex.: seção transversal do fio) e conta-se as cargas elétricas positivas que atravessam essa superfície desde um instante inicial $t_0$ até o intante $t$. Indica-se isso como a carga elétrica total $q(t)$ que passa pela superfície.
-

# Grandezas Elétricas Fundamentais: carga elétrica e corrente

- Considerando o conceito primitivo de carga elétrica e que a menor quantidade de carga elétrica que se pode isolar é igual a carga de um elétron ($\approx 10^{-19}$ C).
- Define-se uma superfície orientada (ex.: seção transversal do fio) e conta-se as cargas elétricas positivas que atravessam essa superfície desde um instante inicial $t_0$ até o intante $t$. Indica-se isso como a carga elétrica total $q(t)$ que passa pela superfície.
- Em um intervalo de tempo $\Delta t$ define-se a corrente média por:

$$i_m(t) = \frac{\Delta q(t)}{\Delta t} \tag{1}$$

## Grandezas Elétricas Fundamentais: carga elétrica e corrente

- Com $\Delta t \to 0$ define-se a corrente instantânea por:

$$i(t) = \frac{d}{dt}q(t) \tag{1}$$

# Grandezas Elétricas Fundamentais: carga elétrica e corrente

- Com $\Delta t \rightarrow 0$ define-se a corrente instantânea por:

$$i(t) = \frac{d}{dt} q(t) \tag{1}$$

- As correntes elétricas podem ser classificadas de acordo com suas funções de excitação:
  - Contínuas
  - Alternadas
  - Pulsadas
  - Definidas por funções de excitações arbitrárias

# Grandezas Elétricas Fundamentais: bipolos elétricos, tensão e potência

## Grandezas Elétricas Fundamentais: bipolos elétricos, tensão e potência

Um bipolo elétrico é defino como um dispositivo elétrico com dois terminais acessíveis, através do qual circula uma corrente única. A circulação de cargas elétricas é usualmente associado à absorção ou à geração de energia $w(t)$. A tensão elétrica $(e(t))$ é definida, portanto, como a diferença de potencial entre esses terminais.

# Grandezas Elétricas Fundamentais: bipolos elétricos, tensão e potência

- A energia absorvida por um bipolo, quando uma quantidade diferencial de carga $dq$ se move através do elemento, é:

$$dw = e(t)dq \tag{2}$$

# Grandezas Elétricas Fundamentais: bipolos elétricos, tensão e potência

- A energia absorvida por um bipolo, quando uma quantidade diferencial de carga $dq$ se move através do elemento, é:

$$dw = e(t)dq \tag{2}$$

- Desta forma, a tensão $e(t)$ é:

$$e(t) = \frac{dw}{dt} \tag{3}$$

## Grandezas Elétricas Fundamentais: bipolos elétricos, tensão e potência

- A energia absorvida por um bipolo, quando uma quantidade diferencial de carga $dq$ se move através do elemento, é:

$$dw = e(t)dq \tag{2}$$

- Desta forma, a tensão $e(t)$ é:

$$e(t) = \frac{dw}{dt} \tag{3}$$

- Com $\Delta t \rightarrow 0$ define-se a corrente instantânea por:

$$i(t) = \frac{d}{dt}q(t) \tag{4}$$

# Grandezas Elétricas Fundamentais: bipolos elétricos, tensão e potência

- Ou ainda:

$$dw = e(t)i(t)dt \tag{2}$$

## Grandezas Elétricas Fundamentais: bipolos elétricos, tensão e potência

- Ou ainda:

$$dw = e(t)i(t)dt \tag{2}$$

- Então, a potência absorvida é:

$$p(t) = \frac{dw}{dt} = e(t)i(t) \tag{3}$$

# Grandezas Elétricas Fundamentais: bipolos elétricos, tensão e potência

- Ou ainda:

$$dw = e(t)i(t)dt \tag{2}$$

- Então, a potência absorvida é:

$$p(t) = \frac{dw}{dt} = e(t)i(t) \tag{3}$$

- A energia líquida total absorvida pelo elemento entre $t_1$ e $t_2$ é:

$$w(t) = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} e(t)i(t)dt \tag{4}$$

# Sentidos de Referência

# Sentidos de Referência

- O produto $v(t)i(t)$ indicará se ocorre absorção ou fornecimento de potência elétrica pelo elemento de circuito.

# Sentidos de Referência

- O produto $v(t)i(t)$ indicará se ocorre absorção ou fornecimento de potência elétrica pelo elemento de circuito.
- **Convenção do Gerador**:
  - $v(t)i(t) > 0 \rightarrow$ bipolo fornece potência
  - $v(t)i(t) < 0 \rightarrow$ bipolo absorve potência
- **Convenção do Receptor**:
  - $v(t)i(t) < 0 \rightarrow$ bipolo fornece potência
  - $v(t)i(t) > 0 \rightarrow$ bipolo absorve potência

# Elementos de circuito

- **Elementos Passivos**:
- **Elementos Ativos**:

# Elementos de circuito

- **Elementos Passivos**:
  - Resistência (Condutância)

$$e(t) = Ri(t) \tag{5}$$

  - Capacitância (Elastância)

$$i(t) = C\frac{d}{dt}e(t) \tag{6}$$

  - Indutância (Indutância inversa)

$$e(t) = L\frac{d}{dt}i(t) \tag{7}$$

  - Curto-circuito
  - Circuito aberto
- **Elementos Ativos**:

# Elementos de circuito

- **Elementos Passivos**:
- **Elementos Ativos**:
  - Fontes de corrente e de tensão
  - Fontes independentes
  - Fontes controladas:
    - FVCV ($\mu$)
    - FVCI ($r_m$)
    - FICV ($g_m$)
    - FICI ($\beta$)

# Funções Singulares

- 

# Funções Singulares

- Funções singulares são aquelas relacionadas pela seguinte propriedade:

$$\begin{gathered} U_{n-1}(t) = \int_{-\infty}^{t} U_n(\lambda) d\lambda \\ U_{n+1} = \frac{d}{dt} U_n(t) \end{gathered} \tag{5}$$

## Funções Singulares

- Funções singulares são aquelas relacionadas pela seguinte propriedade:

$$\begin{array}{c} U_{n-1}(t) = \int_{-\infty}^{t} U_n(\lambda) d\lambda \\ U_{n+1} = \frac{d}{dt} U_n(t) \end{array} \tag{5}$$

- Função degrau

$$U_{-1}(t-a) = \begin{cases} 0, & \text{para} \quad t < a \\ 1, & \text{para} \quad t \geq a \end{cases} \tag{6}$$

# Funções Singulares

- Funções singulares são aquelas relacionadas pela seguinte propriedade:

$$\begin{aligned} U_{n-1}(t) = \int_{-\infty}^{t} U_n(\lambda) d\lambda \\ U_{n+1} = \frac{d}{dt} U_n(t) \end{aligned} \tag{5}$$

- Função degrau

$$U_{-1}(t-a) = \begin{cases} 0, & \text{para} \quad t < a \\ 1, & \text{para} \quad t \geq a \end{cases} \tag{6}$$

- Função rampa

$$U_{-2}(t-a) = \begin{cases} t, & \text{para} \quad t < a \\ 0, & \text{para} \quad t \geq a \end{cases} \tag{7}$$

## Funções Singulares

- Função impulso
  - Pela definição de funções singulares:

$$U_0 = \frac{d}{dt} U_{-1}(t) \tag{5}$$

  - O impulso, portanto, deve atender a duas propriedades:

$$U_0(t-a) = \delta(t-a) = 0, \forall t \neq a \tag{6}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} U_0(t-a) = \int_{a-\Delta t}^{a+\Delta t} U_0(t-a) = 1, \forall \Delta t > 0 \tag{7}$$

# Funções de Excitação

- Excitação contínua
- Excitação em degrau
- Excitação impulsiva
- Excitação exponencial
- Excitação cossenoidal

# Funções de Excitação

- Excitação contínua

$$e_s(t) = E \tag{8}$$

- Excitação em degrau
- Excitação impulsiva
- Excitação exponencial
- Excitação cossenoidal

# Funções de Excitação

- Excitação contínua
- Excitação em degrau

$$e_s(t) = EU_{-1}(t - \tau) \tag{8}$$

- Excitação impulsiva
- Excitação exponencial
- Excitação cossenoidal

# Funções de Excitação

- Excitação contínua
- Excitação em degrau
- Excitação impulsiva

$$e_s(t) = EU_0(t - \tau) \tag{8}$$

- Excitação exponencial
- Excitação cossenoidal

# Funções de Excitação

- Excitação contínua
- Excitação em degrau
- Excitação impulsiva
- Excitação exponencial

$$e_s(t) = Ee^{st} \tag{8}$$

  onde $s = \sigma + j\omega$, sendo $\sigma$ a frequência neperiana de decaimento, e $\omega$ a frequência angular de oscilação
- Excitação cossenoidal

# Funções de Excitação

- Excitação contínua
- Excitação em degrau
- Excitação impulsiva
- Excitação exponencial
- Excitação cossenoidal

$$e_s(t) = E_m \cos(\omega t + \theta) \tag{8}$$

onde $E_m$ é a amplitude ou valor máximo, $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ é a frequência angular, $f$ é a frequência, $T$ é o período $\theta$ é a defasagem

# Conceito de Fasor

- Considere a excitação cossenoidal abaixo:

$$e_s(t) = E_m \cos(\omega t + \theta) \tag{9}$$

- Representando a cossenoide como uma exponencial complexa:

$$e_s(t) = \frac{1}{2} E_m e^{j\theta} e^{j\omega t} + \frac{1}{2} E_m e^{-j\theta} e^{-j\omega t} \tag{10}$$

- Define-se o fasor representativo da cossenoide acima

$$\mathbf{E} = E_m e^{j\theta} \tag{11}$$

- Note que a cosseinoide se relaciona com o fasor por meio da transformada fasorial

$$e_s(t) = \mathrm{Re}(\mathbf{E} e^{jwt}) \tag{12}$$

# Relações fasoriais em bipolos ideais

- Considere que uma tensão $e(t)$ é aplicada a um resistor ideal de resistência $R$

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \theta) \tag{13}$$

- A corrente que circulará nesse resistor é:

$$i(t) = \frac{E_m}{R} \cos(\omega t + \theta) \tag{14}$$

- Note que a razão $Z$ entre o fasor de tensão e corrente nessa resistência é

$$Z = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = R \tag{15}$$

# Relações fasoriais em bipolos ideais

- Considere que uma tensão $e(t)$ é aplicada a um resistor ideal de resistência $R$

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \theta) \tag{13}$$

- A corrente que circulará nesse resistor é:

$$i(t) = \frac{E_m}{R} \cos(\omega t + \theta) \tag{14}$$

- Note que a razão $Z$ entre o fasor de tensão e corrente nessa resistência é

$$Z = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = R \tag{15}$$

- **Confira também para capacitor e indutor**

# Relações fasoriais em bipolos ideais

- Considere que uma tensão $e(t)$ é aplicada a um resistor ideal de resistência $R$

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \theta) \tag{13}$$

- A corrente que circulará nesse resistor é:

$$i(t) = \frac{E_m}{R} \cos(\omega t + \theta) \tag{14}$$

- Note que a razão $Z$ entre o fasor de tensão e corrente nessa resistência é

$$Z = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = R \tag{15}$$

- **O nome dessa razão complexa $Z$ é impedância, sua parte real se chama resistência e sua parte imaginária se chama reatância**