Poder Executivo
Ministério da Educação
Universidade Federal do Amazonas
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Eletricidade

Aluno: _____ **Data:** _____

Matrícula: _____ **Curso:** _____

Lista de Exercícios de Sistema de Controle

Questão 1

Considere o sistema mecânico da Figura 1, onde r_1 e r_2 são posições em que as molas estão relaxadas, Δ_1 e Δ_2 são deslocamentos devido à força gravitacional, x_1 e x_2 são deslocamentos devido a força proveniente de um atuador pneumático $F_1(t)$. O contato entre as massas m_1 e m_2 é modelado através de uma mola de elasticidade não-linear (NLS), cuja força tem intensidade aproximada por:

$$F_{NLS} = c \cdot |z_2 - z_1|(z_2 - z_1),$$

onde z_2 e z_1 são os deslocamentos das duas massas em relação as posições de relaxamento das molas. A massa m_1 tem seu contato com o solo modelado por um amortecimento linear cujo coeficiente de viscosidade é b_1 e por uma elasticidade linear cuja coeficiente de elasticidade é k_1. O sistema apresenta um sensor capaz de medir a posição da massa m_1.

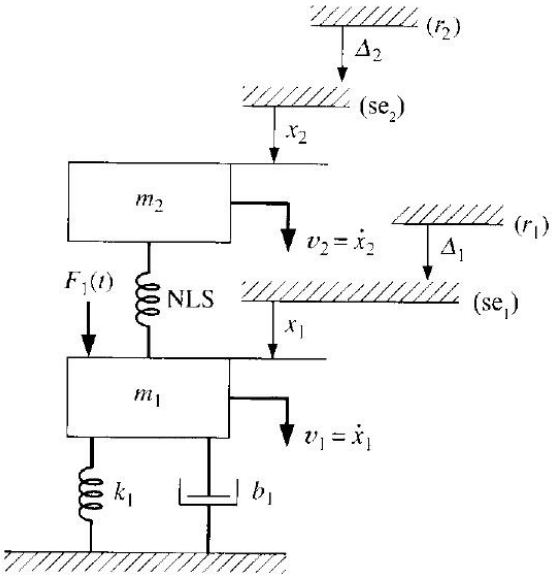

Figura 1: Sistema mecânico.

(a) *Obtenha um modelo para o sistema mecânico da Figura 1.*

(b) *Encontre o ponto de equilíbrio para o sistema considerando a força constante $F_1(t) = \bar{F}$.*

(c) *Encontre um modelo linear em torno do ponto de equilíbrio encontrado.*

(d) *O sistema é controlável? E observável?*

(e) *Considere* $k_1 = 40N/m$, $c = 30N/m$, $g = 9.8m/s^2$, $m_1 = 4kg$, $m_2 = 5kg$,$\bar{F} = 100N$, *e* $b_1 = 15kg/s$. *Encontre uma lei de controle* $\Delta F(t)$ *que seja capaz de regular a posição da massa* m_2 *segundo um sinal de referência* $\lambda(t)$ *de tal forma que a máxima ultrapassagem percentual esteja entre* 5% *e* 10% *e tempo de acomodação menor que 6 segundos.*

Questão 2

Um modelo de helicóptero consiste de uma haste de comprimento L, massa M_b e momento de inércia J_b acoplada a um pivô que permite que o helicóptero gire nos planos horizontal e vertical (o coeficiente de atrito viscoso é b), devido a ação de dois motores DC's com hélices, um dos quais está a $\frac{3L}{5}$ de distâcia do pivô e é utilizado para o controle do ângulo de elevação (vertical) e outro está a $\frac{2L}{5}$ de distância do pivô e é utilizado no controle do ângulo azimutal (horizontal). Ambos os conjuntos motor+hélice apresentam massa M_p. A Figura 2 mostra o modelo de helicóptero e indica o sentid positivo dos ângulos. O objetivo é controlar os motores de tal forma que a haste rastreie uma referência especificada. Considerando apenas o movimento no plano vertical cujo ângulo de elevação α é controlado por uma entrada de controle u, faça o que se pede:

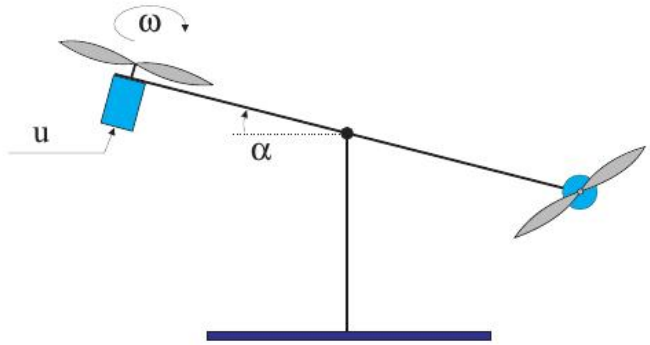

Figura 2: Modelo de helicóptero.

(a) *Admita que o modelo dos motores pode ser simplificado por* $\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{\tau s+1}$ *e que o empuxo gerado pela hélice é dado por* $E(t) = K_p\omega(t)$. *Escreva uma equação que descreva o movimento vertical* α.

(b) *Determine em que situações e pontos de operações o sistema é assintóticamente estável.*

(c) *Encontre o valor de u para que o sistema tenha um ponto de equilíbrio em* $\alpha = 0$.

(d) *Considere* $b = 1,5N \cdot s/m$, $M_b = 3kg$, $J_b = 0.002kg \cdot m^2$, $L = 1m$, $M_p = 0,2kg$, $\tau = 0.01s$, $K_m = 1200rad/(s \cdot V)$, *e* $K_p = 10N \cdot s/rad$. *Projete um controlador para que o helicóptero apresente erro zero a uma referência em degrau de ângulos de elevação em torno de* $\alpha = \frac{\pi}{36}rad$ *e máxima ultrapassagem inferior a* 15%.

Questão 3

A Figura 3 mostra o traçado do Lugar Geométrico das Raízes de um sistema.

(a) *Determine a margem de fase e a margem de ganho desse sistema.*

(b) *Esboçe o diagrama de Nyquist desse sistema.*

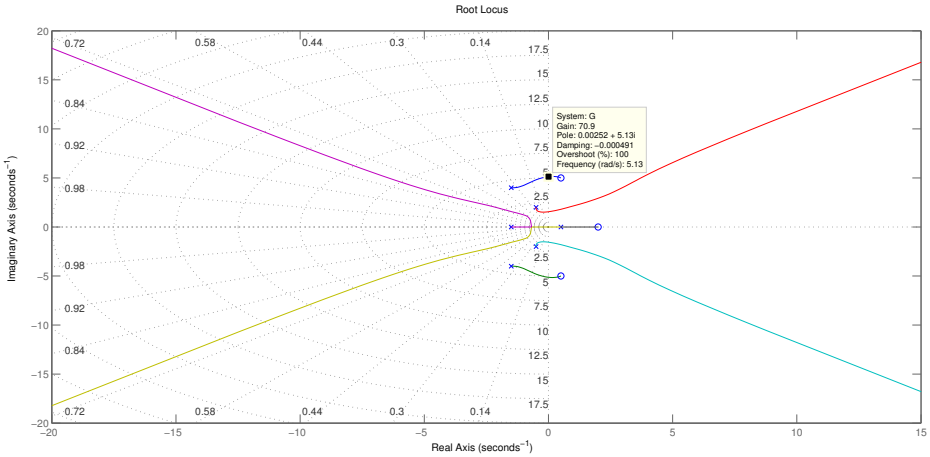

Figura 3: *Root Locus* de um Sistema MIMO LIT.

(c) *Considere que uma estratégia de controle por realimentação de saída seja implementada para esse sistema onde um simples ganho proporcional K é empregado em cascata. Para quais valores de K o sistema é estável.*