

## Algoritmos para Automação e Sistemas

### Segunda Lista de Exercícios

1) Resolva as seguintes recorrências:

$$a) T(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n=1; \\ T(n-1) + 2n/3 & \text{se } n > 1; \end{cases}$$

$$b) T(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n=0; \\ 2T(n-1) + 1 & \text{se } n > 0; \end{cases}$$

$$c) T(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n=1; \\ 2T(n/2) + n - 1 & \text{se } n > 1; \end{cases}$$

$$d) T(n) = \begin{cases} 2T(n^{0.25}) + 1 & n > 1 \\ 1 & n = 1 \end{cases}$$

2) Determine a complexidade de tempo para os seguintes algoritmos:

```
a)      PROCEDURE Ordena(VAR A: ARRAY[1..n] OF integer;
      VAR i, j, Temp: integer;
      BEGIN
          FOR i:= 1 TO n-1 DO
              FOR j := n DOWNTO i+1 DO
                  IF a[j-1] > A[j]
                      THEN BEGIN
                          Temp := A[j-1]; A[j-1] := A[j]; A[j] := Temp;
                      END;
          END;
```

```
b)      PROCEDURE FazAlgo ( n : integer);
      VAR i, j, k : integer;
      BEGIN
          FOR i := 1 TO n - 1 DO
              FOR j := i + 1 TO i+1000 DO
                  FOR k := 1 TO j DO
                      { Algum comando de custo O(1) }
          END;
```

3) Proponha um algoritmo para calcular o determinante de uma Matriz  $n \times n$  usando a abordagem de divisão e conquista. Apresente a análise de complexidade do seu algoritmo.

4) Seja uma lista de  $n$  inteiros, elabore um algoritmo recursivo usando a abordagem de *Divisão e Conquista* para calcular a **mediana** (dessa lista) a qual é definida como sendo o

elemento que é maior ou igual a  $\lfloor n/2 \rfloor$  elementos e menor ou igual a  $\lceil n/2 \rceil$  elementos restantes. Por exemplo, a mediana da lista (16, 12, 99, 95, 18, 87, 100) é 18. Apresente a análise de complexidade do seu algoritmo.

5) Generalize o algoritmo acima para calcular o  $K$ -ésimo menor inteiro de uma lista.

6) Forneça limites assintóticos restritos para as recorrências dos seguintes filtros digitais:

a)  $y(n) = 0.5y(n-1) + x(n)$

b)  $y(n) = 0.875y(n-1) - 0.125y(n-2) + x(n)$

c)  $y(n) = 0.2412109375y(n-1) - 0.5253906250y(n-2) + 0.2373046875x(n) - 0.2373046875x(n-1)$

d)  $y(n) = 0.578125y(n-1) - 1.703125y(n-2) + 0.484375y(n-3) - 0.703125y(n-4) + 0.015625x(n) - 0.046875x(n-2) + 0.015625x(n-4)$

7) Generalize o limite assintótico para um filtro digital de ordem  $k$ :  $y(n) = -a_1y(n-1) - a_2y(n-2) - \dots - a_ky(n-k) + i_1x(n) + i_2x(n-1) + \dots + i_kx(n-k)$

8) Utilize as técnicas de indução, perturbação e integrais para resolver os seguintes somatórios:

a)  $\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

b)  $\sum_{i=1}^n i^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$

c)  $\sum_{i=1}^n a = \underbrace{(a + a + a + \dots + a)}_{n \text{ vezes}} = na$

d)  $\sum_{k=1}^n ak = a + 2a + 3a + \dots + na = a \sum_{k=1}^n k$

e)  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{a^i} = \frac{a^n - 1}{a^{n+1} - a^n}$

**Data de entrega: 26 de maio de 2015 (terça-feira).**

**Após esta data será descontado 2 pontos por dia de atraso.**

**A lista de exercícios deve ser resolvida e entregue individualmente.**

19/05/2015