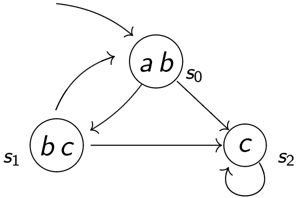
Verificação de Modelos
(Model Checking)

Estes slides são baseados nas notas de aula da Profa. Corina Cîrstea

Agenda

Caminhos de Computação versus Árvores de Computação

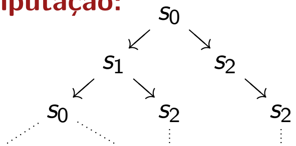
- Estrutura Kripke:



- suposição adicional: cada estado tem no mínimo um sucessor
  $\Rightarrow$ processos infinitos !
- alguns **caminhos de computação:**

$$s_0 \to s_1 \to s_0 \to s_1 \to \dots$$
$$s_0 \to s_1 \to s_2 \to s_2 \to \dots$$
$$s_0 \to s_2 \to s_2 \to \dots$$

- **árvore de computação:**



Lógicas de Tempo Linear versus Tempo de Ramificação (Branching Time)

- modelos de tempo:
  1. tempo linear: conjunto de todos os caminhos de computação
  2. tempo de ramificação: árvore de computação

- lógicas temporais:
  1. lógicas de tempo linear:
     - fórmulas avaliadas em caminhos de computação (estrutura de ramificação é abstraída)
     - e.g. "para todos os caminhos, p detém *em algum ponto* ao longo do caminho"
  2. lógicas de tempo de ramificação:
     - fórmulas avaliadas em árvores de computação
     - e.g. "*sempre que* p ocorre, é possível alcançar um estado onde q ocorre"

Exclusão Mútua: Propriedades de Corretude Revisadas

- **exclusão mútua**: no máximo um processo na região crítica *a qualquer momento* (i.e. *em todos os estados alcançáveis*)
- **starvation freedom**: *sempre que* um processo tenta entrar em sua região crítica, ele irá *eventualmente* suceder (*ao longo de cada caminho de computação*)
- **sem bloqueio** (vivacidade): um processo pode sempre, em algum ponto no futuro (*ao longo de algum caminho de computação*), solicitar para entrar em sua região crítica

As *propriedades temporais* acima devem se manter *em todos os estados iniciais*.

Recap em Lógica Proposicional

- assuma um conjunto *Prop* de proposições atômicas
- sintaxe:

  $$\phi, \psi ::= p \mid \mathtt{tt} \mid \neg\phi \mid \phi \wedge \psi \qquad\qquad (p \in \mathit{Prop})$$

  Note: todos os outros operadores booleanos são definíveis, por exemplo

  $$\mathtt{ff} ::= \neg\mathtt{tt}$$

  $$\phi \vee \psi ::= \neg(\neg\phi \wedge \neg\psi)$$

  $$\phi \to \psi ::= \neg(\phi \wedge \neg\psi)$$

- modelos são *avaliações*, dizendo quais proposições são verdadeiras e quais não são:

  $$V : \mathit{Prop} \to \{\mathtt{True}, \mathtt{False}\}$$

- significado (*semântica*) das fórmulas:
  - V define o significado das proposições atômicas
  - a tabela da verdade define o significado dos operadores booleanos

Lógica de Árvore de Computação (CTL)

- sintaxe:

$$\phi, \psi ::= p \mid \mathtt{tt} \mid \neg\phi \mid \phi \wedge \psi \mid \mathbf{AX}\,\phi \mid \mathbf{EX}\,\phi \mid \mathbf{AF}\,\phi \mid \mathbf{EF}\,\phi \mid$$
$$\mathbf{AG}\,\phi \mid \mathbf{EG}\,\phi \mid \mathbf{A}\,[\phi\,\mathbf{U}\,\psi] \mid \mathbf{E}\,[\phi\,\mathbf{U}\,\psi] \qquad (p \in \mathit{Prop})$$

- leituras de fórmulas modais:

$\mathbf{AX}\,\phi$	ϕ holds in **A**ll ne**X**t states
$\mathbf{EX}\,\phi$	there **E**xists a ne**X**t state in which ϕ holds
$\mathbf{AF}\,\phi$	along **A**ll paths, ϕ holds in some **F**uture state
$\mathbf{EF}\,\phi$	there **E**xists a path along which ϕ holds in some **F**uture
$\mathbf{AG}\,\phi$	along **A**ll paths, ϕ holds **G**lobally
$\mathbf{EG}\,\phi$	there **E**xists a path along which ϕ holds **G**lobally
$\mathbf{A}\,[\phi\,\mathbf{U}\,\psi]$	along **A**ll paths, ϕ holds **U**ntil ψ holds
$\mathbf{E}\,[\phi\,\mathbf{U}\,\psi]$	there **E**xists a path along which ϕ holds **U**ntil ψ holds

- exemplos de fórmulas: $\mathbf{AG}\ \mathbf{EF}\,\phi$, $\mathbf{E}\,[\mathtt{tt}\ \mathbf{U}\ \mathbf{AG}\,\phi]$

Algumas Observações na Sintaxe da CTL

- os pares $\mathbf{AX}$, $\mathbf{EX}$, ..., $\mathbf{A}[\,\mathbf{U}\,]$, $\mathbf{E}[\,\mathbf{U}\,]$ são indivisíveis !
- prioridades de ligação:
  - $\neg$, $\mathbf{AG}$, $\mathbf{EG}$, $\mathbf{AF}$, $\mathbf{EF}$, $\mathbf{AX}$ e $\mathbf{EX}$ ligam mais firmemente
  - $\wedge$ e $\vee$ estão próximos
  - $\rightarrow$, $\mathbf{A}[\,\mathbf{U}\,]$, $\mathbf{E}[\,\mathbf{U}\,]$ ligam menos firmemente
- e.g. $\mathbf{EF}\ \mathbf{EG}\, p \rightarrow \mathbf{AF}\, r$ significa $(\mathbf{EF}\ \mathbf{EG}\, p) \rightarrow \mathbf{AF}\, r$
- parênteses podem ser usados para substituir as prioridades acima, e.g. $\mathbf{EF}\,(\mathbf{EG}\, p \rightarrow \mathbf{AF}\, r)$, $\mathbf{EF}\ \mathbf{EG}\,(p \rightarrow \mathbf{AF}\, r)$

Semântica da CTL

Assuma a estrutura Kripke $M = (S, R, V)$.

A semântica da CTL define quando uma fórmula ϕ da CTL é verdadeira *em um estado* $s \in S$.

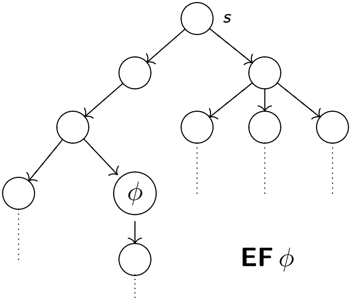
Quando escrevemos $s \models \phi$ (e dizemos que s **satisfaz** ϕ) se ϕ é verdadeiro em s.

A definição de quando $s \models \phi$ é por *indução na estrutura de* ϕ:

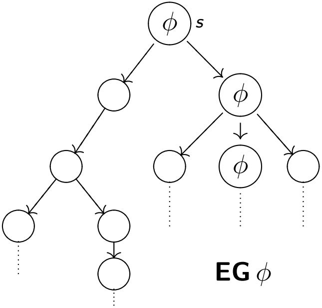
$s \models p$	sse	$V(p, s) = true$
$s \models \neg\phi$	sse	$s \models \phi$ não for verdadeiro
$s \models \phi \wedge \psi$	sse	$s \models \phi$ e $s \models \psi$

$\ldots$

Semântica da CTL: Exemplo

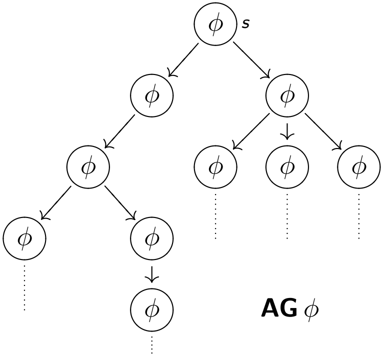


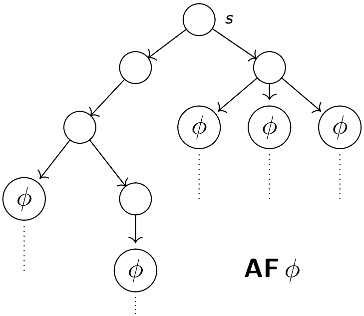
EF ϕ



EG ϕ

Semântica da CTL: Exemplo



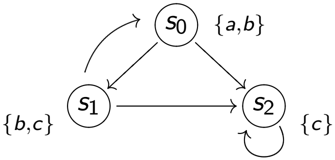


Semântica da CTL: Exemplo (Continuação)

Assuma uma estrutura Kripke $M = (S, R, V)$ e $s \in S$.

$s \models \mathbf{AX}\,\phi$	iff	for all s_1 s.t. $s \to s_1$, $s_1 \models \phi$
$s \models \mathbf{EX}\,\phi$	iff	there exists s_1 s.t. $s \to s_1$ and $s_1 \models \phi$
$s \models \mathbf{AF}\,\phi$	iff	for all paths $s = s_0 \to s_1 \to s_2 \to \dots$ there exists $i \in \{0, 1, \dots\}$ s.t. $s_i \models \phi$
$s \models \mathbf{EF}\,\phi$	iff	there exist a path $s = s_0 \to s_1 \to s_2 \to \dots$ and an $i \in \{0, 1, \dots\}$ s.t. $s_i \models \phi$
$s \models \mathbf{AG}\,\phi$	iff	for all paths $s = s_0 \to s_1 \to s_2 \to \dots$ for all $i \in \{0, 1, \dots\}$, $s_i \models \phi$
$s \models \mathbf{EG}\,\phi$	iff	there exists a path $s = s_0 \to s_1 \to s_2 \to \dots$ s.t. for all $i \in \{0, 1, \dots\}$, $s_i \models \phi$
$s \models \mathbf{A}\,[\phi\,\mathbf{U}\,\psi]$	iff	for all paths $s = s_0 \to s_1 \to s_2 \to \dots$ there exists $i \in \{0, 1, \dots\}$ s.t. $s_0 \models \phi$, $\dots$, $s_{i-1} \models \phi$, $s_i \models \psi$
$s \models \mathbf{E}\,[\phi\,\mathbf{U}\,\psi]$	iff	there exists a path $s = s_0 \to s_1 \to s_2 \to \dots$ and $i \in \{0, 1, \dots\}$ s.t. $s_0 \models \phi$, $\dots$, $s_{i-1} \models \phi$, $s_i \models \psi$

Outro Exemplo



$$s_0 \models \mathbf{EX}\,(b \wedge c)$$
$$s_0 \models \neg\,\mathbf{AX}\,(b \wedge c)$$
$$s_0 \not\models \mathbf{EG}\; c$$
$$s_0 \models \mathbf{AG}\;\mathbf{AF}\,(b \vee c)$$
$$s_0 \models \mathbf{A}\,[a\,\mathbf{U}\,c]$$
$$s_0 \models \mathbf{E}\,[(a \wedge b)\,\mathbf{U}\,c]$$
$$s_0 \not\models \mathbf{AG}\,(b \rightarrow \mathbf{EG}\; c)$$

Note: $s \models \mathbf{AG}\;\mathbf{AF}\,\phi$ sse ϕ é verdadeiro infinitas vezes ao longo de cada caminho de s.

Exclusão Mútua: um Modelo

int *turn*;

$P \;=\; m : \textbf{cobegin}\ P_0 \parallel P_1\ \textbf{coend}\ \ m'$

$P_0 \;=\; n_0 : \textbf{while}\ \ True\ \textbf{do}$

$\quad t_0 : \textbf{wait}\ (turn = 0);$

$\quad c_0 : \texttt{use resource;}\ \ turn := 1;$

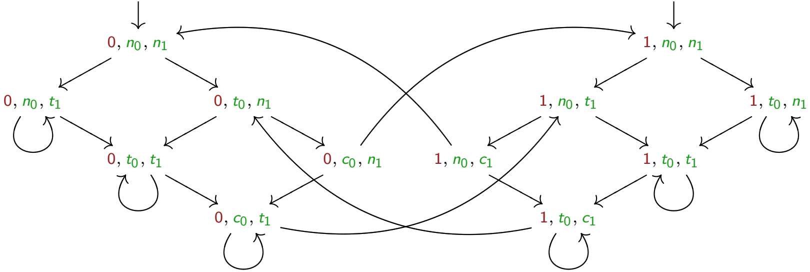
$\textbf{endwhile}\ ;\ \ n_0'$

$P_1 \;=\; n_1 : \textbf{while}\ \ True\ \textbf{do}$

$\quad t_1 : \textbf{wait}\ (turn = 1);$

$\quad c_1 : \texttt{use resource;}\ \ turn := 0;$

$\textbf{endwhile}\ ;\ \ n_1'$



Exclusão Mútua: Propriedades de Corretude

Proposições atômicas:

c_0 , c_1	(estado crítico)
n_0 , n_1	(estado não crítico)
t_0 , t_1	(tentando entrar no estado crítico)

- exclusão mútua: no máximo um processo na região crítica *a qualquer momento*

  $$\mathbf{AG}\, \neg(c_0 \wedge c_1)$$

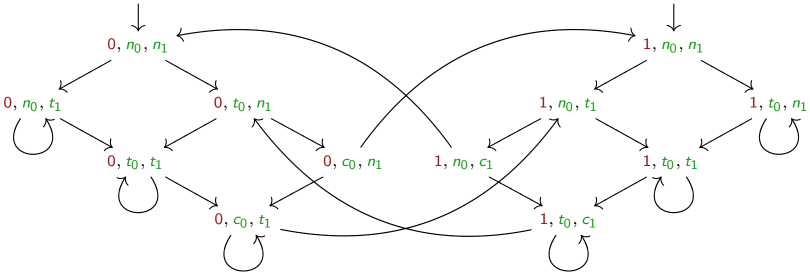
- starvation freedom: *sempre que* um processo tenta entrar na sua região crítica, ele *eventualmente* entrará

  $$\mathbf{AG}\,((t_0 \rightarrow\ \mathbf{AF}\, c_0) \wedge (t_1 \rightarrow\ \mathbf{AF}\, c_1))$$

- sem bloqueio: um processo pode sempre, em algum ponto no futuro, pedir para entrar em sua região crítica

  $$\mathbf{AG}\,(\ \mathbf{EF}\, t_0 \wedge\ \mathbf{EF}\, t_1\ )$$

Exclusão Mútua: Checagem da Corretude



$\mathbf{AG}\,\neg(c_0 \wedge c_1)$ ✓

$\mathbf{AG}\,(\,(t_0 \rightarrow \mathbf{AF}\,c_0) \wedge (t_1 \rightarrow \mathbf{AF}\,c_1)\,)$ × ✓

(precisa do conceito de weak fairness para assegurar a propriedade!)

$\mathbf{AG}\,(\,\mathbf{EF}\,t_0 \wedge \mathbf{EF}\,t_1)$ ✓

$\mathbf{EF}\,(c_0 \wedge \mathbf{E}\,[c_0\,\mathbf{U}\,(\neg c_0 \wedge \mathbf{E}\,[\neg c_1\,\mathbf{U}\,c_0])]) \vee \ldots$ ×

(difícil verificar a mão!)

Exercício

Assuma as seguintes proposições atômicas: *start*, *ready*, *requested*, *acknowledged*, *enabled*, *running*, *deadlock*.

Especifique as seguintes propriedades de corretude em CTL:

1. É possível/impossível de alcançar um estado onde *start* é verdadeiro mas *ready* não é.
2. Sempre que ocorre uma solicitação (*request*), ela irá eventualmente ser reconhecida (*acknowledged*).
3. Aconteça o que acontecer, *deadlock* irá eventualmente ocorrer.
4. A partir de qualquer estado, é possível alcançar um estado *ready*.

Solução do Exercício

Fórmulas atômicas:
start, *ready*, *requested*, *acknowledged*, *enabled*, *running*, *deadlock*.

1. É (im)possível de alcançar um estado onde *start* é verdadeiro mas *ready* não é.
   $\mathbf{AG}\,\neg(\mathit{start} \wedge \neg \mathit{ready})$ $\mathbf{EF}\,(\mathit{start} \wedge \neg \mathit{ready})$
2. Sempre que ocorre uma solicitação (*request*), ela irá eventualmente ser reconhecida (*acknowledged*).
   $\mathbf{AG}\,(\mathit{requested} \rightarrow \mathbf{AF}\,\mathit{acknowledged})$
3. Aconteça o que acontecer, *deadlock* eventualmente ocorrerá.
   $\mathbf{AF}\,\mathit{deadlock}$
4. A partir de qualquer estado, é possível alcançar um estado *ready*.
   $\mathbf{AG}\,(\mathbf{EF}\,\mathit{ready})$

Algumas Equivalências entre Fórmulas CTL

- equivalência semântica: $\phi \equiv \psi$ se qualquer estado de qualquer modelo que satisfaz ϕ também satisfaz ψ, e reciprocamente.

- algumas equivalências:

$$\mathbf{AX}\,\phi \equiv \neg\,\mathbf{EX}\,\neg\phi$$
$$\mathbf{AG}\,\phi \equiv \neg\,\mathbf{EF}\,\neg\phi$$
$$\mathbf{AF}\,\phi \equiv \mathbf{A}\,[\mathtt{tt}\,\mathbf{U}\,\phi]$$
$$\mathbf{EG}\,\phi \equiv \neg\,\mathbf{AF}\,\neg\phi$$
$$\mathbf{EF}\,\phi \equiv \mathbf{E}\,[\mathtt{tt}\,\mathbf{U}\,\phi]$$

$\Longrightarrow$ $\mathbf{A}\,[\_\,\mathbf{U}\,\_]$, $\mathbf{E}\,[\_\,\mathbf{U}\,\_]$, $\mathbf{EX}$ suficiente para expressar todos os outros operadores CTL (conjunto adequado de conectivos CTL).

Sub-conjunto Suficiente de Operadores CTL

Teorema. Um conjunto de conectivos temporais em CTL é adequado, se e somente se ele contiver:

- pelo menos um dos **AX** , **EX**
- pelo menos um dos **EG** , **AF** , **A** [_ **U** _]
- **E** [_ **U** _]

Corolário. Os operadores **EX** , **AF** e **E** [_ **U** _] são suficientes para expressar todas os outros.

Algoritmo de Verificação de Modelo para CTL

Entradas: estrutura Kripke finita M, fórmula CTL ϕ contendo apenas **EX**, **AF** e **E** [_ **U** _] como operadores temporais.

Saídas: os estados de M que satisfazem ϕ

Algoritmo:

- Gerar todas as subfórmulas de ϕ e ordená-las por complexidade (proposições atômicas primeiro, ϕ por último).
- Repetir: pegar uma sub-fórmula da lista e *anotar* os estados de M que sejam satisfeitos por esta fórmula.
- Quando nós alcançarmos o fim da lista, sabemos quais estados satisfazem ϕ.

Como Anotar?

- A avaliação de V nos diz como anotar os estados com proposições atômicas
- Todos os estados são anotados com `tt`.
- Quando uma sub-fórmula atual é $\neg\phi$, nós anotamos com isto os estados que não estão com ϕ (note que ϕ precede $\neg\phi$ na lista de sub-fórmulas, assim nós já anotamos os estados com ϕ).
- Da mesma forma para $\phi_1 \wedge \phi_2 \ldots$

Como Anotar? (Continuação)

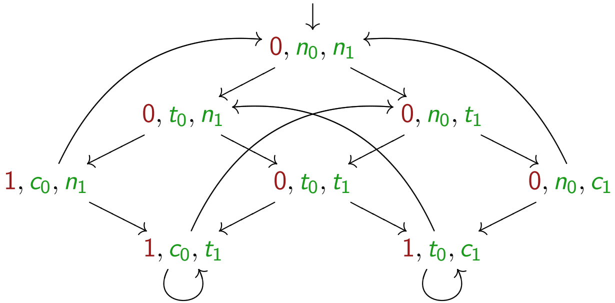
- Para $\mathbf{EX}\,\phi$, anotar antecessores de qualquer estado rotulado ϕ por $\mathbf{EX}\,\phi$.
- Para $\mathbf{E}\,[\phi_1\,\mathbf{U}\,\phi_2]$, primeiro encontrar todos os estados anotados por ϕ_2 e anotá-los por $\mathbf{E}\,[\phi_1\,\mathbf{U}\,\phi_2]$. Então trabalhe para trás a partir daqueles estados e todo tempo que nós encontrarmos os estados ϕ_1, anotá-los com $\mathbf{E}\,[\phi_1\,\mathbf{U}\,\phi_2]$.
- Para $\mathbf{AF}\,\phi$, primeiro anote todos os estados anotados com ϕ por $\mathbf{AF}\,\phi$. Então anote um estado com $\mathbf{AF}\,\phi$ se todos os seus sucessores estiverem anotados com $\mathbf{AF}\,\phi$. Repita até que não exista nenhuma mudança.

Notas:

- os operadores acima são suficientes para expressar todos os outros operadores do CTL,
- as equivalências semânticas dadas anteriormente precisam ser usadas quando a fórmula a ser verificada contém os operadores temporais que não $\mathbf{EX}$, $\mathbf{AF}$ e $\mathbf{E}\,[\_\,\mathbf{U}\,\_]$.

Exercício

Considere o seguinte modelo de exclusão mútua:



Verifique se o estado inicial deste modelo satisfaz as fórmulas $\mathbf{E}\,[\neg c_1 \,\mathbf{U}\, c_0]$, $\mathbf{AF}\, c_0$ e $\mathbf{EX}\, t_0$.

Observações sobre o Algoritmo

- Existe uma variante do algoritmo que considera apenas os caminhos de computação que são justos.
- A complexidade de tempo do algoritmo é quadrático no tamanho do modelo (número de estados + número de transições) e linear no tamanho da fórmula (número de conectivos).
- Existe uma melhoria do algoritmo (substituindo **AF** por **EG**) cuja complexidade de tempo é linear no tamanho do modelo e no tamanho da fórmula.
- Isto ainda *não é bom o suficiente*, tendo em vista que o tamanho do modelo é exponencial no número de variáveis e no número de componentes paralelos ...
- O verificador NuSMV usa estruturas de dados chamada de **OBDDs** (**ordered binary decision diagrams**) para representar *conjunto de estados* em vez de *estados individuais*.