
UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Departamento de Matemática
Resolução de Problemas – PROFMAT

Lista 1

1. Mostre que todo número primo positivo da forma $3k + 1$ é da forma $6n + 1$.
2. Seja p um número primo positivo diferente de 2 e 5. Mostre que p divide um dos números do conjunto $\mathcal{I} = \{1, 11, 111, 1111, 11111, \dots\}$.
3. De quantos modos podem-se comprar selos de 5 reais e de 7 reais, de modo a gastar 104 reais?
4. Mostre que, para todo número natural n , 8 divide $3^{2n} + 7$.
5. $ABCD$ é um quadrilátero convexo tal que $AB + BD < AC + CD$. Prove que $AB < AC$.
6. O plano está dividido em regiões por diversos círculos. Mostre que é possível colorir essas regiões com duas cores, vermelho e azul, de modo que quaisquer duas regiões adjacentes tenham cores diferentes.
7. Permutam-se de todas as formas possíveis os algarismos 1, 3, 5, 7, 9 e escrevem-se os números assim formados em ordem crescente. Determine:
 - a) Que lugar ocupa o número 73519?
 - b) Que número que ocupa a posição 77?
8. Um vagão de metrô tem 10 bancos individuais, sendo 5 de frente e 5 de costas. De 10 passageiros, 4 preferem se sentar de frente, 3 preferem se sentar de costas e os demais não têm preferência. De quantos modos eles podem se sentar, respeitadas as preferências?
9. Uma caixa contém cinco bolas numeradas de 1 a 5. Dela são retiradas ao acaso duas bolas. Qual a probabilidade de que o maior número assim escolhido seja o 4?