UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Departamento de Matemática

Resolução de Problemas – PROFMAT

Lista 3 – Combinatória – Triângulo de Pascal –

1. Dado um conjunto $\mathcal{S}$ com n elementos, denotamos por $\binom{n}{k}$ o número de subconjuntos de $\mathcal{S}$ com k elementos. Usando apenas esta definição, mostre que:

a) $\displaystyle\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$ b) $\displaystyle\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$

2. De quantas maneiras podemos dividir 10 meninos em dois times de basquete com 5 meninos cada? E se, em lugar de 10, tivermos 15 meninos?

3. Estão marcados 10 pontos em uma reta e 11 em outra reta paralela à primeira. Quantos triângulos e quantos quadriláteros podem ser formados com vértices nesses pontos? Dos quadriláteros, quantos são convexos?

4. De quantas maneiras podemos mudar a ordem das letras na palavra "RÉPLICA" de modo que as vocais fiquem em ordem alfabética, assim como as consoantes? Exemplo: CALERPI (A–E–I, C–L–P–R).

5. Uma menina tem seis amigos. Cada tarde, durante cinco dias, ela convida três deles de modo que o mesmo grupo nunca é convidado duas vezes. De quantas maneiras diferentes ela pode fazer isto?

6. Usando o item (b) da primeira questão, explique como construirmos o triângulo de Pascal.

7. Para cada número natura n calcule $\displaystyle\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \cdots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n}$.
Dica: Use o triângulo de Pascal para fazer uma conjectura.

8. Uma pessoa tem 10 amigos. Durante vários dias, ela convida alguns deles para jantar de modo que o grupo nunca se repete (ela pode, por exemplo, não convidar ninguém em um dos dias). Por quantos dias elam pode seguier esta regra?

9. Prove que é possível escolher um número par de objetos em uma coleção de n objetos de 2^{n-1} maneiras.

10. Prove que $\displaystyle\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \cdots + (-1)^n\binom{n}{n} = 0$, para todo natural $n > 0$.

PRIMEIRAS LINHAS DO TRIÂNGULO DE PASCAL

0	1								
1	1	1							
2	1	2	1						
3	1	3	3	1					
4	1	4	6	4	1				
5	1	5	10	10	5	1			
6	1	6	15	20	15	6	1		
7	1	7	21	35	35	21	7	1	
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

Observação: os números pequenos apenas indicam a linha e não fazem parte do triângulo de Pascal.