
UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Departamento de Matemática
Resolução de Problemas – PROFMAT

Lista 6 – Divisibilidade e restos I –

1. Dado um número primo p , encontre quantos números naturais são:
 - a) menores do que p e relativamente primos a p ;
 - b) menores do que p^2 e relativamente primos a p .
2. Encontre o menor número natural n tal que $n!$ é divisível por 990.
3. Para algum número n , o número $n!$ pode ter exatamente cinco zeros no final da sua representação decimal?
4. Os números a e b satisfazem a equação $56a = 65b$. Prove que $a + b$ é um número composto.
5. Encontre todas as soluções de números naturais das equações
 - a) $x^2 - y^2 = 31$
 - b) $x^2 - y^2 = 303$
6. Prove que $n^5 + 4n$ é divisível por 5 qualquer que seja o inteiro n .
7. A soma dos quadrados de três números naturais é divisível por 9. Prove que podemos escolher dois desses números de modo que a sua diferença seja divisível por 9.
8. Calcule o último algarismo de 2018^{2018} .
9. Dados três números naturais x, y e z tais que $x^2 + y^2 = z^2$, prove que xy é divisível por 12.
10. Prove que existe um número natural n tal que os números $n + 1, n + 2, \dots, n + 2018$ são todos compostos.