

---

---

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**Departamento de Matemática**  
**Resolução de Problemas – PROFMAT**

---

---

**Lista 8** – Números e Funções I –

---

---

1. Resolva as seguintes inequações:

a)  $\frac{5x + 3}{2x + 1} > 2$       b)  $\frac{2x^2 + x}{x^2 + 1} < 2$

2. Dados  $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ , mostre que

$$\left(\frac{a + b}{2}\right)^2 > \frac{a^2 + b^2}{2}$$

3. Quando dobra o percurso em uma corrida de taxi, o custo da nova corrida é igual ao dobro, maior que o dobro ou menor que o dobro da corrida original?

4. A escala  $N$  de temperaturas foi feita com base nas temperaturas máxima e mínima em Nova Iguaçu. A correspondência com a escala celcius é mostrada na tabela ao lado. Em que temperatura ferve a água na escala  $N$ ?

$^{\circ}N$	$^{\circ}C$
0	18
100	43

5. Uma caixa d'água de 1000 litros tem um furo no fundo por onde escoava água a uma vazão constante. Ao meio dia de certo dia ela foi cheia e, às 6 da tarde desse dia, só tinha 850 litros. Quando ficará pela metade?

6. Admita que 3 operários, trabalhando 8 horas por dia, construam um muro de 36 metros em 5 dias.

- Quantos dias são necessários para que uma equipe de 5 operários, trabalhando 6 horas por dia, construa um muro de 15 metros?
- Que hipóteses foram implicitamente utilizadas na solução do item anterior?
- Dentro dessas mesmas hipóteses, exprima o número  $D$  de dias necessários à construção de um muro em função do número  $N$  de operários, do comprimento  $C$  do muro e do número  $H$  de horas trabalhadas por dia.

7. Augusto, certo dia, fez compras em 5 lojas. Em cada loja, gastou metade do que possuía e pagou, na saída, R\$ 2,00 de estacionamento. Se após toda essa atividade ainda ficou com R\$ 20,00, que quantia ele tinha inicialmente?

8. Estuda-se a implantação da chamada “fórmula 95”. Por essa fórmula os trabalhadores teriam direito à aposentadoria quando a soma da idade com o número de anos de serviço atingisse 95. Adotada essa fórmula, quem começasse a trabalhar com 25 anos, com que idade se aposentaria? E se começasse com  $x$  (sendo  $18 \leq x \leq 60$ ) anos?

9. Um carro sai de  $A$  para  $B$  e outro de  $B$  para  $A$ , simultaneamente, em linha reta, com velocidades constantes e se cruzam em um ponto situado a 720m do ponto de partida mais próximo. Completada a viagem, cada um deles para por 10min e regressa, com a mesma velocidade da ida. Na volta, cruzam-se em um ponto situado a 400m do outro ponto de partida. Qual a distância de  $A$  até  $B$ ?

10. Determine os valores reais de  $x$  que satisfazem:

- a)  $2x + 3 - (x - 1) < x + 1$                       b)  $2x + 3 - (x - 1) < x + 5$   
c)  $\min\{x + 1; 5 - x\} > 2x - 3$                       d)  $\min\{x + 1; 5 - x\} < 2x$   
e)  $\min\{2x - 1; 6 - x\} = x$                       f)  $a|x + 1| - |1 - x| \leq x + 2$   
g)  $(2x + 3)(1 - x) = (2x + 3)(x - 2)$                       h)  $|x + 1 - |x - 1|| \leq 2x - 1$   
i)  $\frac{1}{2x + 1} < \frac{1}{1 - x}$ .

11. Faça os gráficos das funções:

- a)  $f(x) = \max\{x - 1; 10 - 2x\}$       b)  $f(x) = \min\{4 - x; x + 1\}$   
c)  $f(x) = |x + 1| - |x - 1|$

12. Identifique o conjunto dos pontos  $(x, y)$  tais que:

- a)  $|x| + |y| = 1$       b)  $|x - y| = 1$

13. Baseado na tabela abaixo, construa o gráfico do imposto a pagar em função do rendimento.

TABELA IRPF 2018 – ANO CALENDÁRIO 2017

Base de cálculo (R\$)	Alíquota (%)	Parcela a deduzir (R\$)
Até 1.903,98	–	–
De 1.903,99 até 2.826,65	7,5	142,80
De 2.826,66 até 3.751,05	15	354,80
De 3.751,06 até 4.664,68	22,5	636,13
Acima de 4.664,68	27,5	869,36

Fonte: Secretaria da Receita Federal

14. Discuta o número de soluções da equação  $|x - 2| = ax + b$  em função dos valores dos parâmetros  $a$  e  $b$ .

15. Dadas as progressões aritméticas

$$(a_1, a_2, \dots, a_n, \dots) \quad \text{e} \quad (b_1, b_2, \dots, b_n, \dots)$$

mostre que existe uma, e somente uma, função afim  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \dots, f(a_n) = b_n, \dots$

16. Defina uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pondo  $f(x) = 2x$  se  $x$  é racional e  $f(x) = 3x$  se  $x$  é irracional. Mostre que se tem  $f(nx) = nf(x)$  para todo  $n \in \mathbb{Z}$  e para todo  $x \in \mathbb{R}$  mas  $f$  não é linear.

17. Prove que a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 3x + \text{sen}(2\pi x)$ , é crescente e, para todo  $x \in \mathbb{R}$  fixado, transforma a progressão aritmética  $x, x + 1, x + 2, \dots$  numa progressão aritmética. A função  $f$  deveria ser afim? Justifique.