UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Departamento de Matemática

Resolução de Problemas – PROFMAT

Lista 9 – Geometria I –

1. Se a interseção de duas regiões convexas de um plano não for o conjunto vazio, prove que ela também é uma região convexa.

2. Três polígonos convexos têm números de lados iguais a três naturais consecutivos. Sabendo que a soma dos números de diagonais dos polígonos é 28, calcule o número de lados do polígono com maior número de diagonais.

3. Desenhe um triângulo e construa, com regua e compasso, as suas bissetrizes, medianas e alturas.

4. Sejam dados no plano um ponto A e uma reta r. O ponto A' é dito o simétrico de A em relação à reta r quando $AA' \perp r$ e r passar pelo ponto médio do segmento AA'. Mostre como construir com régua e compasso o ponto A'.

5. Se ABC é um triângulo isósceles de base BC, prove que a bissetriz, a mediana e a altura relativas a BC coincidem.

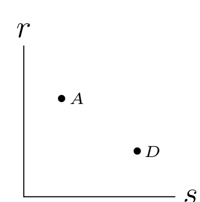
6. Sejam ABC um triângulo e P, M e H respectivamente os pés da bissetriz interna, mediana e altura relativas ao lado BC. Se P e H ou M e H coincidirem, prove que ABC é isósceles de base BC.

7. Seja Γ um círculo de centro O e AB uma corda de Γ. Se M é um ponto sobre AB, prove que $OM \perp AB \iff AM = BM$.

8. Se dois triângulos retângulos são tais que a hipotenusa e um dos catetos do primeiro são respectivamente congruentes à hipotenusa e a um dos catetos do outro, prove que os triângulos são congruentes.

9. Se I é o ponto de interseção das bissetrizes traçadas a partir dos vértices B e C de um triângulo ABC, prove que $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC$.

10. Se a, b, c são os comprimentos dos lados de um triângulo, prove que $a^3 + b^3 + 3abc > c^3$.



11. Na figura ao lado, as semirretas r e s são perpendiculares. Construa com régua e compasso os pontos $B \in r$ e $C \in s$ para os quais $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}$ seja o menor possível.