

Regra de Sarrus

A Regra de Sarrus é um método muito utilizado para o cálculo de determinante de matrizes quadradas de ordem 3.



Aprenda a utilizar a Regra de Sarrus para calcular o determinante de uma matriz de ordem 3

Toda matriz quadrada pode ser associada a um número, que é obtido a partir de cálculos efetuados entre os elementos dessa matriz. Esse número é chamado de [determinante](#).

A ordem da matriz quadrada é que determina o melhor método para o cálculo de seu determinante. Para matrizes de ordem 2, por exemplo, basta encontrar a diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal pelo produto dos elementos da diagonal secundária. Para matrizes 3x3, podemos aplicar a regra de Sarrus ou ainda o [Teorema de Laplace](#). Vale lembrar que esse último pode ser utilizado também para o cálculo de determinantes de matrizes quadradas de ordem superior a 3. Em casos específicos, o cálculo do determinante pode ser simplificado através apenas de algumas [propriedades do determinante](#).

Para entender como é feito o cálculo do determinante com a regra de Sarrus, considere a seguinte matriz A de ordem 3:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \mathbf{a_{13}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \mathbf{a_{23}} \\ \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} & \mathbf{a_{33}} \end{vmatrix}$$

Representação de uma matriz de ordem 3

Inicialmente, as duas primeiras colunas são repetidas à direita da matriz A:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \mathbf{a_{13}} & \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \mathbf{a_{23}} & \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} \end{vmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} & \mathbf{a_{33}} & \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} \end{array} \right|$$

Devemos repetir as duas primeiras colunas à direita da matriz

Em seguida, os elementos da diagonal principal são multiplicados. Esse processo deve ser feito também com as diagonais que estão à direita da diagonal principal para que seja possível **somar** os produtos dessas três diagonais:

$$\det A_p = \mathbf{a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33}} + \mathbf{a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31}} + \mathbf{a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32}}$$

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \mathbf{a_{13}} & \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \mathbf{a_{23}} & \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} \\ \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} & \mathbf{a_{33}} & \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} \end{array} \right|$$

Devemos somar os produtos das diagonais principais

O mesmo processo deve ser realizado com a diagonal secundária e as demais diagonais à sua direita. Entretanto, é necessário **subtrair** os produtos encontrados:

$$\det A_s = -\mathbf{a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31}} - \mathbf{a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{33}} - \mathbf{a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}}$$

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \mathbf{a_{13}} & \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \mathbf{a_{23}} & \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} \\ \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} & \mathbf{a_{33}} & \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} \end{array} \right|$$

Devemos subtrair os produtos das diagonais secundárias

Unindo os dois processos, é possível encontrar o determinante da matriz A:

$$\det A = \det A_p + \det A_s$$

$$\det A = \mathbf{a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33}} + \mathbf{a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31}} + \mathbf{a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32}} - \mathbf{a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31}} - \mathbf{a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{33}} - \mathbf{a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}}$$

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \mathbf{a_{13}} & \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \mathbf{a_{23}} & \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} \\ \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} & \mathbf{a_{33}} & \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} \end{array} \right|$$

Representação da aplicação da Regra de Sarrus

Veja agora o cálculo do determinante da seguinte matriz B de ordem 3x3:

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 8 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

Cálculo do determinante da matriz B através da Regra de Sarrus

Através da regra de Sarrus, o cálculo do determinante da matriz B será feito da seguinte forma:

Aplicando a regra de Sarrus para encontrar o determinante da Matriz B

$$\det \mathbf{B} = b_{11} \cdot b_{22} \cdot b_{33} + b_{12} \cdot b_{23} \cdot b_{31} + b_{13} \cdot b_{21} \cdot b_{32} - b_{13} \cdot b_{22} \cdot b_{31} - b_{11} \cdot b_{23} \cdot b_{33} - b_{12} \cdot b_{21} \cdot b_{33}$$

$$\det \mathbf{B} = 1 \cdot 3 \cdot 2 + 5 \cdot 0 \cdot 4 + (-2) \cdot 8 \cdot (-1) - (-2) \cdot 3 \cdot 4 - 1 \cdot 0 \cdot (-1) - 5 \cdot 8 \cdot 2$$

$$\det \mathbf{B} = 6 + 0 + 16 - (-24) - 0 - 80$$

$$\det \mathbf{B} = 22 - 56$$

$$\det \mathbf{B} = -34$$

Portanto, pela Regra de Sarrus, o determinante da matriz B é **-34**.

Por Amanda Gonçalves
Graduada em Matemática

Gostaria de fazer a referência deste texto em um trabalho escolar ou acadêmico? Veja:
RIBEIRO, Amanda Gonçalves. "Regra de Sarrus"; *Brasil Escola*. Disponível em
<<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/regra-sarrus.htm>>. Acesso em 15 de março de 2018.