

HAL R. **VARIAN**

Microeconomia

Princípios Básicos

Uma Abordagem Moderna

Tradução da 7^a edição



8. Se nosso modelo de controle de aluguéis possibilitasse a sublocação irrestrita, quem acabaria por obter os apartamentos do círculo interior? O resultado seria eficiente no sentido de Pareto?

RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA

A teoria econômica do consumidor é muito simples: os economistas partem do pressuposto de que os consumidores escolhem a melhor cesta de bens que podem adquirir. Para dar conteúdo a essa teoria, temos de descrever com maior precisão o que queremos dizer por “melhor” e “podem adquirir”. Neste capítulo, veremos como descrever o que o consumidor pode adquirir; o próximo capítulo focalizará o problema de como os consumidores decidem o que é melhor. Seremos, então, capazes de realizar um estudo detalhado das implicações desse modelo simples de comportamento do consumidor.

2.1 A Restrição Orçamentária

Começaremos pelo exame do conceito de **restrição orçamentária**. Suponhamos que haja um conjunto de bens entre os quais o consumidor possa escolher. Na vida real há muitos bens para consumir, mas examinaremos apenas dois deles para que possamos representar por meio de gráficos o comportamento de escolha do consumidor.

Representaremos a cesta de **consumo do consumidor** por (x_1, x_2) . Essa expressão constitui tão-somente uma relação de dois números que nos indicam as quantidades do bem 1, x_1 , e do bem 2, x_2 , que o consumidor escolherá para consumir. Às vezes convém representar a cesta do consumidor por um único símbolo, como X , onde X representa apenas a relação numérica (x_1, x_2) .

Suponhamos que podemos observar os preços de dois bens, (p_1, p_2) , e a quantidade de dinheiro que o consumidor tem para gastar, m . Isso nos permitirá escrever a restrição orçamentária do consumidor como

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m. \quad (2.1)$$

Nesta equação, p_1x_1 é a quantidade de dinheiro que o consumidor gasta com o bem 1, e p_2x_2 a quantidade que ele gasta com o bem 2. A restrição orçamentária do consumidor requer que a quantidade de dinheiro gasta nos dois bens não exceda a quantidade total de dinheiro que o consumidor dispõe para gastar. As cestas de consumo que o consumidor pode *adquirir* são aquelas cujo custo não é maior que m . Esse conjunto de cestas de consumo que o consumidor pode adquirir aos preços (p_1, p_2) e renda m será denominado o **conjunto orçamentário** do consumidor.

2.2 Dois Bens Geralmente Bastam

A hipótese de dois bens é mais geral do que a princípio se pode imaginar. Isso porque, não raro, podemos tomar um dos bens como uma representação de todas as outras coisas que o consumidor desejasse consumir.

Por exemplo, se quisermos estudar a demanda de leite do consumidor, podemos fazer com que x_1 represente seu consumo de leite em litros. Podemos, então, fazer com que x_2 represente tudo mais que o consumidor gostaria de consumir.

Quando adotamos essa interpretação, convém pensar no bem 2 como sendo a quantidade de dinheiro que o consumidor pode usar para gastar nos outros bens. Nessa interpretação, o preço do bem 2 será automaticamente igual a 1, uma vez que o preço de uma unidade monetária é uma unidade monetária. Assim, a restrição orçamentária terá a forma

$$p_1x_1 + x_2 \leq m. \quad (2.2)$$

Essa expressão diz apenas que a quantidade de dinheiro gasto no bem 1, p_1x_1 , mais a quantidade de dinheiro gasta em todos os outros bens, x_2 , não pode ser maior que a quantidade total de dinheiro que o consumidor tem para gastar, m .

Dizemos, então, que o bem 2 representa um **bem composto** que simboliza tudo mais que o consumidor gostaria de consumir, à exceção do bem 1. Esse bem composto é medido invariavelmente em unidades monetárias a serem gastas nos outros bens que não o bem 1. No que tange à forma algébrica da restrição orçamentária, a equação (2.2) é apenas um caso particular, com $p_2 = 1$, da fórmula dada na equação (2.1). Portanto, tudo o que

dissermos mais adiante com respeito à restrição orçamentária em geral também valerá para a interpretação do bem composto.

2.3 Propriedades do Conjunto Orçamentário

A **reta orçamentária** é o conjunto de cestas que custam exatamente m :

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m. \quad (2.3)$$

São essas as cestas de bens que esgotam a renda do consumidor.

O conjunto orçamentário é representado na Figura 2.1. A linha cheia é a reta orçamentária – as cestas que custam exatamente m – e as cestas abaixo dessa reta são as que custam estritamente menos que m .

Podemos rearrumar a reta orçamentária na equação (2.3) para obter a fórmula

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1, \quad (2.4)$$

que corresponde à equação de uma linha reta com intercepto vertical igual a m/p_2 e inclinação igual a $-p_1/p_2$. A fórmula mostra quantas unidades do

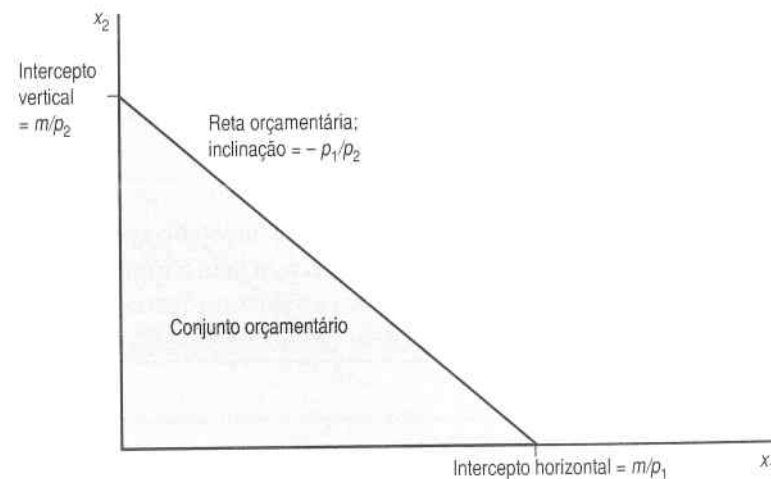


FIGURA 2.1 O conjunto orçamentário. O conjunto orçamentário é formado por todas as cestas que podem ser adquiridas dentro de determinados preços e renda do consumidor.

bem 2 o consumidor precisa consumir para satisfazer exatamente a restrição orçamentária se consumir x_1 unidades do bem 1.

Eis aqui um modo fácil de traçar a reta orçamentária dados os preços (p_1, p_2) e a renda m . É só perguntarmos que quantidade do bem 2 o consumidor poderia comprar se gastasse todo o seu dinheiro no bem 2. A resposta é, naturalmente, m/p_2 . Perguntemos agora quanto o consumidor poderia comprar do bem 1 se gastasse todo o seu dinheiro no bem 1. A resposta é m/p_1 . Os interceptos horizontal e vertical medem, pois, quanto o consumidor poderia obter caso gastasse todo o seu dinheiro, respectivamente, nos bens 1 e 2. Para traçar a reta orçamentária, basta marcar esses dois pontos nos eixos correspondentes da figura e uni-los por uma linha reta.

A inclinação da reta orçamentária tem uma interpretação econômica interessante. Ela mede a taxa à qual o mercado está disposto a "substituir" o bem 1 pelo bem 2. Suponhamos, por exemplo, que o consumidor aumente seu consumo do bem 1 na quantidade Δx_1 .¹ Em que medida deverá variar seu consumo do bem 2 para satisfazer sua restrição orçamentária? Usemos Δx_2 para indicar a variação no consumo do bem 2.

Observemos agora que se o consumidor satisfaz sua restrição orçamentária antes e depois das variações, ele deve satisfazer

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

e

$$p_1(x_1 + \Delta x_1) + p_2(x_2 + \Delta x_2) = m.$$

Ao subtrairmos a primeira equação da segunda, temos

$$p_1 \Delta x_1 + p_2 \Delta x_2 = 0$$

Essa equação nos diz que o valor total da variação no consumo dessa pessoa deve ser zero. Resolvendo para $\Delta x_2/\Delta x_1$, a taxa à qual o bem 2 pode ser substituído pelo bem 1 sem deixar de satisfazer a restrição orçamentária, temos

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Essa é exatamente a inclinação da reta orçamentária. O sinal negativo aparece na equação porque Δx_1 e Δx_2 têm de ter sempre sinais contrários. Se consumimos mais do bem 1, temos de consumir menos do bem 2, e vice-versa, para continuar a satisfazer a restrição orçamentária.

Os economistas dizem às vezes que a inclinação da reta orçamentária mede o **custo de oportunidade** de consumir o bem 1. Para consumir mais do bem 1, é preciso deixar de consumir um pouco do bem 2. Abrir mão da oportunidade de consumir o bem 2 é o custo econômico real de consumir mais do bem 1; esse custo é medido pela inclinação da reta orçamentária.

2.4 Como a Reta Orçamentária Varia

Quando os preços e a renda variam, o conjunto de bens que o consumidor pode adquirir também varia. Como essas mudanças afetam o conjunto orçamentário?

Examinemos primeiro as variações na renda. É fácil perceber, na equação (2.4), que o aumento da renda elevará o intercepto vertical, mas não afetará a inclinação da reta. Assim, o aumento da renda implicará um *deslocamento paralelo e para fora* da reta orçamentária, como mostra a Figura 2.2,

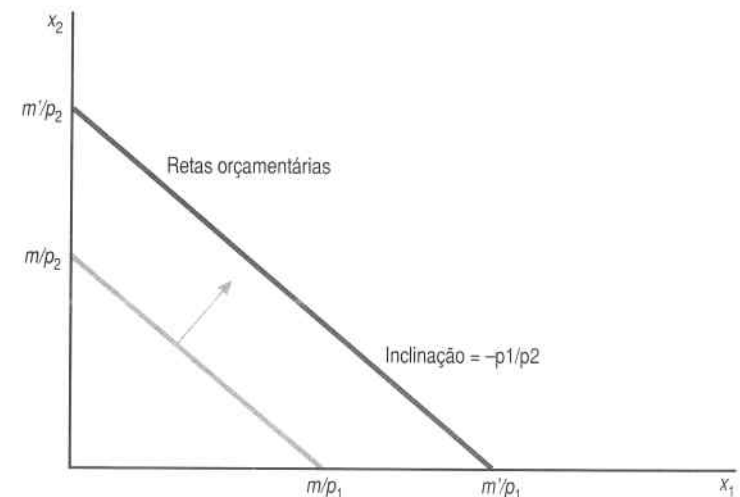


FIGURA 2.2 *Aumento da renda.* O aumento da renda provoca o deslocamento paralelo e para fora da reta orçamentária.

¹ A letra grega Δ chama-se "delta". A notação Δx_1 representa a variação do bem 1. Para mais informação sobre variações e taxas de variação, ver o Apêndice Matemático.

do mesmo modo que a diminuição da renda causará um deslocamento paralelo e para dentro.

E as variações dos preços? Examinemos primeiro o caso em que o preço 1 aumenta, enquanto o preço 2 e a renda permanecem fixos. De acordo com a equação (2.4), o aumento de p_1 não alterará o intercepto vertical, mas aumentará a inclinação da reta orçamentária, uma vez que a razão p_1/p_2 crescerá.

Outro modo de observar as variações da reta orçamentária consiste em usar o truque descrito anteriormente para traçar a reta orçamentária. Se você estiver gastando todo o seu dinheiro no bem 2, o aumento no preço do bem 1 não mudará a quantidade máxima do bem 2 que você poderia adquirir – então o intercepto vertical da reta orçamentária não muda. Porém, se você estiver gastando todo o seu dinheiro no bem 1, e ele encarecer, seu consumo do bem 1 deve diminuir. Portanto, o intercepto horizontal da reta orçamentária deve mover-se para dentro, produzindo a inclinação mostrada na Figura 2.3.

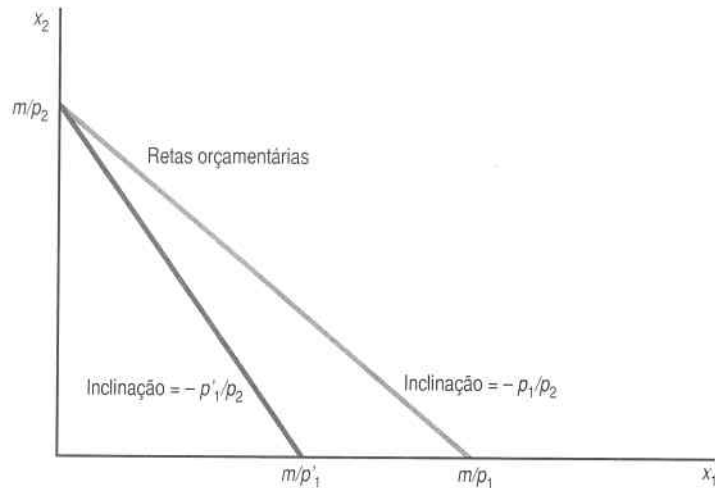


FIGURA 2.3 Aumento de preço. Se o bem 1 encarecer, a reta orçamentária ficará mais inclinada.

O que acontece com a reta orçamentária quando variamos os preços dos bens 1 e 2 ao mesmo tempo? Suponhamos, por exemplo, que os preços de ambos os bens sejam duplicados. Nesse caso, tanto o intercepto horizontal como o vertical deslocam-se para dentro por um fator de 1/2; o mesmo acontece com a reta orçamentária. Multiplicar ambos os preços por 2 equivale a dividir a renda por 2.

Isso também pode ser verificado por meio da álgebra. Suponhamos que nossa reta orçamentária original seja

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Suponhamos ainda que ambos os preços aumentem. Se multiplicarmos ambos os preços por t , teremos

$$tp_1x_1 + tp_2x_2 = m.$$

Essa equação, porém, é a mesma que

$$p_1x_1 + p_2x_2 = \frac{m}{t}.$$

Assim, multiplicar ambos os preços por uma quantidade constante é o mesmo que dividir a renda pela mesma constante t , assim, se multiplicarmos ambos os preços por t e multiplicarmos a renda por t , a reta orçamentária não mudará. Há também o caso em que os preços e a renda variam juntos. Se os preços aumentarem e a renda diminuir, o que acontece aos interceptos horizontal e vertical? Se m diminui e p_1 e p_2 aumentam, os interceptos m/p_1 e m/p_2 devem diminuir. Isso significa que a reta orçamentária deslocar-se-á para dentro. E sua inclinação? Se o preço 2 aumentar mais que o preço 1, de modo que $-p_1/p_2$ diminua (em valor absoluto), a reta orçamentária ficará menos inclinada; se o preço 2 crescer menos que o preço 1, a reta orçamentária ficará mais inclinada.

2.5 O Numerário

A reta orçamentária é definida por dois preços e um nível de renda, mas uma dessas variáveis é redundante. Podemos atribuir a um dos preços, ou à renda, um determinado valor e ajustar as outras variáveis para descrever exatamente o mesmo conjunto orçamentário. Assim, a reta orçamentária

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

é exatamente a mesma reta que

$$\frac{p_1}{p_2}x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$$

ou

$$\frac{p_1}{m}x_1 + \frac{p_2}{m}x_2 = 1,$$

uma vez que a primeira reta orçamentária resulta da divisão de tudo por p_2 e a segunda, da divisão de tudo por m . No primeiro caso, determinamos que $p_2 = 1$ e no segundo, que $m = 1$. Se determinarmos o preço de um dos bens ou o valor da renda como 1 e ajustarmos de maneira apropriada o outro preço e a renda, o conjunto orçamentário não mudará.

Quando fixamos um dos preços em 1, como fizemos, costumamos nos referir a esse preço como o preço **numerário**. O preço numerário é o preço em relação ao qual medimos o outro preço e a renda. Às vezes convém considerar um dos bens como o bem numerário, pois assim teremos um preço a menos para nos preocuparmos.

2.6 Impostos, Subsídios e Racionamento

A política econômica utiliza com frequência instrumentos que afetam a restrição orçamentária do consumidor, tais como impostos. Quando, por exemplo, o governo impõe um **imposto sobre a quantidade**, o consumidor tem de pagar ao governo uma certa quantia por unidade do bem que comprar. Nos Estados Unidos, por exemplo, os consumidores pagam cerca de US\$0,15 por galão (cerca de 3,8 litros) de imposto federal de gasolina.

Como um imposto sobre a quantidade afeta a reta orçamentária do consumidor? Do ponto de vista do consumidor, o imposto é como um preço mais alto. Assim, um imposto sobre a quantidade de t unidades monetárias por unidade do bem 1 simplesmente altera o preço do bem 1 de p_1 para $p_1 + t$. Como vimos, isso faz com que a reta orçamentária fique mais íngreme.

Outro tipo de imposto é um imposto sobre o **valor**. Como diz o nome, esse imposto incide sobre o valor – ou seja, o preço – do bem, e não sobre a quantidade comprada desse bem. Um imposto sobre o valor costuma ser expresso em termos percentuais. A maioria dos estados americanos têm impostos sobre as vendas. Se o imposto for de 6%, o bem cujo preço original seja de US\$1 será vendido, na verdade, por US\$1,06. (Impostos sobre o valor são também conhecidos como impostos **ad valorem**.)

Se o bem 1 tiver um preço p_1 , mas estiver sujeito a um imposto sobre vendas com uma taxa τ^2 , o preço efetivo para o consumidor será de $(1 + \tau)p_1$. O consumidor terá de pagar p_1 ao fornecedor e τp_1 ao governo por unidade do bem, de modo que o custo total do bem para o consumidor será de $(1 + \tau)p_1$.

Um **subsídio** é o contrário de um imposto. No caso de um **subsídio de quantidade**, o governo *dá* ao consumidor uma quantia que depende da quantidade que ele, consumidor, compre do bem. Se, por exemplo, o consumo de leite fosse subsidiado, o governo pagaria uma quantia a cada consumidor de leite, dependendo da quantidade que cada um comprasse. Se o subsídio fosse de s unidades monetárias por unidade de consumo do bem 1, do ponto de vista do consumidor, o preço do bem 1 seria de $p_1 - s$, o que tornaria a reta orçamentária menos inclinada.

Do mesmo modo, um subsídio *ad valorem* baseia-se no preço do bem subsidiado. Se o governo devolver US\$1 para cada US\$2 doados para caridade, essas doações estarão sendo subsidiadas a uma taxa de 50%. Em geral, se o preço do bem 1 for de p_1 e esse bem beneficiar-se de um subsídio *ad valorem* com uma taxa σ^3 , o preço real do bem 1 para o consumidor será de $(1 - \sigma)p_1$.

Podemos verificar que impostos e subsídios afetam os preços exatamente na mesma forma, exceto pelo sinal algébrico: o imposto aumenta o preço ao consumidor; o subsídio o diminui.

Outro tipo de imposto ou subsídio que o governo pode usar é um imposto ou subsídio de **montante fixo**. Se for um imposto, isso significa que o governo se apropria de uma quantia fixa de dinheiro, independente do comportamento do indivíduo. Então um imposto de montante fixo faz com que a reta orçamentária de um consumidor se desloque para dentro em virtude da redução da renda monetária. Similarmente, um subsídio de montante fixo faz com que a reta orçamentária se desloque para fora. Tanto impostos sobre a quantidade quanto impostos sobre o valor podem inclinar a reta orçamentária de uma forma ou outra, dependendo de que bem esteja sendo tributado, mas um imposto de montante fixo desloca a reta orçamentária sempre para dentro.

Os governos também impõem às vezes um tipo de restrição, o *racionamento*, que consiste em limitar o nível de consumo de algum bem a uma determinada quantidade. Na Segunda Guerra Mundial, por exemplo, o governo americano racionou alguns alimentos, como a manteiga e a carne.

Suponhamos, pois, que o bem 1 esteja racionado de modo que o consumidor não possa consumir mais que \bar{x}_1 . Então, o conjunto orçamentário desse consumidor apresentará a forma descrita na Figura 2.4; ou seja, teria a mesma forma do conjunto orçamentário anterior, mas sem uma parte. Esse pedaço que falta corresponde a todas as cestas de consumo que o consumidor pode adquirir, mas que $x_1 > \bar{x}_1$.

Há vezes em que os impostos, os subsídios e o racionamento são combinados. Imaginemos, por exemplo, uma situação em que o consumidor possa consumir o bem 1 pelo preço p_1 até o limite quantitativo \bar{x}_1 , além do

² Letra grega “tau”.

³ Letra grega “sigma”.

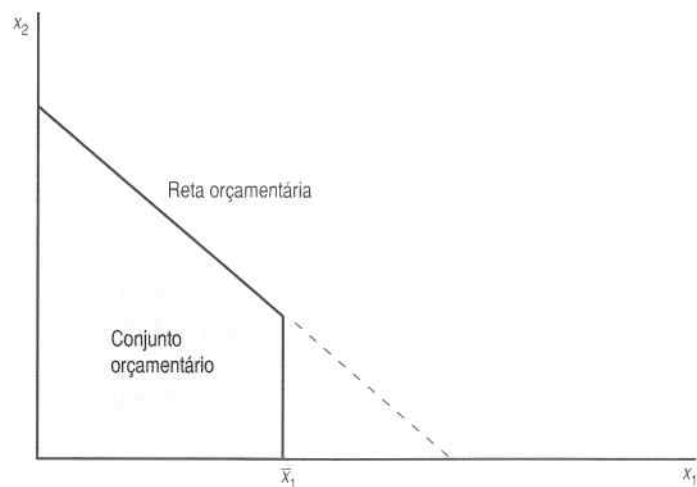


FIGURA 2.4. O conjunto orçamentário com racionamento. Se o bem 1 estiver racionado, a parte do conjunto orçamentário que ultrapassar a quantidade racionada será eliminada.

qual passará a pagar uma taxa t pelo consumo além de \bar{x}_1 . O conjunto orçamentário desse consumidor é representado na Figura 2.5. Nela, a reta orçamentária tem uma inclinação de $-p_1/p_2$ à esquerda de \bar{x}_1 e de $-(p_1 + t)/p_2$ à direita de \bar{x}_1 .

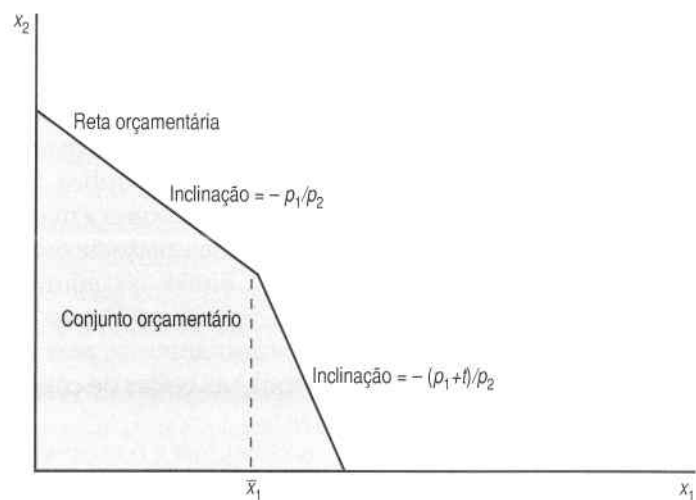


FIGURA 2.5 Taxação do consumo excedente ao limite \bar{x}_1 . Nesse conjunto orçamentário, o consumidor tem de pagar imposto apenas pela quantidade do bem 1 que consumir além do limite superior \bar{x}_1 , o que fará com que a reta orçamentária se incline mais para a direita de \bar{x}_1 .

EXEMPLO: O Programa de Cupons de Alimentação

Desde a Lei de Cupons de Alimentação de 1964, o governo federal dos Estados Unidos subsidia o consumo de alimentos à população pobre. Os detalhes desse programa já sofreram diversos ajustes. Descreveremos aqui os efeitos econômicos de um desses ajustes.

Antes de 1979, as famílias que satisfizessem certas exigências podiam comprar cupons de alimentação, que, por sua vez, podiam ser usados para comprar comida em estabelecimentos varejistas. Em janeiro de 1975, por exemplo, uma família de quatro pessoas que participasse do programa podia receber US\$153 mensais em cupons.

O preço desses cupons dependia da renda familiar. Uma família de quatro pessoas com renda mensal de US\$300 pagava US\$83 pelos cupons de alimentação relativos a um mês. Já para uma família de quatro pessoas com renda mensal de US\$100, o custo por mês dos cupons era de US\$25.⁴

Antes de 1979, o Programa de Cupons de Alimentação consistia num subsídio *ad valorem* sobre o consumo de alimentos. A taxa de subsídio dos alimentos dependia da renda familiar. A família de quatro pessoas que pagava US\$83 pelo total mensal de cupons recebia alimentos no valor de US\$1,84 por dólar pago (1,84 é igual a 153 dividido por 83). Do mesmo modo, a família que pagava US\$25 por seus cupons recebia US\$6,12 em alimentos por dólar pago (6,12 é igual a 153 dividido por 25.)

A Figura 2.6A mostra como o Programa de Cupons de Alimentação afetava o conjunto orçamentário de uma família. Na figura, medimos no eixo horizontal o dinheiro gasto em alimentos e, no eixo vertical, a quantia gasta em todos os demais bens. Como medimos todos os bens em termos do dinheiro gasto com eles, o "preço" de cada bem será, automaticamente, de 1, e a reta orçamentária terá uma inclinação de -1 .

Se uma família tem permissão para comprar US\$153 de cupons para alimentos por US\$25, isso representa um subsídio de aproximadamente 84% ($= 1 - 25/153$) à compra de alimentos, de modo que a reta orçamentária terá uma inclinação de aproximadamente $-0,16$ ($= 25/153$) até que a família gaste US\$153. Cada dólar que a família gaste em alimentos, até US\$153, reduz seu consumo de outros bens em cerca de US\$0,16. Depois que a família gastar US\$153 em alimentos, a reta orçamentária voltará a ter uma inclinação de -1 .

Esses efeitos produzem o tipo de "dobra" descrito na Figura 2.6. As famílias de maior renda tinham de pagar mais por seus cupons de alimentação, de modo que a reta orçamentária inclinava-se mais à medida que a renda familiar aumentava.

⁴ Esses números foram tirados de Kenneth Clarkson, *Food Stamps and Nutrition*, American Enterprise Institute, 1975.

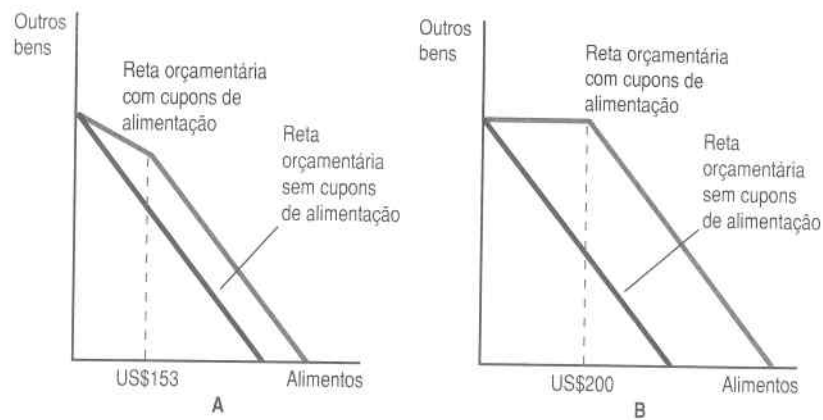


FIGURA 2.6 Cupons de alimentação. Como o Programa de Cupons de Alimentação afeta a reta orçamentária. A parte A mostra o programa antes de 1979; e a parte B, depois dessa data.

Em 1979, o Programa de Cupons de Alimentação foi modificado. Em vez de exigir que as famílias comprem cupons de alimentação, o governo agora fornece gratuitamente esses cupons a determinado grupo de famílias. A Figura 2.6B mostra como isso afeta o conjunto orçamentário.

Suponhamos que uma família receba mensalmente US\$200 em cupons de alimentação. Isso significa que ela pode todos os meses consumir mais US\$200 em alimentos, independentemente do que gaste com os demais bens, o que implica que a reta orçamentária se deslocará US\$200 para a direita. A inclinação não variará: US\$1 a menos gasto em alimentos significa US\$1 a mais para gastar em outras coisas. Mas como a família não pode, legalmente, vender cupons de alimentação, a quantidade máxima que ela pode gastar com os outros bens não muda. O Programa de Cupons de Alimentação é, na verdade, um subsídio de montante fixo, exceto pelo fato de que os cupons de alimentação não podem ser vendidos.

2.7 Variações na Reta Orçamentária

No próximo capítulo, analisaremos como o consumidor escolhe uma cesta de consumo ótima a partir de seu conjunto orçamentário. Mas já podemos relatar algumas observações baseadas no que aprendemos sobre os movimentos da reta orçamentária.

Primeiro, podemos observar que, como o conjunto orçamentário não muda quando multiplicamos todos os preços e a renda por um número positivo, a escolha ótima do consumidor a partir do conjunto orçamentário

também não mudará. Assim, mesmo sem analisar o processo de escolha, já chegamos a uma conclusão importante: uma inflação perfeitamente estável – ou seja, aquela em que todos os preços e a renda elevam-se à mesma taxa – não altera o conjunto orçamentário de ninguém e, portanto, também não pode alterar a escolha ótima.

Em segundo lugar, podemos fazer algumas afirmações sobre o estado de prosperidade do consumidor em diferentes níveis de preço e de renda. Suponhamos que a renda do consumidor aumente e que todos os preços permaneçam os mesmos. Sabemos que isso representa um deslocamento paralelo e para fora da reta orçamentária. Assim, todas as cestas que o consumidor consumia no nível baixo de renda constituem também uma escolha possível no nível mais alto de renda. Mas então o consumidor deverá estar mais próspero no nível mais alto de renda do que no nível mais baixo – uma vez que ele pode escolher todas as cestas disponíveis anteriormente, além de algumas outras. Do mesmo modo, se um preço baixa enquanto os outros não se alteram, o consumidor tem de estar tão próspero quanto antes. Essa observação simples será bastante útil mais tarde.

Resumo

1. O conjunto orçamentário consiste em todas as cestas de bens que o consumidor pode adquirir em determinados níveis de preços e de renda. Em geral suporemos que existem apenas dois bens, mas esse pressuposto é mais geral do que parece.
2. Escrita sob a forma $p_1x_1 + p_2x_2 = m$, a reta orçamentária tem uma inclinação $-p_1/p_2$, um intercepto vertical m/p_2 e um intercepto horizontal m/p_1 .
3. O aumento da renda desloca a reta orçamentária para fora, enquanto o aumento do preço do bem 1 torna-a mais inclinada e o aumento do preço do bem 2 faz com que fique menos inclinada.
4. Os impostos, os subsídios e o racionamento mudam a inclinação e a posição da reta orçamentária porque alteram os preços pagos pelo consumidor.

Questões de Revisão

1. A princípio, o consumidor defronta-se com a reta orçamentária $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Depois, o preço do bem 1 dobra, o do bem 2 passa a ser oito vezes maior e a renda quadruplica. Escreva uma equação para a nova reta orçamentária com relação aos preços e à renda originais.

2. O que ocorre com a reta orçamentária se o preço do bem 2 aumentar, mas a renda e o preço do bem 1 permanecerem constantes?
3. Se o preço do bem 1 duplicar e o do bem 2 triplicar, como ficará a reta orçamentária: mais inclinada ou menos inclinada?
4. Qual a definição de um bem numerário?
5. Imaginemos que o governo baixe um imposto de US\$0,15 sobre o galão da gasolina e depois resolva criar um subsídio para a gasolina a uma taxa de US\$0,07 por galão. Essa combinação equivale a que taxa líquida?
6. Suponhamos que a equação orçamentária seja dada por $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. O governo decide impor um imposto de montante fixo de u , um imposto t sobre a quantidade do bem 1 e um subsídio s sobre a quantidade para o bem 2. Qual será a fórmula da nova reta orçamentária?
7. Se, ao mesmo tempo, a renda de um consumidor aumentar e um dos preços diminuir, estará ele necessariamente tão próspero quanto antes?

PREFERÊNCIAS

No Capítulo 2, vimos que o modelo econômico do comportamento do consumidor é muito simples: as pessoas escolhem as melhores coisas pelas quais podem pagar. O capítulo anterior foi dedicado ao esclarecimento do “poder pagar”; já este capítulo visa a esclarecer o conceito econômico de “melhores coisas”.

Chamamos os objetos de escolha do consumidor de **cestas de consumo**. Constituem elas uma relação completa dos bens e serviços envolvidos no problema de escolha que investigamos. A palavra “completa” merece destaque: quando analisar o problema da escolha do consumidor, assegure-se de incluir na definição da cesta de consumo todos os bens apropriados.

Se analisarmos a escolha do consumidor de modo mais amplo, desejaremos ter não só a relação completa dos bens que o consumidor possa adquirir, como ainda a descrição de quando, onde e sob que circunstâncias esses bens podem ficar disponíveis. Afinal, as pessoas preocupam-se tanto com a quantidade de comida que terão amanhã quanto com a que terão hoje. Uma balsa no meio do oceano Atlântico é bem diferente de uma balsa em pleno deserto do Saara. E um guarda-chuva é um bem bastante diferente quando chove do que quando faz sol. É sempre bom imaginar quão diferente é o “mesmo” bem disponível em lugares ou circunstâncias diversas, uma vez que, conforme a situação, o consumidor pode valorizar o bem de maneira diferente.

No entanto, quando limitamos nossa atenção a um simples problema de escolha, os bens relevantes são em geral óbvios. Adotaremos com frequência a idéia descrita anteriormente de utilizar apenas dois bens e chamar um deles de “todos os demais bens”, de modo que possamos focalizar a relação de troca entre um bem e todo o resto. Dessa forma, podemos exa-

minar escolhas de consumo que envolvam muitos bens e, ainda assim, utilizar diagramas bidimensionais.

Consideremos, então, que nossa cesta de consumo consista em dois bens e deixemos que x_1 represente a quantidade de um bem e x_2 a quantidade de outro. A cesta completa de consumo será, pois, representada por (x_1, x_2) . Conforme já assinalado, ocasionalmente abreviaremos essa cesta por X .

3.1 Preferências do Consumidor

Suporemos que, dadas duas cestas de consumo quaisquer, (x_1, x_2) e (y_1, y_2) , o consumidor poderá classificá-las de acordo com o grau de desejabilidade que cada uma delas tenha para ele. Ou seja, o consumidor poderá concluir que uma das cestas de consumo é bem melhor do que a outra ou achar que é indiferente a ambas.

Utilizaremos o símbolo \succ para significar que uma cesta é **estritamente preferida** a outra, de modo que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ deve ser interpretado como significando que o consumidor **prefere de maneira estrita** (x_1, x_2) a (y_1, y_2) , no sentido que ele quer, definitivamente, a cesta x , em vez da cesta y . Essa relação de preferência visa a ser uma noção operacional. Se o consumidor prefere uma cesta a outra, isso significa que ele escolherá uma a outra, se tiver oportunidade para isso. Assim, a idéia de preferência baseia-se no *comportamento* do consumidor. Para descobrirmos qual das cestas é a preferida, observamos como o consumidor se comporta em situações de escolha que envolvam as duas cestas. Se ele sempre escolhe (x_1, x_2) quando (y_1, y_2) também está disponível, é então natural afirmar que esse consumidor prefere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) .

Se o consumidor mostra-se **indiferente** entre duas cestas de bens, utilizamos o símbolo \sim e grafamos $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$. Mostrar-se indiferente significa que, segundo suas próprias preferências, o consumidor sentir-se-ia satisfeito tanto com a cesta (x_1, x_2) quanto com a (y_1, y_2) .

Se o consumidor prefere ambas as cestas ou mostra-se indiferente na escolha entre elas, dizemos que ele **prefere fracamente** (x_1, x_2) a (y_1, y_2) e grafamos $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.

Essas relações de preferência estrita, preferência fraca e indiferença não são conceitos independentes, elas têm relação entre si! Por exemplo, se $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ e $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$, podemos concluir que $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$. Isto é, se o consumidor considera (x_1, x_2) pelo menos tão boa quanto (y_1, y_2) e (y_1, y_2) pelo menos tão boa quanto (x_1, x_2) , então ele tem de ser indiferente entre as duas cestas de bens.

Do mesmo modo, se sabemos que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$, mas também sabemos que esse não é o caso de $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, podemos concluir que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$. Isso apenas nos diz que se o consumidor pensa que (x_1, x_2) é pelo menos tão bom quanto (y_1, y_2) e que ele não se mostra indiferente a nenhu-

ma das duas cestas, então ele com certeza deve considerar (x_1, x_2) estritamente melhor que (y_1, y_2) .

3.2 Pressupostos sobre Preferências

Os economistas em geral fazem algumas suposições sobre a “consistência” das preferências dos consumidores. Por exemplo, parece pouco razoável – para não dizer contraditório – termos uma situação em que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ e, ao mesmo tempo $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$, porque isso significaria que o consumidor tem estrita preferência pela cesta x em detrimento da cesta y ... e vice-versa.

Por isso costumamos assumir alguns pressupostos sobre como funcionam as relações de preferência. Alguns dos pressupostos sobre as preferências são tão fundamentais que podemos chamá-los de “axiomas” da teoria do consumidor. Eis aqui três desses axiomas sobre preferência do consumidor.

Completa. Supomos que é possível comparar duas cestas quaisquer. Ou seja, dada uma cesta x qualquer e uma cesta y qualquer, pressupomos que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ ou $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$ ou, ainda, ambas, caso em que o consumidor é indiferente entre as duas cestas.

Reflexiva. Supomos que todas as cestas são pelo menos tão boas quanto elas mesmas: $(x_1, x_2) \succeq (x_1, x_2)$.

Transitiva. Se $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ e $(y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2)$, pressupomos então que $(x_1, x_2) \succeq (z_1, z_2)$. Em outras palavras, se o consumidor acha que X é pelo menos tão boa quanto Y e que Y é pelo menos tão boa quanto Z , então ele acha que X é pelo menos tão boa quanto Z .

O primeiro axioma, o de que a preferência é completa, raramente é alvo de objeções, pelo menos no que tange aos tipos de escolhas que os economistas em geral examinam. Dizer que se podem comparar quaisquer duas cestas é o mesmo que afirmar que o consumidor é capaz de escolher entre duas cestas quaisquer dadas. Alguém pode imaginar situações extremas que envolvam escolhas de vida ou de morte, escolhas essas de classificação difícil ou mesmo impossível. Tais escolhas, contudo, situam-se em sua maioria fora do domínio da análise econômica.

O segundo axioma, o da reflexividade, é trivial. Qualquer cesta é pelo menos tão boa quanto uma outra idêntica. Os pais de crianças pequenas podem às vezes observar comportamentos que contradizem esse pressuposto, mas ele parece plausível para a maior parte do comportamento adulto.

O terceiro axioma, o da transitividade, é mais problemático. Não está claro se a transitividade de preferências é *necessariamente* uma propriedade obrigatória das preferências. O pressuposto de que as preferências são

transitivas não parece ser imperioso em termos só da lógica pura. De fato, não é. A transitividade é uma hipótese sobre o comportamento de escolha das pessoas, não uma afirmação de lógica pura. Não importa se ela é ou não um fato básico da lógica: o que interessa é se ela representa ou não uma descrição acurada de como as pessoas se comportam.

O que você pensaria de uma pessoa que dissesse que prefere a cesta X à cesta Y e que prefere a cesta Y à Z, mas que também prefere a cesta Z à X? Isso certamente seria encarado como indício de um comportamento estranho.

Mais importante ainda, como se comportaria esse consumidor ao ter de escolher entre as três cestas X, Y e Z? Se lhe pedíssemos que escolhesse a cesta de que mais gosta, ele enfrentaria um problema grave, pois, independentemente da cesta que escolhesse, sempre haveria uma preferida àquela. Para que possamos ter uma teoria na qual as pessoas façam suas "melhores" escolhas, as preferências têm de satisfazer o axioma da transitividade ou algo muito parecido com ele. Se as preferências não fossem transitivas, poderia haver um conjunto de cestas para as quais não houvesse uma escolha melhor.

3.3 Curvas de Indiferença

O fato é que toda a teoria da escolha do consumidor pode ser formulada em termos de preferências que satisfaçam os três axiomas acima descritos, além de poucos outros pressupostos técnicos. Todavia, acharemos conveniente descrever preferências de modo gráfico mediante o uso de uma forma de interpretação conhecida como **curvas de indiferença**.

Observe a Figura 3.1, em que estão ilustrados dois eixos que representam o consumo dos bens 1 e 2 por um consumidor. Tomemos uma determinada cesta de consumo (x_1, x_2) e vamos sombrear todas as cestas de consumo que sejam fracamente preferidas a (x_1, x_2) . Isso se chama **conjunto fracamente preferido**. As cestas situadas nos limites desse conjunto – as cestas para as quais o consumidor é apenas indiferente a (x_1, x_2) – formam a **curva de indiferença**.

Podemos traçar uma curva de indiferença através de qualquer cesta que quisermos. A curva de indiferença traçada através de uma cesta de consumo consiste em todas as cestas de bens que deixam o consumidor indiferente à cesta dada.

Um problema em usar as curvas de indiferença para descrever preferências é que elas mostram apenas as cestas que o consumidor percebe como indiferentes entre si – as curvas não distinguem as cestas melhores das piores. Vale a pena às vezes colocar pequenas setas nas curvas de indiferença para indicar a direção das cestas preferidas. Não faremos isso em todos os casos, mas sim em alguns exemplos que, do contrário, poderiam tornar-se confusos.

Se não fizermos novas suposições sobre as preferências, as curvas de indiferença podem, com efeito, assumir formas bem peculiares. Mas, mes-

mo nesse nível de generalidade, podemos afirmar um princípio importante sobre as curvas de indiferença: *as curvas de indiferença que representem níveis distintos de preferência não podem se cruzar*. Ou seja, a situação descrita na Figura 3.2 não pode ocorrer.

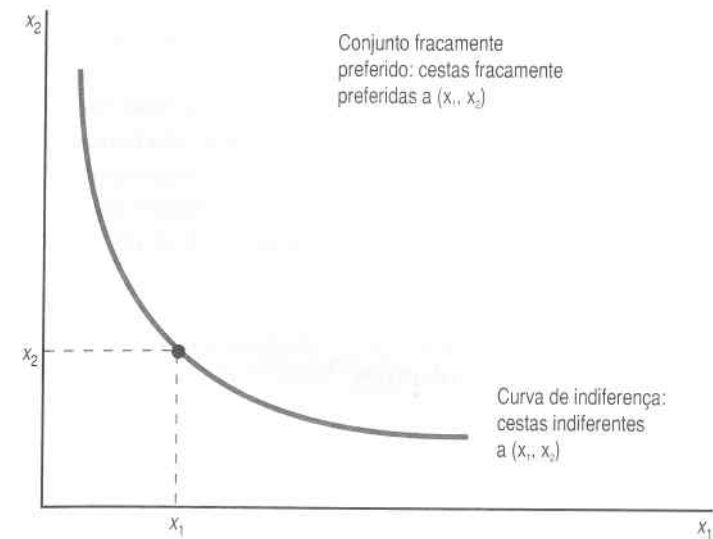


FIGURA 3.1 **Conjunto fracamente preferido.** A área sombreada consiste em todas as cestas que são pelo menos tão boas quanto a cesta (x_1, x_2) .

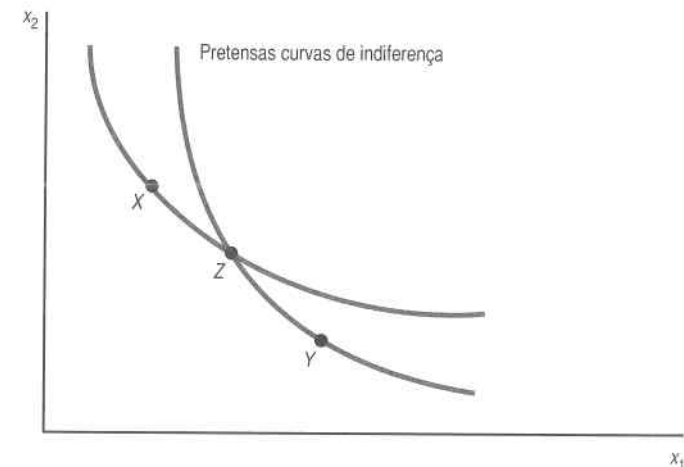


FIGURA 3.2 **As curvas de indiferença não podem se cruzar.** Se o fizessem, as cestas de bens X, Y e Z teriam todas de ser indiferentes umas às outras e, assim, não poderiam situar-se em curvas de indiferença distintas.

Para comprovar isso, escolhemos três cestas de bens, X , Y e Z , de modo que X se situe em apenas uma curva de indiferença, Y fique somente na outra e Z se localize no intercepto dessas curvas. Por pressuposto, as curvas de indiferença representam níveis distintos de preferência, de modo que uma das cestas, digamos X , é estritamente preferida à outra cesta, Y . Sabemos que $X \sim Z$ e que $Z \sim Y$ e que o axioma da transitividade implica, pois, que $X \sim Y$. Isso, porém, contradiz o pressuposto de que $X \succ Y$. Essa contradição confirma o resultado – as curvas de indiferença que representam níveis distintos de preferência não podem se cruzar.

Que outras propriedades têm as curvas de indiferença? Em teoria, a resposta é: não muitas. As curvas de indiferença são um modo de descrever preferências. Quase todas as preferências “razoáveis” que se possam imaginar podem ser descritas pelas curvas de indiferença. O truque está em saber que tipos de preferências originam que formas de curvas de indiferença.

3.4 Exemplos de Preferências

Tentemos relacionar as preferências às curvas de indiferença por intermédio de alguns exemplos. Iremos descrever algumas preferências e depois ver como se parecem as curvas de indiferença que as representam.

Há um procedimento geral para a elaboração de curvas de indiferença a partir da descrição “verbal” das preferências. Primeiro ponha o lápis no gráfico em alguma cesta de consumo (x_1, x_2) . A seguir imagine dar um pouco mais do bem 1, Δx_1 , ao consumidor, movendo-o para $(x_1 + \Delta x_1, x_2)$. Agora, indague-se: que mudanças teria de fazer no consumo de x_2 para tornar o consumidor indiferente ao ponto original de consumo? Chame essa mudança de Δx_2 . Pergunte-se: “Para uma dada mudança no bem 1, como o bem 2 tem de mudar para tornar o consumidor simplesmente indiferente entre $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$ e (x_1, x_2) ?” Quando você identificar esse movimento numa cesta de consumo, terá traçado um pedaço da curva de indiferença. Tente agora com outra cesta, e assim sucessivamente, até desenvolver um quadro claro da forma geral das curvas de indiferença.

Substitutos Perfeitos

Dois bens são **substitutos perfeitos** quando o consumidor aceita substituir um pelo outro a uma taxa *constante*. O caso mais simples de substituto perfeito ocorre quando o consumidor deseja substituir os bens a uma taxa de um por um.

Suponhamos, por exemplo, que examinamos uma escolha entre lápis vermelhos e azuis e que o consumidor em questão gosta de lápis, mas não se importa nem um pouco com a cor. Peguemos uma cesta de consumo, di-

gamos $(10, 10)$. Então, para esse consumidor, qualquer outra cesta de consumo que contenha 20 lápis será tão boa quanto $(10, 10)$. Do ponto de vista matemático, qualquer cesta de consumo (x_1, x_2) tal que $x_1 + x_2 = 20$ estará na curva de indiferença desse consumidor que passa por $(10, 10)$. Assim, as curvas de indiferença desse consumidor são todas linhas retas e paralelas com uma inclinação de -1 , conforme mostrado na Figura 3.3. As cestas com um total maior de lápis são preferidas às com um total menor, de modo que a direção de crescimento da preferência é para cima e para a direita, conforme ilustra a Figura 3.3.

Como isso funciona em termos de procedimento geral para traçar as curvas de indiferença? Se estivermos em $(10, 10)$ e aumentarmos a quantidade do primeiro bem em uma unidade, para 11, quanto teremos de alterar o segundo bem para retornar à curva de indiferença original? A resposta é claramente que teremos de diminuir o segundo bem em uma unidade. Assim, a curva de indiferença que passa por $(10, 10)$ terá uma inclinação de -1 . O mesmo procedimento poderá ser realizado em quaisquer cestas de bens com os mesmos resultados – nesse caso, todas as curvas de indiferença terão uma inclinação constante de -1 .

O importante acerca dos substitutos perfeitos é que as curvas de indiferença têm uma inclinação *constante*. Suponhamos, por exemplo, que tenhamos representado graficamente os lápis azuis no eixo vertical e *pares* de lápis vermelhos no eixo horizontal. As inclinações das curvas de indiferença desses dois bens teriam uma inclinação de -2 , uma vez que o consumidor desejaria desistir de dois lápis azuis para obter mais um *par* de lápis vermelhos.

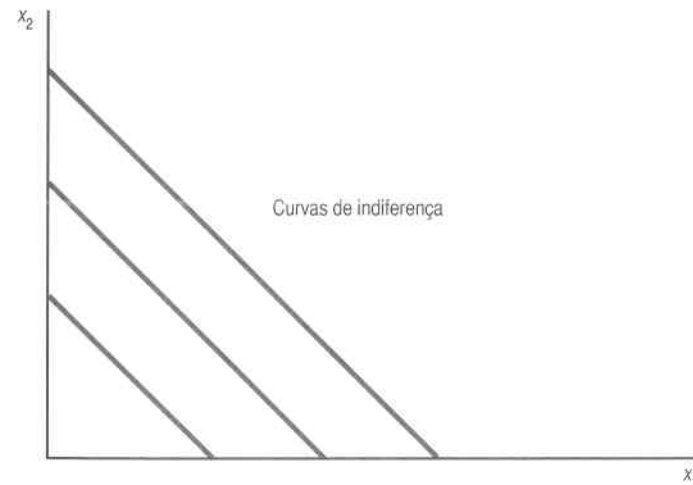


FIGURA 3.3 *Substitutos perfeitos.* O consumidor só se importa com o número total de lápis, não com a cor deles. Assim, as curvas de indiferença são linhas retas com inclinação de -1 .

Consideraremos no livro-texto primeiro o caso em que os bens são substitutos perfeitos a uma taxa de um por um e deixaremos para tratar do caso geral no livro de exercícios.

Complementares Perfeitos

Complementares perfeitos são bens consumidos sempre juntos e em proporções fixas. De algum modo, esses bens “complementam-se” mutuamente. Um bom exemplo são os pés direito e esquerdo de um par de sapatos. O consumidor gosta de sapatos, mas sempre usa juntos os pés direito e esquerdo. Ter apenas um pé do par de sapatos não traz nenhum bem ao consumidor.

Tracemos as curvas de indiferença dos complementares perfeitos. Suponhamos que pegamos a cesta de consumo (10, 10). Em seguida, acrescentamos um pé direito de sapato de modo a ter (11, 10). Por pressuposto, isso deixa o consumidor indiferente à posição original: o pé de sapato adicional não lhe proporciona benefício algum. O mesmo ocorre se adicionarmos um pé esquerdo: o consumidor também permanece indiferente entre (10, 11) e (10, 10).

Assim, as curvas de indiferença têm o formato de um L, cujo vértice ocorre onde o número de pés esquerdos iguala o de pés direitos, como na Figura 3.4.

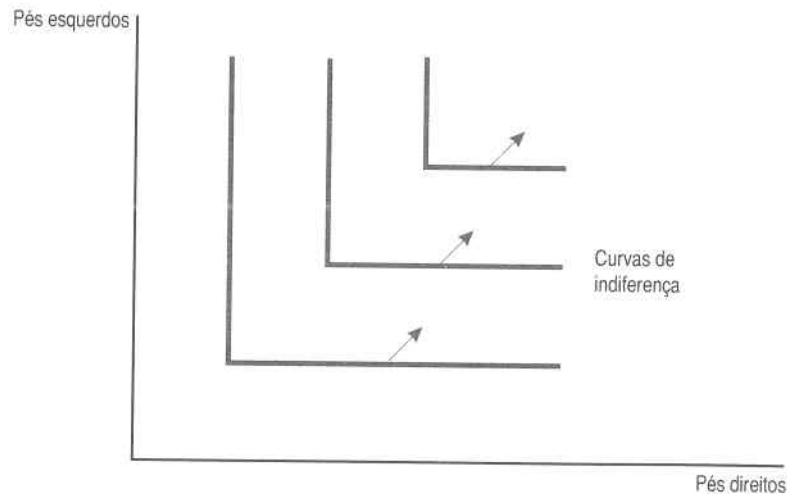


FIGURA 3.4 Complementares perfeitos. O consumidor sempre quer consumir os bens em proporções fixas entre eles. Isso faz com que as curvas de indiferença tenham forma de L.

O aumento do número tanto de pés esquerdos como de direitos levará o consumidor a uma posição preferível, de modo que a direção de aumento de preferência será de novo para cima e para a direita, conforme ilustrado no diagrama.

O importante sobre os bens complementares perfeitos é que o consumidor prefere consumi-los em proporções fixas, sem necessidade de que a proporção seja de um por um. Se um consumidor sempre usa duas colheres de chá de açúcar em sua xícara de chá e não usa açúcar para mais nada, mesmo assim as curvas de indiferença serão ainda em forma de L. Nesse caso, os lados do L ocorrerão em (duas colheres de açúcar, uma xícara de chá), (quatro colheres de açúcar, duas xícaras de chá) e assim em diante, em vez de em (um pé direito de sapato, um pé esquerdo de sapato), (dois pés direitos de sapato, dois pés esquerdos de sapato) e daí em diante.

Examinaremos primeiro no livro-texto o caso em que os bens são consumidos em proporções de um por um e deixaremos para tratar o caso geral no livro de exercícios.

Males

Um bem **mau** é uma mercadoria da qual o consumidor não gosta. Por exemplo, suponhamos que as mercadorias em questão sejam pimentão e anchova – e que o consumidor adore pimentão, mas não goste de anchova. Suponhamos, porém, que haja uma possibilidade de compensação entre o pimentão e a anchova. Ou seja, haveria numa *pizza* determinada quantidade de pimentão que compensasse o consumidor por ter de consumir certa quantidade de anchova. Como poderíamos representar essas preferências com o uso de curvas de indiferença?

Peguemos uma cesta (x_1, x_2) que consista em um pouco de pimentão e um pouco de anchova. Se dermos ao consumidor mais anchova, o que teremos de fazer com o pimentão para mantê-lo na mesma curva de indiferença? Evidentemente, teremos de dar mais pimentão ao consumidor para compensá-lo por ter de aturar a anchova. Portanto, o consumidor terá de ter curvas de indiferença que se inclinam para cima e para a direita, conforme retratado na Figura 3.5.

A direção de aumento da preferência é para baixo e para a direita – isto é, no sentido da diminuição do consumo de anchova e do aumento do consumo de pimentão, exatamente como ilustram as setas do diagrama.

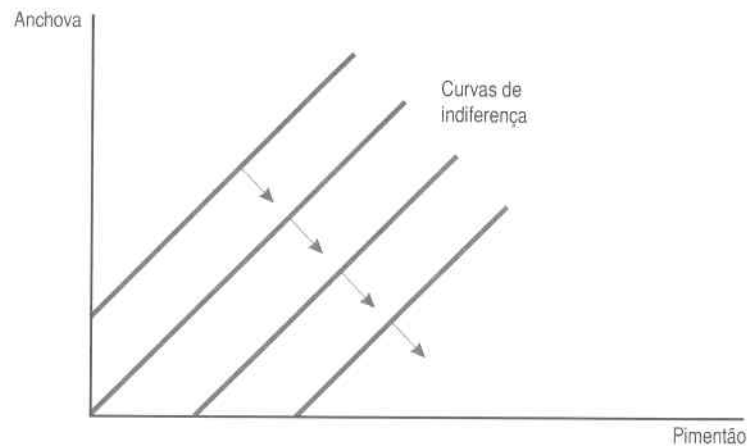


FIGURA 3.5 Males. Aqui, a anchova é um bem “mau” e o pimentão é um “bem”^{**} para o consumidor. Assim, as curvas de indiferença têm uma inclinação positiva.

Neutros

Um **bem** é **neutro** se o consumidor não se importar com ele nem de um jeito nem de outro. E se o consumidor for exatamente neutro com relação à anchova?¹ Nesse caso, suas curvas de indiferença serão linhas verticais, como retrata a Figura 3.6.

Ele só se preocupa com a quantidade de pimentão que tem e não liga em absoluto para o número de anchovas que possui. Quanto mais pimentão, melhor, mas o aumento da quantidade de anchova não o afeta nem de um modo nem de outro.

Saciedade

Às vezes desejamos examinar uma situação que envolva **saciedade**, na qual há uma cesta melhor que todas as outras para o consumidor, e quanto mais perto ele estiver dela, melhor ele estará, de acordo com suas preferências. Suponhamos, por exemplo, que o consumidor tenha uma cesta de bens (\bar{x}_1, \bar{x}_2) de maior preferência e quanto mais se afastar dela, pior se sentirá. Nesse caso, diremos que (\bar{x}_1, \bar{x}_2) é o ponto de **saciedade** ou **satisfação**. As curvas de indiferença do consumidor parecem-se com as retratadas na Figura 3.7. O melhor ponto é (\bar{x}_1, \bar{x}_2) , e os pontos mais afastados do ponto de satisfação situam-se nas curvas de indiferença “inferiores”.

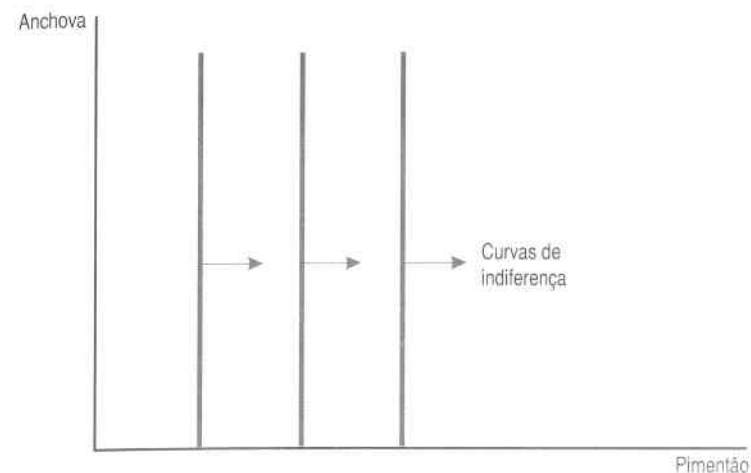


FIGURA 3.6 Um bem neutro. O consumidor gosta de pimentão, mas é neutro em relação à anchova, de modo que as curvas de indiferença são linhas verticais.

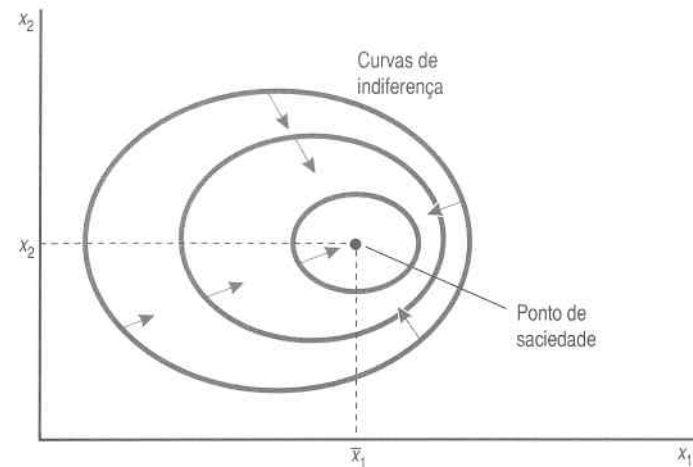


FIGURA 3.7 Preferências saciadas. A cesta (\bar{x}_1, \bar{x}_2) é o ponto de saciedade ou de satisfação, e as curvas de indiferença cercam esse ponto.

Nesse caso, as curvas de indiferença têm inclinação negativa quando o consumidor tem “muito pouco” ou “demais” de ambos os bens e inclinação positiva quando tem “demais” de um dos bens. Quando ele tem demais de um dos bens, esse bem torna-se “mau” – a redução do consumo do bem mau leva-o para mais perto de seu “ponto de satisfação”. Se ele tiver demais de ambos os bens, os dois serão males, e a redução do consumo de ambos o conduzirá para mais perto de seu ponto de satisfação.

^{*} Bem aqui significa mercadoria da qual o consumidor gosta. (N.R.T.)

¹ Existe alguém neutro quando se trata de anchovas?

Suponhamos, por exemplo, que os dois bens sejam bolo de chocolate e sorvete. Deve haver uma quantidade ótima de bolo de chocolate e de sorvete que desejaríamos comer por semana. Qualquer quantidade a menos ou a mais nos deixaria piores.

Se refletirmos sobre o assunto, veremos que nesse particular a maior parte dos bens são como o bolo de chocolate e o sorvete – podemos ter quase tudo em excesso. No entanto, em geral as pessoas não *escolheriam* de maneira voluntária ter uma quantidade excessiva dos bens que consomem. Por que se desejaria querer ter mais do que se quer de alguma coisa? Portanto, do ponto de vista da escolha econômica, a região que interessa é aquela em que se tem *menos* do que se quer da maioria dos bens. As escolhas com as quais as pessoas realmente se preocupam são as desse tipo, e é com elas que nos preocuparemos.

Bens Discretos

Em geral pensamos em medir os bens em unidades em que as quantidades fracionárias façam sentido – podemos consumir, em média, 47 litros* de leite por mês, muito embora compremos um litro de cada vez. Mas às vezes queremos examinar preferências com relação a bens que, por sua própria natureza, são representados em unidades discretas.

Consideremos, por exemplo, a demanda dos consumidores por automóveis. Poderíamos definir a demanda por automóveis em termos do tempo gasto com seu uso, de maneira a ter uma variável contínua, mas, para muitos fins, o que interessa mesmo é o verdadeiro número de carros demandados.

Não é difícil usar as preferências para descrever o comportamento de escolha para esse tipo de bem discreto. Suponhamos que x_2 seja o dinheiro a ser gasto em outros bens e que x_1 seja um **bem discreto**, disponível apenas em quantidades inteiras. Na Figura 3.8 ilustraremos a aparência das “curvas” de indiferença e do conjunto fracamente preferido desse tipo de bem. Nesse caso, as cestas indiferentes a uma dada cesta constituirão um conjunto de pontos discretos. O conjunto de cestas pelo menos tão bom como uma cesta em particular será um conjunto de segmentos de retas.

A escolha entre enfatizar ou não a natureza discreta de um bem dependerá de nossa aplicação. Se o consumidor escolher apenas uma ou duas unidades do bem durante o período de nossa análise, pode ser importante reconhecer a natureza discreta da escolha. Contudo, se o consumidor escolher 30 ou 40 unidades do bem, então provavelmente será conveniente pensar nisso como um bem contínuo.

* Em termos de medidas americanas, “one gallon” corresponde a 3,785 litros, logo, “12.43 gallons” representam cerca de 47 litros ($12.43 \times 3,785 = 47.04755$). (N.R.T.)

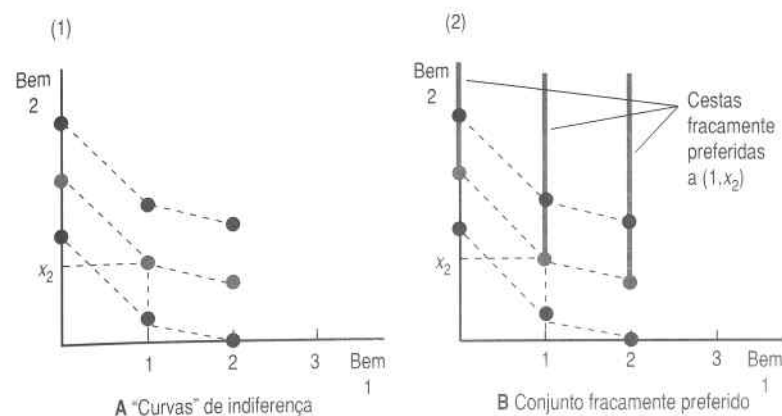


FIGURA 3.8 Bem discreto. Aqui, o bem 1 só está disponível em quantidades inteiras. No painel A, as linhas tracejadas ligam entre si as cestas que são indiferentes, e no painel B as linhas verticais representam cestas que são pelo menos tão boas quanto a cesta indicada.

3.5 Preferências Bem-comportadas

Já vimos alguns exemplos de curvas de indiferença. Conforme pudemos observar, esses diagramas simples podem descrever muitos tipos de preferências, razoáveis ou não. Mas se quisermos descrever as preferências em geral, será conveniente focalizar algumas formas gerais de curvas de indiferença. Nessa seção, descreveremos alguns pressupostos mais gerais que tipicamente assumiremos sobre as preferências; abordaremos ainda as implicações desses pressupostos para as formas das curvas de indiferença a eles relacionadas. Esses pressupostos, porém, não são os únicos possíveis; em algumas situações desejaremos utilizar pressupostos diferentes, mas os consideraremos como as características de definição das **curvas de indiferença bem-comportadas**.

Suporemos de início que mais é melhor, isto é, que estamos falando sobre *bens*, não *males*. Mais precisamente, se (x_1, x_2) for uma cesta de bens e (y_1, y_2) uma cesta de bens com pelo menos o mesmo número de ambos os bens e mais de um, então $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$. Essa suposição é às vezes chamada de **monotonicidade** de preferências. Conforme sugerimos em nossa discussão sobre a saciedade, o mais é melhor provavelmente só até certo ponto. Assim, a suposição da monotonicidade diz apenas que examinaremos situações *antes* de alcançar esse ponto – antes que se manifeste qualquer saciedade –, enquanto mais *ainda* é melhor. A teoria econômica não seria um assunto muito interessante num mundo em que todos estivessem saciados em seu consumo de todos os bens.

Qual a implicação da monotonicidade no tocante à forma das curvas de indiferença? Implica que elas tenham uma inclinação *negativa*. Examinemos a Figura 3.9. Se partirmos de uma cesta (x_1, x_2) e nos movermos para algum lugar acima e à direita, teremos de estar nos movendo em direção a uma posição preferida. Se nos movermos para baixo e para a esquerda, teremos de estar nos movendo para uma posição pior. Portanto, se nos movermos para uma posição *indiferente*, estaremos nos movendo para a esquerda e para cima ou para a direita e para baixo: a curva de indiferença tem de ter uma inclinação negativa.

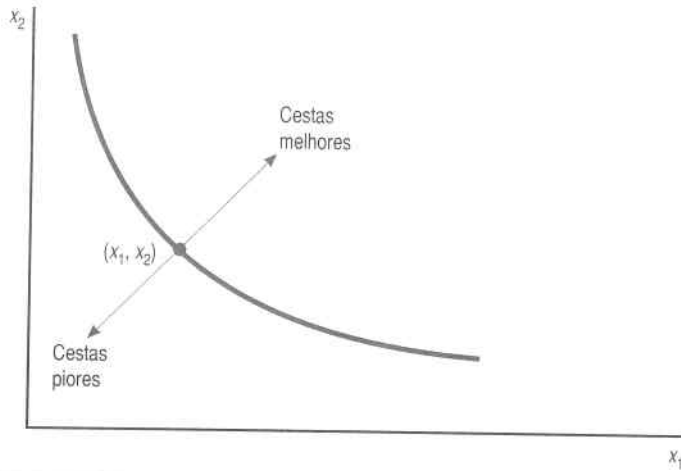


FIGURA 3.9 *Preferências monotônicas.* Mais de ambos os bens é melhor para esse consumidor; menos de ambos os bens representa uma cesta pior.

Em segundo lugar, iremos pressupor que as médias são preferidas aos extremos. Isto é, se pegarmos duas cestas de bens (x_1, x_2) e (y_1, y_2) na mesma curva de indiferença e tirarmos uma média ponderada das duas cestas, assim como

$$\left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}y_1, \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}y_2 \right),$$

então a cesta média será pelo menos tão boa quanto ou estritamente preferida a cada uma das duas cestas extremas. Essa cesta de média ponderada tem a quantidade média do bem 1 e a quantidade média do bem 2, presentes em ambas as cestas. Situa-se, pois, no meio da reta que liga a cesta x à cesta y .

Na verdade, manteremos essa suposição para todos os pesos t entre 0 e 1, e não apenas para 1/2. Logo, suporemos que se $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, então

$$(tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2) \succ (x_1, x_2)$$

para qualquer t , de modo que $0 \leq t \leq 1$. Essa média ponderada das duas cestas fornece o peso de t para a cesta x e o peso de $1-t$ para a cesta y . Portanto, a distância da cesta x para a cesta média é apenas uma fração t da distância entre a cesta x e a cesta y ao longo da reta que liga as duas cestas.

O que essa suposição sobre as preferências significa, do ponto de vista geométrico? Significa que o conjunto de cestas fracamente preferidas a (x_1, x_2) é um **conjunto convexo**. Suponhamos que (y_1, y_2) e (x_1, x_2) sejam cestas indiferentes. Se as médias forem preferidas aos extremos, todas as médias ponderadas de (x_1, x_2) e de (y_1, y_2) serão fracamente preferidas a (x_1, x_2) e a (y_1, y_2) . O conjunto convexo tem a propriedade de que se pegarmos dois pontos *qualquer* do conjunto e traçarmos o segmento de linha que liga esses dois pontos, o segmento de linha ficará todo dentro do conjunto.

A Figura 3.10A representa um exemplo de preferências convexas, enquanto as Figuras 3.10B e 3.10C mostram exemplos de preferências não-convexas. A Figura 3.10C apresenta as preferências tão não-convexas que talvez quiséssemos chamá-las de “preferências côncavas”.

Você consegue imaginar preferências que não sejam convexas? Uma possibilidade pode ser algo parecido com minhas preferências por sorvete e azeitonas. Gosto de sorvete e de azeitonas... mas não juntos! Ao pensar sobre meu consumo na próxima hora, posso ficar indiferente entre consumir 250 gramas de sorvete e 60 gramas de azeitonas ou 250 gramas de azeitonas e 60 gramas de sorvete. Porém, qualquer dessas duas cestas seria melhor do que consumir 155 gramas de ambos! São esses os tipos de preferências descritos na Figura 3.10C.

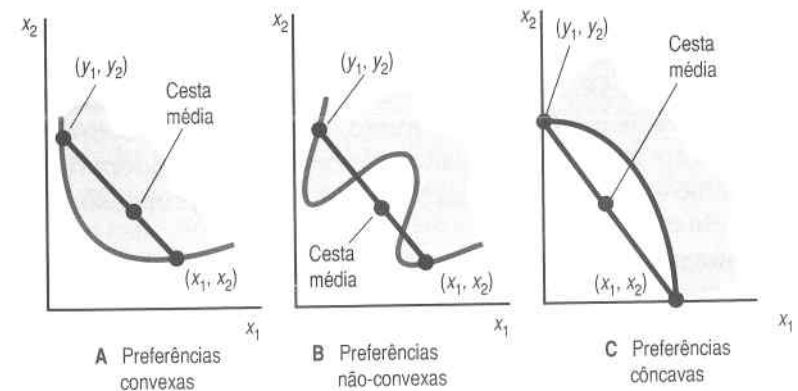


FIGURA 3.10 *Vários tipos de preferências.* O painel A descreve as preferências convexas, o painel B, as preferências não-convexas, e o painel C, as preferências côncavas.

Por que desejamos supor que as preferências bem-comportadas são convexas? Porque, em sua maioria, os bens são consumidos juntos. Os tipos de preferências descritos nas Figuras 3.10B e 3.10C implicam que o consumidor preferiria especializar-se, pelo menos em determinado grau, e consumir somente um dos bens. Entretanto, o normal é que o consumidor queira trocar um pouco de um bem por outro e acabar por consumir um pouco de cada, em vez de especializar-se em consumir apenas um dos dois bens.

Com efeito, se examinarmos minhas preferências de consumo *mensal* de sorvete e azeitonas, em vez de meu consumo imediato, elas tenderiam a parecer muito mais com a Figura 3.10A do que com a Figura 3.10C. Todos os meses eu preferiria consumir um pouco de sorvete e um pouco de azeitonas – ainda que em ocasiões diferentes – a especializar-me em consumir um ou outro o mês inteiro.

Por fim, uma extensão do pressuposto da convexidade é a suposição da **convexidade estrita**. Isso significa que a média ponderada de duas cestas indiferentes é *estritamente* preferida às duas cestas extremas. As preferências convexas podem ter pontos planos, enquanto as preferências *estritamente* convexas têm de ter curvas de indiferença “arredondadas”. As preferências por dois bens que sejam substitutos perfeitos é convexa, mas não estritamente convexa.

3.6 Taxa Marginal de Substituição

Sempre acharemos útil fazermos referência à inclinação de uma curva de indiferença num determinado ponto. Essa idéia é tão útil que até tem um nome: a inclinação da curva de indiferença é conhecida como a **taxa marginal de substituição (TMS)**. O nome provém do fato de que a TMS mede a taxa à qual o consumidor está propenso a substituir um bem por outro.

Suponhamos que retiramos do consumidor um pouco do bem 1, Δx_1 . Damos-lhe, então, Δx_2 , quantidade suficiente apenas para colocá-lo de volta em sua curva de indiferença, de modo que ele fique tão bem depois dessa substituição de x_2 por x_1 como estava antes. Consideramos a razão $\Delta x_2/\Delta x_1$ como sendo a *taxa* à qual o consumidor está propenso a substituir o bem 2 pelo bem 1.

Imaginemos agora Δx_1 como uma mudança muito pequena – uma mudança marginal. Então, a taxa $\Delta x_2/\Delta x_1$ mede a taxa *marginal* de substituição do bem 2 pelo bem 1. À medida que Δx_1 diminui, $\Delta x_2/\Delta x_1$ aproxima-se da inclinação da curva de indiferença, conforme pode ser visto na Figura 3.11.

Quando grafarmos a razão $\Delta x_2/\Delta x_1$, consideraremos tanto o numerador quanto o denominador sempre como números pequenos – que descrevem mudanças *marginais* na cesta de consumo original. Assim, a razão que define a TMS descreverá sempre a inclinação da curva de indiferença: a

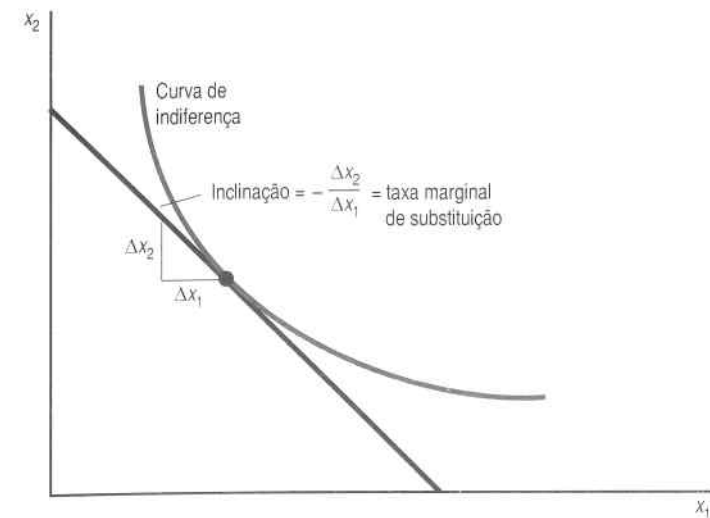


FIGURA 3.11 Taxa marginal de substituição (TMS). A taxa marginal de substituição mede a inclinação da curva de indiferença.

taxa à qual o consumidor está propenso a substituir um pouco mais de consumo do bem 2 por um pouco menos de consumo do bem 1.

O que confunde um pouco a respeito da TMS é que ela costuma ser um número *negativo*. Já vimos que as preferências monotônicas implicam que as curvas de indiferença têm de ter inclinação negativa. Como a TMS é a medida numérica da inclinação de uma curva de indiferença, ela naturalmente será um número negativo.

A taxa marginal de substituição avalia um aspecto interessante do comportamento do consumidor. Suponhamos que o consumidor tenha preferências bem-comportadas, isto é, monotônicas e convexas, e que ele atualmente consuma algum tipo de cesta (x_1, x_2) . Agora, proporemos a ele um negócio: ele poderá trocar o bem 1 pelo bem 2, e vice-versa, em qualquer quantidade, a uma “taxa de troca” de E .

Ou seja, se o consumidor abrir mão de Δx_1 unidades do bem 1, ele poderá obter em troca $E\Delta x_1$ unidades do bem 2. Ou, ao contrário, se abrir mão de Δx_2 unidades do bem 2, poderá obter $\Delta x_2/E$ unidades do bem 1. Do ponto de vista geométrico, estaremos oferecendo ao consumidor a oportunidade de se mover para qualquer ponto ao longo de uma reta com inclinação de $-E$ que passa por (x_1, x_2) , conforme mostrado na Figura 3.12. A movimentação para cima e para a esquerda de (x_1, x_2) envolve a troca do bem 1 pelo bem 2, e a movimentação para baixo e para a direita envolve a troca do bem 2 pelo bem 1. Em qualquer dos movimentos, a taxa de troca é E . Como a troca envolve sempre a desistência de um bem em troca de outro, a taxa de troca E corresponde à *inclinação* de $-E$.

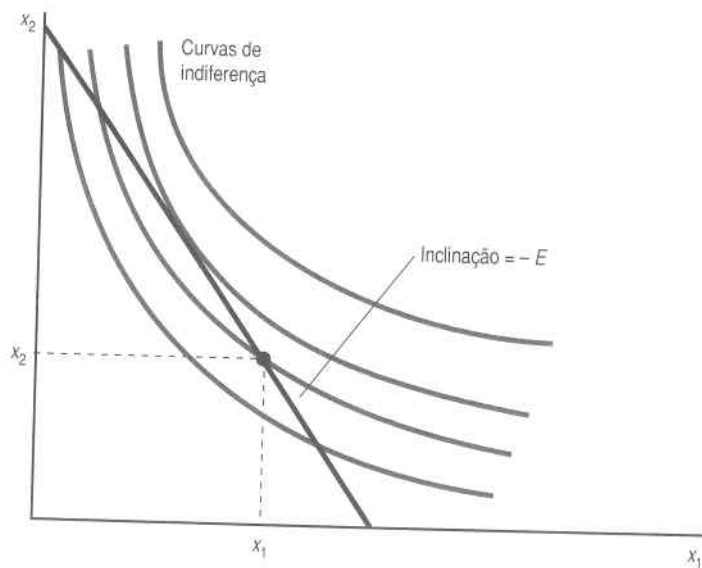


FIGURA 3.12 Intercâmbio a uma taxa de troca. Permitimos aqui que o consumidor troque os bens a uma taxa de troca E , o que implica que ele pode mover-se ao longo de uma reta com inclinação $-E$.

Agora podemos perguntar qual deve ser a taxa de troca para que o consumidor prefira continuar em (x_1, x_2) ? Para responder a essa pergunta, observamos simplesmente que a qualquer tempo em que a reta de troca cruze a curva de indiferença, haverá alguns pontos naquela reta que serão preferidos a (x_1, x_2) – que se situam acima da curva de indiferença. Assim, se (x_1, x_2) não se mover, a reta de troca terá de tangenciar a curva de indiferença. Ou seja, a inclinação da reta de troca, $-E$, tem de ser a inclinação da curva de indiferença em (x_1, x_2) . A qualquer outra taxa de troca, a reta de troca cortaria a curva de indiferença, permitindo, assim, que o consumidor se movesse para um ponto de maior preferência.

Assim, a inclinação da curva de indiferença, a taxa marginal de substituição, mede a taxa em que o consumidor se encontra na fronteira entre trocar ou não trocar. A qualquer taxa de troca que não seja a TMS, o consumidor querará trocar um bem pelo outro. Mas, se a taxa de troca igualar a TMS, o consumidor querará ficar onde está.

3.7 Outras Interpretações da TMS

Dissemos que a TMS mede a taxa em que o consumidor se encontra na fronteira entre querer substituir ou não o bem 1 pelo bem 2. Também poderíamos dizer que o consumidor está a ponto de querer “pagar” com um

pouco do bem 1 para comprar um pouco mais do bem 2. Assim, às vezes se ouve dizer que a inclinação da curva de indiferença mede a **propensão marginal a pagar**.

Se o bem 2 representa o consumo de “todos os outros bens”, e é medido em unidades monetárias que se podem gastar em outros bens, então a interpretação da propensão marginal a pagar é muito natural. A taxa marginal de substituição do bem 2 pelo bem 1 corresponde a quantas unidades monetárias se estaria disposto a não despendere em outros bens para consumir um pouco mais do bem 1. A TMS mede, portanto, a propensão marginal a abrir mão de unidades monetárias para consumir um pouco mais do bem 1. Mas abrir mão dessas unidades monetárias é exatamente como pagar unidades monetárias para consumir um pouco mais do bem 1.

Se usarmos a interpretação da propensão marginal a pagar da TMS, é preciso ter o cuidado de enfatizar tanto o aspecto “marginal” quanto o de “propensão”. A TMS mede a quantidade do bem 2 que alguém tem *propensão* a pagar para obter uma quantidade *marginal* de consumo extra do bem 1. O que na verdade se *tem* de pagar por uma quantidade adicional de consumo pode ser diferente de quanto se está propenso a pagar. A quantia a ser paga dependerá do preço do bem em questão. O quanto se está propenso a pagar não depende do preço, mas sim das preferências do comprador.

Da mesma forma, a quantia que se está propenso a pagar por uma ampla mudança no consumo pode ser diferente de quanto se está propenso a pagar por uma mudança marginal. A verdadeira quantidade que acabamos por adquirir de um bem dependerá de nossas preferências por esse bem e dos preços com os quais nos defrontamos. Quanto estaríamos propensos a pagar por uma pequena quantidade adicional de um bem constitui um aspecto apenas de nossa preferência.

3.8 O Comportamento da TMS

Às vezes é útil ilustrar as formas das curvas de indiferença pela descrição do comportamento da taxa marginal de substituição. Por exemplo, as curvas de indiferença dos “substitutos perfeitos” caracterizam-se pela constância da TMS a -1 . Já no caso dos “neutros”, a TMS é infinita em qualquer ponto, enquanto a preferência por “complementares perfeitos” é caracterizada pelo fato de que a TMS é zero ou infinita, sem meio-termo.

Já assinalamos que a pressuposição da monotonicidade implica que as curvas de indiferença tenham inclinação obrigatoriamente negativa, de modo que a TMS envolva sempre a redução do consumo de um bem para obter mais de outro para preferências monotônicas.

O caso das curvas de indiferença convexas mostra ainda outro tipo de comportamento da TMS. Nas curvas de indiferença estritamente convexas, a TMS – a inclinação da curva de indiferença – diminui (em valor absoluto) à

medida que aumentamos x_1 . Assim, as curvas de indiferença mostram uma **taxa marginal de substituição decrescente**. Isso significa que a taxa à qual a pessoa deseja trocar x_1 por x_2 diminui à medida que aumentamos a quantidade de x_1 . Colocada dessa maneira, a convexidade das curvas de indiferença parece muito natural: ela diz que quanto mais temos de um bem, mais propensos estaremos a abrir mão de um pouco dele em troca de outro bem. (Lembremo-nos, porém, do exemplo do sorvete e das azeitonas – para alguns pares de bens, esse pressuposto pode não se aplicar!)

Resumo

1. Os economistas partem do pressuposto de que o consumidor pode ordenar várias possibilidades de consumo. A maneira como o consumidor ordena as cestas de consumo descreve as preferências dos consumidores.
2. As curvas de indiferença podem ser usadas para descrever diferentes tipos de preferências.
3. As preferências bem-comportadas são monotônicas (no sentido de que mais é melhor) e convexas (o que significa que as médias são preferidas aos extremos).
4. A taxa marginal de substituição (TMS) mede a inclinação da curva de indiferença. Isso pode ser interpretado no sentido de quanto do bem 2 o consumidor estará propenso a abrir mão para adquirir uma quantidade maior do bem 1.

Questões de Revisão

1. Se observarmos o consumidor escolher (x_1, x_2) quando (y_1, y_2) está disponível, poderemos concluir que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$?
2. Imaginemos o grupo de pessoas A, B, C e a relação “pelo menos tão alta quanto”, como em “A é pelo menos tão alta quanto B”. Essa relação é transitiva? Ela é completa?
3. Pegue o mesmo grupo de pessoas e examine a relação “estritamente mais alta que”. Essa relação é transitiva? Ela é reflexiva? Ela é completa?
4. Um técnico de futebol americano de uma faculdade afirma que, dados dois atacantes A e B, ele sempre prefere o que for maior e mais rápido. Essa relação de preferência é transitiva? Ela é completa?
5. Uma curva de indiferença pode cruzar a si mesma? Por exemplo, a Figura 3.2 poderia retratar uma única curva de indiferença?

6. A Figura 3.2 poderia ser uma única curva de indiferença se as preferências fossem monotônicas?

7. Se tanto o pimentão quanto a anchova forem males, a curva de indiferença terá inclinação positiva ou negativa?

8. Explique por que as preferências convexas significam que “as médias são preferidas aos extremos”.

9. Qual é sua taxa marginal de substituição de notas de R\$ 1 por R\$ 5?

10. Se o bem 1 for “neutro”, qual será sua taxa marginal de substituição pelo bem 2?

11. Imagine alguns outros bens para os quais suas preferências podem ser côncavas.

UTILIDADE

Na era vitoriana, os filósofos e economistas referiam-se alegremente à “utilidade” como um indicador do bem-estar geral de uma pessoa. A utilidade era tida como a medida numérica da felicidade do indivíduo. Dada essa idéia, era natural imaginar consumidores fazendo escolhas que maximizassem sua utilidade, ou seja, que os fizessem o mais felizes possível.

O problema é que esses economistas clássicos, na verdade, nunca nos explicaram como se avalia a utilidade. Como medir a “quantidade” de utilidade que cada escolha proporciona? A utilidade de uma pessoa é igual à de outra? O que significa a afirmação de que mais uma barra de chocolate me daria duas vezes mais utilidade que mais uma cenoura? O conceito de utilidade tem algum outro significado além de ser aquilo que as pessoas maximizam?

Esses problemas conceituais levaram os economistas a abandonar a velha visão da utilidade como medida de felicidade e a reformular toda a teoria do comportamento do consumidor com base nas **preferências do consumidor**. A utilidade passou a ser vista somente como um *modo de descrever as preferências*.

Pouco a pouco, os economistas reconheceram que, no que tange ao comportamento de escolha, tudo o que interessava saber a respeito da utilidade era se uma cesta tinha uma maior utilidade do que a outra – o quanto maior era na verdade não importava. No início definiam-se as preferências em termos de utilidade: dizer que a cesta (x_1, x_2) era preferida à (y_1, y_2) significava que a cesta X tinha uma utilidade maior que a Y. Agora, porém, a tendência é encarar a questão de modo inverso. As *preferências* do consumidor são a descrição fundamental para analisar a escolha, enquanto a utilidade constitui apenas uma forma de descrever as preferências.

A **função de utilidade** é um modo de atribuir um número a cada possível cesta de consumo, de modo que se atribuem às cestas mais preferidas números maiores que os atribuídos às menos preferidas. Isto é, a cesta (x_1, x_2) será preferida à (y_1, y_2) se e somente se a utilidade de (x_1, x_2) for maior que a utilidade de (y_1, y_2) : em símbolos, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ se e somente se $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$.

A única propriedade de uma atribuição de utilidade que interessa é o modo como ela *ordena* as cestas de bens. A grandeza da função de utilidade só tem importância na medida em que ela *hierarquiza* as diferentes cestas de consumo. A extensão da diferença de utilidade entre quaisquer duas cestas não importa. A ênfase que esse tipo de utilidade confere ao ordenamento das cestas de bens faz com ele seja chamado de **utilidade ordinal**.

Vejamos, por exemplo, a Tabela 4.1, em que são ilustradas diversas formas de atribuir utilidades a três cestas de bens e em que todas as atribuições ordenam as cestas do mesmo modo. Nesse exemplo, o consumidor prefere A a B e B a C. Todas as formas indicadas são funções de utilidade válidas que descrevem as mesmas preferências, porque todas têm a propriedade de que à cesta A seja atribuído um número maior que o atribuído à cesta B que, por sua vez, recebe um número maior que o atribuído à cesta C.

Cesta	U_1	U_2	U_3
A	3	17	-1
B	2	10	-2
C	1	0,002	-3

TABELA 4.1 Diferentes formas de atribuir utilidades

Como só o que interessa é a ordenação das cestas, pode não haver uma forma única de atribuir utilidades às cestas de bens. Se pudéssemos encontrar um meio determinado de atribuir números de utilidades às cestas de bens, poderíamos descobrir um número infinito de formas de fazê-lo. Se $u(x_1, x_2)$ representa uma forma de atribuir números de utilidades às cestas (x_1, x_2) , a multiplicação de $u(x_1, x_2)$ por 2 (ou qualquer outro número positivo) também seria um meio válido de atribuir utilidades.

A multiplicação por 2 é um exemplo de **transformação monotônica**. A transformação monotônica é um modo de transformar um conjunto de números em outro, mas preservando a ordem original dos números.

A transformação monotônica é em geral representada pela função $f(u)$, que transforma cada número u em outro número $f(u)$, mas preserva a ordem dos números para que $u_1 > u_2$ implique $f(u_1) > f(u_2)$. Uma transformação monotônica e uma função monotônica são, em essência, a mesma coisa.

Exemplos de transformações monotônicas são a multiplicação por um número positivo (por exemplo, $f(u) = 3u$), a adição de um número qualquer (por exemplo, $f(u) = u + 17$), a elevação de u a alguma potência ímpar (por exemplo, $f(u) = u^3$), e assim por diante.¹

Para medir a taxa de variação de $f(u)$ que ocorre quando u varia, basta dividir a diferença registrada em f entre dois valores de u pela mudança ocorrida em u :

$$\frac{\Delta f}{\Delta u} = \frac{f(u_2) - f(u_1)}{u_2 - u_1}$$

Para que a transformação seja monotônica, $f(u_2) - f(u_1)$ tem de ter sempre o mesmo sinal que $u_2 - u_1$. Assim, a taxa de variação da transformação monotônica tem de ser sempre positiva. Isso faz com que o gráfico da transformação monotônica tenha sempre uma inclinação positiva, conforme mostra a Figura 4.1A.

Se $f(u)$ for a transformação monotônica de uma função de utilidade que represente determinadas preferências, então $f(u(x_1, x_2))$ também será uma função de utilidade que representará essas mesmas preferências.

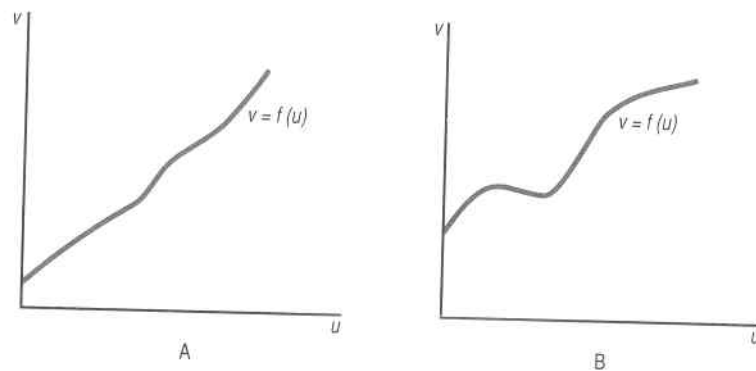


FIGURA 4.1 Uma transformação monotônica positiva. O painel A mostra uma função monotônica – que aumenta indefinidamente. Já o painel B exibe uma função não-monotônica – que umas vezes aumenta e outras diminui.

¹ O que chamamos de “transformação monotônica” é, em sentido estrito, denominado “transformação monotônica positiva”, para distingui-la da “transformação monotônica negativa”, que inverte a ordem dos números. As transformações monotônicas são às vezes chamadas de “transformações monótonas”, o que parece injusto, uma vez que elas, na verdade, podem ser bem interessantes.

Por quê? O argumento baseia-se nas três afirmações seguintes:

1. Dizer que $u(x_1, x_2)$ representa determinadas preferências significa que $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ se e somente se $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$
2. Mas, se $f(u)$ for uma transformação monotônica, então $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ se, e somente se, $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$.
3. Portanto, $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$ se, e somente se, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$, de modo que a função $f(u)$ represente as preferências da mesma forma que a função de utilidade original $u(x_1, x_2)$.

Resumamos essa discussão com o enunciado do seguinte princípio: *a transformação monotônica de uma função de utilidade é uma função de utilidade que representa as mesmas preferências da função de utilidade original.*

Do ponto de vista geométrico, a função de utilidade é uma forma de rotular as curvas de indiferença. Como todas as cestas de uma curva de indiferença têm de ter a mesma utilidade, a função de utilidade constitui um meio de atribuir números às diferentes curvas de indiferença para que as mais altas recebam números maiores. Desse ponto de vista, a transformação monotônica representa apenas uma renumeração das curvas de indiferença. Desde que as curvas de indiferença que contenham as cestas mais preferidas recebam números maiores do que as que contenham cestas menos preferidas, a renumeração representará as mesmas preferências.

4.1 Utilidade Cardinal

Algumas teorias da utilidade atribuem um significado determinado à grandeza da utilidade. Conhecidas como teorias da **utilidade cardinal**, essas teorias partem do pressuposto de que o tamanho da diferença de utilidade entre duas cestas de bens é de alguma significância.

Para sabermos se uma pessoa prefere uma cesta de bens a outra, basta lhe oferecermos a possibilidade de escolha entre as duas cestas e observarmos qual a escolhida. Saberemos, assim, como atribuir uma utilidade ordinal às duas cestas de bens: simplesmente atribuiremos à cesta escolhida uma utilidade maior que a atribuída à cesta rejeitada. Qualquer tipo de atribuição que faça isso constituirá uma função de utilidade. Temos, portanto, um critério operacional para saber se, para determinada pessoa, a utilidade de uma cesta é maior que a de outra.

Mas como saber se uma pessoa gosta duas vezes mais de uma cesta do que de outra? Como *você* mesmo poderia dizer que gosta duas vezes mais de uma cesta do que de outra?

Várias definições poderiam ser propostas para esse tipo de atribuição: gosto de uma cesta duas vezes mais do que de outra se eu estiver disposto a pagar por ela duas vezes o que estou disposto a pagar pela outra. Ou, ain-

da, gosto de uma cesta duas vezes mais do que de outra se estiver disposto a percorrer o dobro do caminho, esperar o dobro do tempo, ou me arriscar o dobro para consegui-la.

Não há nada de errado com essas definições: todas elas proporcionam meios de atribuir níveis de utilidade nos quais a grandeza do número atribuído tem algum significado operacional. Mas não são também muito precisas. Embora todas elas constituam interpretações possíveis do que significa querer uma coisa duas vezes mais do que outra, nenhuma delas aparenta ser uma interpretação convincente desse enunciado.

Mesmo se encontrássemos meios aparentemente convincentes de atribuir grandezas de utilidade, em que isso nos ajudaria a descrever o comportamento de escolha? Para dizermos qual das duas cestas será escolhida, só precisamos saber qual delas é a preferida – isto é, qual tem a maior utilidade. Conhecer a ordem de grandeza da preferência não ajuda em nada na descrição da escolha. Como a utilidade cardinal não é necessária para descrever o comportamento de escolha e não há formas convincentes de atribuir utilidades cardinais, só levaremos em consideração a utilidade ordinal.

4.2 Elaboração de uma Função de Utilidade

Mas haverá mesmo algum modo de atribuir utilidades ordinais? Dado determinado ordenamento de preferências, será possível encontrar sempre uma função de utilidade que ordene as cestas de bens do mesmo modo como estão ordenadas as preferências? Haverá alguma função de utilidade que descreva de maneira razoável um ordenamento de preferências?

Nem todos os tipos de preferências podem ser representados pela função de utilidade. Suponhamos, por exemplo, que alguém tenha preferências intransitivas, de modo que $A \succ B \succ C \succ A$. A função de utilidade para essas preferências teria de consistir em números $u(A)$, $u(B)$ e $u(C)$, de modo que $u(A) > u(B) > u(C) > u(A)$. Mas isso é impossível.

No entanto, se excluirmos casos perversos como as preferências intransitivas, em geral conseguiremos encontrar uma função de utilidade para representar as preferências. Ilustraremos uma elaboração dessas aqui e outra no Capítulo 14.

Suponhamos que recebemos um mapa de indiferença como o da Figura 4.2. Sabemos que a função de utilidade é uma forma de rotular as curvas de indiferença de modo que as mais altas recebam números maiores. Como podemos fazer isso?

Um modo fácil consiste em traçar a diagonal ilustrada na figura e rotular cada curva de indiferença com a distância desde sua origem, medida ao longo da diagonal.

Como sabemos que essa é uma função de utilidade? Não é difícil perceber que, se as preferências forem monotônicas, a linha que passa pela origem só deve interceptar cada curva de indiferença uma vez. Assim, to-

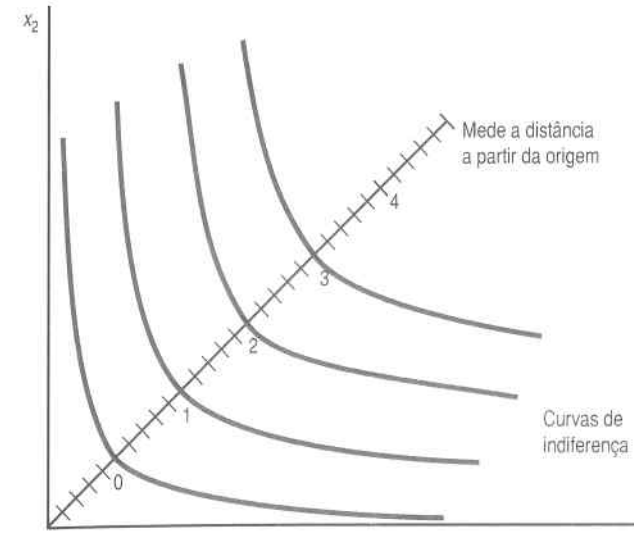


FIGURA 4.2 A elaboração de uma função de utilidade a partir de curvas de indiferença. Traçar uma diagonal e numerar cada curva de indiferença com a distância desde sua origem, medida ao longo da diagonal.

das as cestas serão rotuladas e as que se situam sobre as curvas de indiferença mais altas receberão números maiores – isso é tudo o que é preciso para se ter uma função de utilidade.

Isso nos proporciona um meio de rotular as curvas de indiferença, pelo menos enquanto as preferências forem monotônicas. Esse nem sempre será o procedimento mais natural, mas pelo menos mostra que a idéia de uma função de utilidade ordinal é bastante geral: quase qualquer tipo de preferência “razoável” pode ser representado por uma função de utilidade.

4.3 Alguns Exemplos de Funções de Utilidade

No Capítulo 3, descrevemos alguns exemplos de preferências e as curvas de indiferença que as representavam. Essas preferências também podem ser representadas por funções de utilidade. No caso de uma função de utilidade $u(x_1, x_2)$, será relativamente fácil traçar as curvas de indiferença: basta marcar todos os pontos (x_1, x_2) de modo que $u(x_1, x_2)$ seja igual a uma constante. Em matemática, o conjunto de todos os pontos (x_1, x_2) de modo que $u(x_1, x_2)$ seja igual a uma constante é chamado **nível**. Para cada diferente valor da constante, tem-se uma curva de indiferença distinta.

EXEMPLO: Curvas de Indiferença a Partir da Utilidade

Suponhamos que a função de utilidade seja dada por: $u(x_1, x_2) = x_1x_2$. Qual será a aparência das curvas de indiferença?

Sabemos que uma curva de indiferença típica é simplesmente o conjunto de todos os x_1 e x_2 , de modo que $k = x_1x_2$ para alguma constante k . Resolvendo para x_2 como função de x_1 , vemos que a curva de indiferença típica tem a fórmula:

$$x_2 = \frac{k}{x_1}$$

Essa curva é representada na Figura 4.3, para $k = 1, 2, 3...$

Consideremos outro exemplo. Suponhamos que recebemos uma função de utilidade $v(x_1, x_2) = x_1^2x_2^2$. Como suas curvas de indiferença se parecem? Pelas regras comuns da álgebra, sabemos que:

$$v(x_1, x_2) = x_1^2x_2^2 = (x_1x_2)^2 = u(x_1, x_2)^2.$$

Portanto, a função de utilidade $v(x_1, x_2)$ é exatamente o quadrado da função de utilidade $u(x_1, x_2)$. Como $u(x_1, x_2)$ não pode ser negativa, segue-se que $v(x_1, x_2)$ é uma transformação monotônica da função de utilidade anterior, $u(x_1, x_2)$. Isso significa que a função de utilidade $v(x_1, x_2) = x_1^2x_2^2$ tem de ter exatamente a mesma forma que as curvas de indiferença descritas na Figura 4.3. A rotulação das curvas de indiferença será diferente – os rótulos, que antes eram 1, 2, 3... passarão a ser 1, 4, 9... –, mas o conjunto de ces-

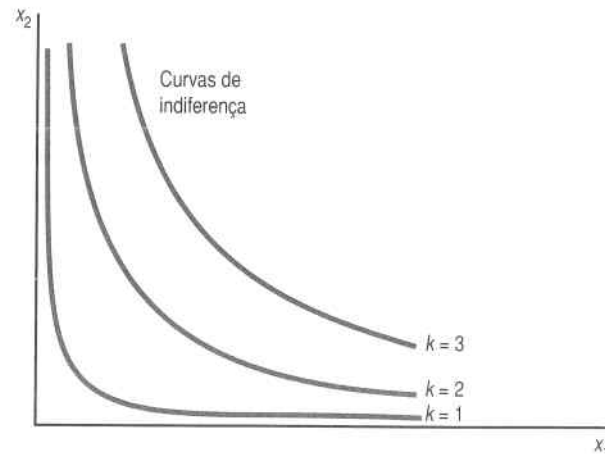


FIGURA 4.3 Curvas de indiferença. As curvas de indiferença $k = x_1x_2$, para diferentes valores de k .

tas que tem $v(x_1, x_2) = 9$ é exatamente igual ao conjunto de cestas que tem $u(x_1, x_2) = 3$. Portanto, $v(x_1, x_2)$ descreve exatamente as mesmas preferências que $u(x_1, x_2)$, porque *ordena* todas as cestas da mesma maneira.

O percurso inverso – achar uma função de utilidade que represente determinadas curvas de indiferença – é um pouco mais difícil. Existem dois procedimentos possíveis. O primeiro é matemático. Dadas as curvas de indiferença, queremos encontrar uma função que seja constante ao longo de cada curva de indiferença e que atribua valores maiores às curvas de indiferença mais altas.

O segundo procedimento é um pouco mais intuitivo. A partir de uma descrição das preferências, tentamos imaginar o que o consumidor está tentando maximizar – que combinação de bens descreve o comportamento de escolha do consumidor. Isso pode parecer um tanto vago agora, mas fará mais sentido depois que examinarmos alguns exemplos.

Substitutos Perfeitos

Você se lembra do exemplo dos lápis vermelhos e azuis? Tudo o que interessava ao consumidor era o número total de lápis. É natural, pois, avaliar a utilidade pelo número total de lápis. Portanto, adotaremos provisoriamente a função de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Isso funciona? Basta fazer duas perguntas: essa função é constante ao longo das curvas de indiferença? Ela atribui um número maior às cestas mais preferidas? Como a resposta às duas questões é afirmativa, temos, pois, uma função de utilidade.

Essa, obviamente, não é a única função de utilidade que poderíamos utilizar. Também poderíamos usar o *quadrado* do número de lápis. Portanto, a função de utilidade $v(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$ representará também as preferências no caso de substitutos perfeitos, como ocorreria com qualquer outra transformação monotônica de $u(x_1, x_2)$.

E se o consumidor quisesse substituir o bem 1 pelo bem 2 a uma taxa diferente de 1 por 1? Suponhamos, por exemplo, que o consumidor exija *duas* unidades do bem 2 para compensá-lo pela desistência de uma unidade do bem 1. Isso significa que, para o consumidor, o bem 1 é *duas* vezes mais valioso do que o bem 2. A função de utilidade assume, portanto, a forma $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$. Observemos que essa utilidade produz curvas de indiferença com uma inclinação de -2 .

As preferências por substitutos perfeitos em geral podem ser representadas por uma função de utilidade da forma

$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2.$$

Aqui, a e b são números positivos que medem o “valor” que os bens 1 e 2 têm para o consumidor. Observe-se que a inclinação de uma curva de indiferença típica é dada por $-a/b$.

Complementares Perfeitos

Esse é o caso do sapato direito e do sapato esquerdo. Nessas preferências, o consumidor só se importa com o número de *pares* de sapatos que possui, de modo que é natural escolher o número de pares de sapatos como a função de utilidade. O número de pares de sapatos completos que se tem é o *mínimo* entre o número de sapatos direitos, x_1 , e o de sapatos esquerdos, x_2 . Portanto, a função de utilidade para complementares perfeitos assume a forma $u(x_1, x_2) = \min \{x_1, x_2\}$.

Para verificar se essa função de utilidade realmente funciona, escolhemos uma cesta de bens como, por exemplo, (10, 10). Se acrescentarmos uma unidade do bem 1, obteremos (11, 10), o que nos deveria deixar na mesma curva de indiferença. Mas deixa mesmo? Sim, porque $\min \{10, 10\} = \min \{11, 10\} = 10$.

Portanto, $u(x_1, x_2) = \min \{x_1, x_2\}$ é uma função de utilidade possível para descrever os complementares perfeitos. Como costuma acontecer, qualquer transformação monotônica também seria válida.

E se o consumidor quiser consumir os bens numa proporção diferente de 1 por 1? O que ocorre, por exemplo, com a pessoa que sempre consome duas colheres de açúcar para cada xícara de chá? Se x_1 é o número de xícaras de chá disponíveis e x_2 o número de colheres de açúcar disponíveis, então o número de xícaras de chá devidamente adoçadas será o $\min \{x_1, 1/2x_2\}$.

Como isso é um pouco traiçoeiro, é melhor parar e refletir um pouco mais sobre o assunto. Se o número de xícaras de chá for maior do que a metade do número de colheres de açúcar, saberemos então que não poderemos colocar duas colheres de açúcar em cada xícara. Nesse caso, acabaremos com $1/2x_2$ xícaras de chá adequadamente adoçadas. (Substitua alguns números por x_1 e x_2 para convencer-se.)

É claro que qualquer transformação monotônica dessa função de utilidade descreverá as mesmas preferências. Se, por exemplo, multiplicarmos por 2 para evitar a fração, teremos a função de utilidade $u(x_1, x_2) = \min \{2x_1, x_2\}$.

Em geral a função de utilidade que descreve preferências complementares perfeitas é dada por

$$u(x_1, x_2) = \min \{ax_1, bx_2\},$$

onde a e b são números positivos que indicam as proporções nas quais os bens são consumidos.

Preferências Quase-lineares

Eis aqui um formato de curvas de indiferença que ainda não havíamos visto. Suponhamos que um consumidor tenha curvas de indiferença que sejam traduções verticais umas das outras, como na Figura 4.4. Isso significa

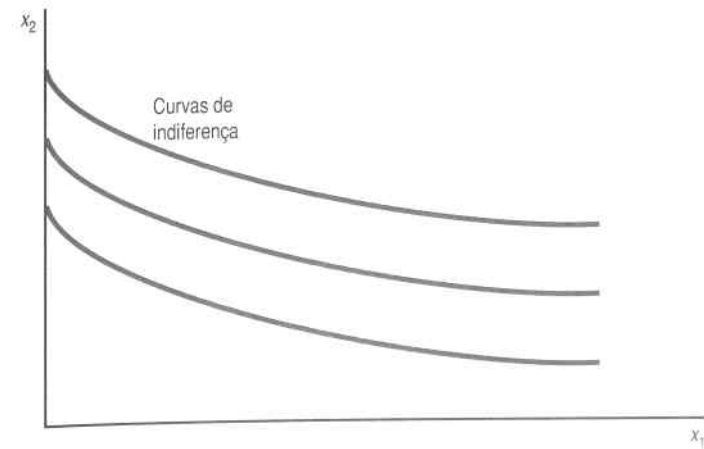


FIGURA 4.4 *Preferências quase-lineares.* Cada uma dessas curvas de indiferença corresponde ao deslocamento vertical de uma única curva de indiferença.

que todas as curvas de indiferença são apenas versões “deslocadas” de uma curva de indiferença. Segue-se que a equação da curva de indiferença assume a forma $x_2 = k - v(x_1)$, onde k é uma constante distinta para cada curva de indiferença. Essa equação diz que a altura de cada curva de indiferença é uma função de x_1 , $-v(x_1)$, mais uma constante k . Valores maiores de k resultam em curvas de indiferença mais elevadas. (O sinal de menos é só uma convenção; veremos posteriormente por quê.)

O modo natural de rotular aqui as curvas de indiferença é mediante o uso do k – que representa, *grosso modo*, a altura da curva de indiferença no eixo vertical. Resolvendo para k e igualando-o à utilidade, temos que

$$u(x_1, x_2) = k = v(x_1) + x_2.$$

Nesse caso, a função de utilidade é linear no bem 2, mas (possivelmente) não-linear no bem 1; daí o nome **utilidade quase-linear**, que significa utilidade “parcialmente linear”. Exemplos específicos de utilidade quase-linear seriam $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$, ou $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$. As funções de utilidade quase-lineares não são lá muito realistas, mas são bem fáceis de lidar, como veremos adiante, em vários exemplos neste livro.

Preferências Cobb-Douglas

Outra função de utilidade comumente usada é a função de utilidade **Cobb-Douglas**

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d,$$

onde c e d são números positivos que descrevem as preferências do consumidor.²

A função de utilidade Cobb-Douglas será útil em diversos exemplos. As preferências representadas pela função de utilidade Cobb-Douglas têm o formato geral descrito na Figura 4.5. Na Figura 4.5A ilustramos as curvas de indiferença de $c = 1/2$, $d = 1/2$. Na Figura 4.5B ilustramos as curvas de indiferença de $c = 1/5$, $d = 4/5$. Observe como a diversidade de valores dos parâmetros c e d conduz a formas distintas das curvas de indiferença.

As curvas de indiferença Cobb-Douglas são bem parecidas com as boas curvas de indiferença monotônicas convexas que chamamos de “curvas de indiferença bem-comportadas” no Capítulo 3. As preferências Cobb-Douglas são o exemplo típico de curvas de indiferença bem-comportadas, e, de fato, a fórmula que as descreve é a expressão algébrica mais simples que gera preferências bem-comportadas. Consideraremos as preferências Cobb-Douglas como um instrumento muito útil para apresentar exemplos algébricos dos conceitos econômicos que estudaremos mais tarde.

É claro que a transformação monotônica da função de utilidade Cobb-Douglas representará exatamente as mesmas preferências, e vale a pena ver alguns exemplos dessas transformações.

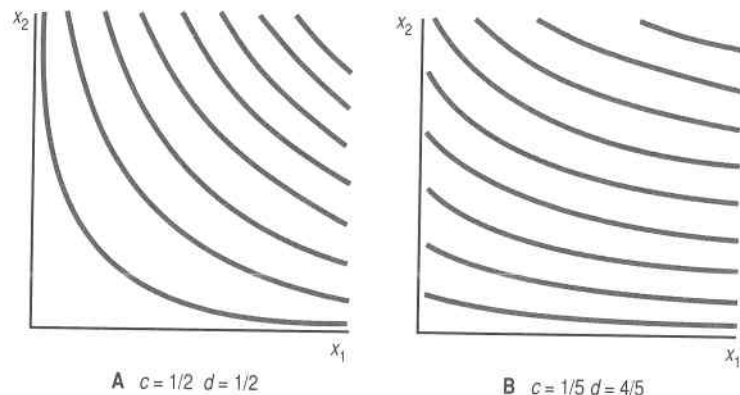


FIGURA 4.5 Curvas de indiferença Cobb-Douglas. O painel A mostra o caso onde $c = 1/2$, $d = 1/2$ e o painel B mostra um caso onde $c = 1/5$, $d = 4/5$.

² Economista e professor da Universidade de Chicago, Paul Douglas foi também senador dos Estados Unidos. Charles Cobb foi matemático da Faculdade de Amherst. A forma funcional Cobb-Douglas foi a princípio utilizada para estudar o comportamento da produção.

Primeiro, se extrairmos o logaritmo natural da utilidade, o produto dos termos tornar-se-á uma soma, de modo que teremos

$$v(x_1, x_2) = \ln(x_1^c x_2^d) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

As curvas de indiferença dessa função de utilidade terão a mesma forma que as curvas de indiferença da primeira função Cobb-Douglas, uma vez que o logaritmo é uma transformação monotônica. (Para uma breve revisão dos logaritmos naturais, veja o Apêndice Matemático no final do livro.)

Para o segundo exemplo, vamos supor que começamos com a forma Cobb-Douglas

$$v(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d.$$

Elevando, em seguida, a utilidade à potência $1/(c + d)$, obtemos

$$x_1^{\frac{c}{c+d}} x_2^{\frac{d}{c+d}}.$$

Definamos um novo número

$$a = \frac{c}{c+d}.$$

Podemos agora escrever nossa função de utilidade como

$$v(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}.$$

Isso significa que podemos sempre extrair a transformação monotônica da função de utilidade Cobb-Douglas, de maneira que a soma dos expoentes da função resultante seja igual a 1. Isso terá uma interpretação útil mais adiante.

A função de utilidade Cobb-Douglas pode ser expressa numa variedade de maneiras; você deveria aprender a reconhecê-las, uma vez que essa família de preferências é muito útil para exemplos.

4.4 Utilidade Marginal

Imaginemos um consumidor que consuma uma cesta de bens (x_1, x_2) . Como varia a utilidade desse consumidor quando lhe fornecemos um pou-

co mais do bem 1? Essa taxa de variação é chamada **utilidade marginal** com respeito ao bem 1. Representamo-la por escrito como UM_1 e a concebemos como sendo uma razão,

$$UM_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1},$$

que mede a taxa de variação na utilidade (ΔU) com relação a uma pequena variação quantitativa do bem 1 (Δx_1). Observe que a quantidade do bem 2 mantém-se constante nesse cálculo.³

Essa definição implica que, para calcular a variação da utilidade relacionada a uma pequena variação no consumo do bem 1, basta apenas multiplicar a variação no consumo pela utilidade marginal do bem:

$$\Delta U = UM_1 \Delta x_1.$$

A utilidade marginal relativa ao bem 2 é definida de modo semelhante:

$$UM_2 = \frac{\Delta U}{\Delta x_2} = \frac{u(x_1, x_2 + \Delta x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_2}.$$

Observe que quando calculamos a utilidade marginal do bem 2, mantemos constante a quantidade do bem 1. Podemos calcular a variação da utilidade relacionada à variação no consumo do bem 2 com a fórmula

$$\Delta U = UM_2 \Delta x_2.$$

É importante observar que a grandeza da utilidade marginal depende da grandeza da utilidade. Depende, pois, do modo particular que escolhermos para medir a utilidade. Se multiplicarmos a utilidade por 2, a utilidade marginal será também multiplicada por 2. A função de utilidade continuaria perfeitamente válida no sentido de que representaria as mesmas preferências, só que numa escala diferente.

Isso significa que a utilidade marginal não tem, por si mesma, nenhum conteúdo comportamental. Como podemos calcular a utilidade marginal a partir de um comportamento de escolha do consumidor? Não podemos. O

comportamento de escolha revela apenas informações sobre como um consumidor *hierarquiza* diferentes cestas de bens. A utilidade marginal depende da função de utilidade específica que utilizamos para representar o ordenamento das preferências, e sua grandeza não tem nenhuma importância especial. Ocorre, contudo, que a utilidade marginal pode ser usada para calcular algo que tenha realmente um conteúdo comportamental, conforme veremos na próxima seção.

4.5 Utilidade Marginal e TMS

Uma função de utilidade $u(x_1, x_2)$ pode ser usada para medir a taxa marginal de substituição definida no Capítulo 3. Lembre-se de que a taxa marginal de substituição mede a inclinação da curva de indiferença de uma determinada cesta de bens e pode ser interpretada como a taxa à qual um consumidor está propenso a substituir uma pequena quantidade do bem 2 pelo bem 1.

Essa interpretação fornece-nos um meio simples de calcular a TMS. Imaginemos uma variação no consumo de cada bem ($\Delta x_1, \Delta x_2$) que mantenha a utilidade constante – isto é, uma variação no consumo que nos mova ao longo da curva de indiferença. Devemos ter, então,

$$UM_1 \Delta x_1 + UM_2 \Delta x_2 = \Delta U = 0.$$

Ao resolvermos para a inclinação da curva de indiferença, teremos

$$TMS = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{UM_1}{UM_2}. \quad (4.1)$$

(Observe que temos 2 sobre 1 no lado esquerdo da equação e 1 sobre 2 no lado direito. Não vá se confundir!)

O sinal algébrico da TMS é negativo: se você obtiver mais do bem 1, terá de ter *menos* do bem 2 para manter o mesmo nível de utilidade. No entanto, pode ser tedioso acompanhar sempre esse irritante sinal de menos, de modo que os economistas costumam referir-se à TMS pelo valor absoluto dela – isto é, por um número positivo. Seguiremos essa convenção sempre que isso não causar confusão.

Eis agora o aspecto interessante do cálculo da TMS: ela pode ser medida mediante a observação do comportamento real da pessoa – encontramos essa taxa de intercâmbio quando a pessoa quer ficar onde está, conforme descrito no Capítulo 3.

A função de utilidade e, por conseguinte, a função de utilidade marginal não são determinadas de um único modo. Qualquer transformação

³ Ver o apêndice deste capítulo para um tratamento da utilidade marginal com o uso do cálculo.

monotônica de uma função de utilidade deixa-nos com outra função de utilidade igualmente válida. Assim, se, por exemplo, multiplicarmos a utilidade por 2, a utilidade marginal será também multiplicada por 2. A grandeza da função de utilidade marginal depende, portanto, da escolha da função de utilidade, que é arbitrária. A função de utilidade marginal não depende, pois, apenas do comportamento; ao contrário, ela depende da função de utilidade que utilizamos para descrever comportamento.

Mas a *razão* das utilidades marginais nos proporciona uma grandeza observável – a taxa marginal de substituição. A razão das utilidades marginais independe da transformação específica da função de utilidade que se queira utilizar. Vejamos o que acontece se multiplicarmos a utilidade por 2. A taxa marginal de substituição torna-se

$$TMS = - \frac{2 UM_1}{2 UM_2}$$

Os 2 se cancelam, de modo que a TMS permanecerá igual.

O mesmo acontece quando extraímos qualquer transformação monotônica de uma função de utilidade. Extrair a transformação monotônica equivale a trocar os rótulos das curvas de indiferença e o cálculo da TMS descrito acima visa a mover-se ao longo de determinada curva de indiferença. Embora as utilidades marginais sejam alteradas pelas transformações monotônicas, a *razão* das utilidades marginais independe da forma específica escolhida para representar as preferências.

4.6 Utilidade do Transporte Urbano

As funções de utilidade são, basicamente, meios de descrever comportamento de escolha: se uma cesta de bens X for escolhida quando também estiver disponível uma cesta de bens Y , então X deve ter uma utilidade maior do que Y . O exame das escolhas que os consumidores fazem permite-nos avaliar uma função de utilidade capaz de descrever seu comportamento.

Essa idéia tem tido ampla aplicação na área de economia do transporte para estudar comportamento dos usuários dos meios de transporte urbano. Na maioria das grandes cidades, as pessoas podem escolher entre utilizar o transporte público ou dirigir seu próprio carro. Cada uma dessas alternativas pode ser encarada como representativa de uma cesta com diferentes características: tempo de viagem, tempo de espera, custos em dinheiro, conforto, conveniência, e assim por diante. Podemos, então, fazer com que x_1 represente o tempo de viagem correspondente a cada tipo de transporte; x_2 , o tempo de espera e assim por diante.

Se, digamos, (x_1, x_2, \dots, x_n) representar os valores de n características diferentes de ir de carro e (y_1, y_2, \dots, y_n) representar os valores de ir de ônibus, po-

deremos imaginar um modelo em que o consumidor opte pelo carro ou pelo ônibus, dependendo de sua preferência por uma ou outra cesta de características.

Para sermos mais específicos, suponhamos que as preferências do consumidor típico em relação às características possam ser representadas por uma função de utilidade com a forma

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n$$

onde os coeficientes β_1, β_2 e assim por diante sejam parâmetros desconhecidos. Qualquer transformação monotônica dessa função de utilidade descreveria igualmente bem o comportamento de escolha, mas a forma linear é bem mais fácil de usar do ponto de vista estatístico.

Suponhamos agora que observemos diversos consumidores semelhantes a escolher entre o carro e o ônibus, com base no padrão específico de tempo de transporte, custos etc. com que se defrontam. Há técnicas estatísticas que se podem empregar para encontrar os valores dos coeficientes β_i para $i = 1, \dots, n$, que se ajustam melhor ao padrão de escolha de um conjunto de consumidores. Essas técnicas estatísticas nos fornecem um modo de estimar a função de utilidade para diferentes meios de transporte.

Um estudo mostra uma função de utilidade com a forma⁴

$$U(TW, TT, C) = -0,147TW - 0,0411TT - 2,24C, \quad (4.2)$$

onde

TW = tempo de percurso a pé, e de ônibus ou carro;

TT = tempo total de viagem, em minutos;

C = custo total de viagem, em dólares.

A função de utilidade estimada pelo livro de Domenich e McFadden descreveu corretamente a escolha entre o transporte de carro ou de ônibus de 93% das famílias que constituíam a amostra.

Os coeficientes das variáveis da equação (4.2) descrevem os pesos que uma família típica atribui às várias características de seus deslocamentos pela cidade, ou seja, a utilidade marginal de cada característica. A *razão* entre um coeficiente e outro avalia a taxa marginal de substituição entre uma característica e outra. Por exemplo, a razão entre a utilidade marginal do tempo percorrido a pé e a utilidade marginal do tempo total indica que o

⁴ Ver Thomas Domenich e Daniel McFadden, *Urban Travel Demand* (North-Holland Publishing Company, 1975). O procedimento de estimativa empregado nesse livro incorporou também diversas características demográficas das famílias, além das variáveis puramente econômicas aqui descritas.

consumidor típico considera o tempo percorrido a pé cerca de três vezes mais oneroso do que o tempo de viagem. Em outras palavras, o consumidor estaria disposto a aumentar em três minutos o tempo total de viagem para reduzir em um minuto a caminhada.

Do mesmo modo, a razão entre o custo e o tempo de viagem indica as possibilidades de substituição entre duas variáveis do ponto de vista do consumidor típico. Nesse estudo, o usuário típico atribuiu a cada minuto de tempo de viagem um valor de $0,0411/2,24 = 0,0183$ dólar, o que equivale a US\$1,10 por hora. Para fins comparativos, o salário por hora do usuário típico em 1967, o ano do estudo, era de, aproximadamente, US\$2,85.

Essas estimativas de funções de utilidade podem ser muito valiosas para determinar se vale ou não a pena promover alterações no sistema de transporte público. Por exemplo, na função de utilidade que acabamos de descrever, um dos fatores significativos para explicar a escolha do meio de transporte era o tempo gasto para fazer a viagem. As autoridades de transportes poderiam, a um custo adicional, colocar mais ônibus em circulação para reduzir o tempo de deslocamento. Será, porém, que o número de novos passageiros compensaria o aumento das despesas?

A partir de uma função de utilidade e de uma amostra de consumidores, é possível prever quais consumidores usarão o carro e quais escolherão o ônibus. Isso dará uma idéia de se a receita será suficiente para cobrir o custo adicional.

Além disso, podemos usar a taxa marginal de substituição para estimar o valor que cada consumidor atribui à redução do tempo de viagem. Já vimos no estudo de Domenich e McFadden que, em 1967, o usuário típico atribuía ao tempo de transporte um valor de aproximadamente US\$1,10 por hora. Ele estaria, pois, propenso a pagar aproximadamente US\$0,37 para reduzir em 20 minutos o tempo de viagem. Esse número nos dá uma medida do benefício, em dólares, de aumentar a frequência de circulação dos ônibus. Esse benefício tem de ser comparado ao custo de ampliação dos serviços para saber se vale a pena fazer isso. A disponibilidade de uma medida quantitativa do benefício certamente facilita a tomada de uma decisão racional sobre a política de transporte.

Resumo

1. A função de utilidade é apenas um modo de representar ou resumir um ordenamento de preferências. As grandezas numéricas dos níveis de utilidade não têm significado intrínseco.
2. Dada, pois, uma função de utilidade, qualquer transformação monotônica dessa função representará as mesmas preferências.
3. A taxa marginal de substituição (TMS) pode ser calculada com base na função de utilidade, por intermédio da fórmula $TMS = \Delta x_2 / \Delta x_1 = -UM_1 / UM_2$.

Questões de Revisão

1. O texto afirmou que a elevação de um número a uma potência ímpar era uma transformação monotônica. E a elevação de um número a uma potência par? Seria uma transformação monotônica? (Dica: examine o caso $f(u) = u^2$.)
2. Qual das seguintes transformações é monotônica? (1) $u = 2v - 13$; (2) $u = -1/v^2$; (3) $u = 1/v^2$; (4) $u = \ln v$; (5) $u = -e^{-v}$; (6) $u = v^2$; (7) $u = v^2$ para $v > 0$; (8) $u = v^2$ para $v < 0$.
3. Afirmamos no texto que, se as preferências fossem monotônicas, uma diagonal que partisse da origem interceptaria cada uma das curvas de indiferença apenas uma vez. Você pode provar isso de maneira rigorosa? (Dica: o que aconteceria se a diagonal interceptasse alguma curva de indiferença duas vezes?)
4. Que tipos de preferências são representados pela função de utilidade com a forma $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 + x_2}$? E pela função de utilidade $v(x_1, x_2) = 13x_1 + 13x_2$?
5. Que tipo de preferências a função de utilidade com a forma $u(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x_2}$ representa? A função de utilidade $v(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1\sqrt{x_2} + x_2$ é uma transformação monotônica de $u(x_1, x_2)$?
6. Considere a função de utilidade $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$. Que tipo de preferências ela representa? A função $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2$ é uma transformação monotônica de $u(x_1, x_2)$? A função $w(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$ é uma transformação monotônica de $u(x_1, x_2)$?
7. Você pode explicar por que a transformação monotônica de uma função de utilidade não altera a taxa marginal de substituição?

Apêndice

Esclareçamos primeiro o que significa "utilidade marginal". Como é comum em economia, o termo "marginal" significa apenas uma derivada. Assim, a utilidade marginal do bem 1 é simplesmente:

$$UM_1 = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

Observe que usamos aqui a derivada *parcial*, uma vez que a utilidade marginal do bem 1 é calculada com o valor do bem 2 constante.

Podemos refazer agora, por meio do cálculo, a derivação da taxa marginal de substituição que aparece no texto. Fá-la-emos de duas maneiras: primeiro, com o uso de diferenciais; e segundo, com o emprego de funções implícitas.

No primeiro método, pensamos em fazer uma variação (dx_1, dx_2) que mantenha a utilidade constante. Queremos, pois, que

$$du = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2 = 0.$$

O primeiro termo mede o aumento na utilidade decorrente da pequena variação dx_1 , e o segundo mede o aumento na utilidade resultante da pequena variação dx_2 . Queremos selecionar essas variações, de modo que a variação total na utilidade, du , seja zero. A resolução para dx_2/dx_1 proporciona

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_1}{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_2},$$

cálculo que é exatamente análogo à equação (4.1) do texto.

No tocante ao segundo método, consideramos agora a curva de indiferença como sendo descrita por uma função $x_2(x_1)$. Ou seja, para cada valor de x_1 , a função $x_2(x_1)$ diz quanto de x_2 é preciso ter para atingir essa curva de indiferença. Para tanto, a função $x_2(x_1)$ tem de satisfazer a identidade

$$u(x_1, x_2(x_1)) \equiv k,$$

onde k é o rótulo de utilidade da curva de indiferença em questão.

Podemos diferenciar ambos os lados dessa identidade com respeito a x_1 , para obter

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial x_2(x_1)}{\partial x_1} = 0.$$

Observe que x_1 aparece em dois lugares nessa identidade, de modo que se x_1 sofrer alguma alteração, a função será alterada de duas maneiras, o que nos abriga a aplicar a derivada em cada lugar onde x_1 aparece.

Ao resolvermos essa equação para a $\partial x_2(x_1)/\partial x_1$, obtemos

$$\frac{\partial x_2(x_1)}{\partial x_1} = - \frac{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_1}{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_2},$$

igual ao que tínhamos antes.

O método da função implícita é um pouco mais rigoroso, mas o método diferencial é mais direto, desde que não se faça nenhuma bobagem.

Suponhamos que extraímos a transformação monotônica de uma função de utilidade, digamos, $v(x_1, x_2) = f(u(x_1, x_2))$. Calculemos a TMS para essa função de utilidade. Usamos a regra da cadeia

$$\begin{aligned} \text{TMS} &= \frac{\partial v / \partial x_1}{\partial v / \partial x_2} = - \frac{\partial f / \partial u \partial u / \partial x_1}{\partial f / \partial u \partial u / \partial x_2} \\ &= - \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2}, \end{aligned}$$

uma vez que os termos $\partial f / \partial u$ do numerador e do denominador se cancelam. Isso mostra que a TMS independe da representação da utilidade.

Isso proporciona um modo útil de reconhecer preferências representadas por diferentes funções de utilidade: dadas duas funções de utilidade, basta calcular suas taxas marginais de substituição e ver se são iguais. Se forem, ambas as funções de utilidade terão as mesmas curvas de indiferença. Se a direção de aumento das preferências for a mesma para todas as funções de utilidade, as preferências básicas terão de ser iguais.

EXEMPLO: As Preferências Cobb-Douglas

É fácil calcular a taxa marginal de substituição para as preferências Cobb-Douglas com o emprego da fórmula derivada acima.

Se escolhermos a representação logarítmica, onde

$$u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2,$$

teremos

$$\begin{aligned} \text{TMS} &= - \frac{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_1}{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_2} \\ &= - \frac{c / x_1}{d / x_2} \\ &= - \frac{c x_2}{d x_1}. \end{aligned}$$

ESCOLHA

Observe que, nesse caso, a TMS só depende da razão dos dois parâmetros e da quantidade dos dois bens.

E se escolhermos a representação exponencial em que

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d?$$

Teremos, então, que

$$\begin{aligned} \text{TMS} &= -\frac{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_1}{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_2} \\ &= -\frac{cx_1^{c-1}x_2^d}{dx_1^c x_2^{d-1}} \\ &= -\frac{cx_2}{dx_1}, \end{aligned}$$

que é igual ao resultado anterior. É claro que você já sabia que a transformação monotônica não podia mudar a taxa marginal de substituição!

Neste capítulo, uniremos o conjunto orçamentário e a teoria das preferências para analisar a escolha ótima dos consumidores. Dissemos anteriormente que o modelo econômico da escolha do consumidor baseia-se no princípio de que as pessoas escolhem a melhor cesta que podem adquirir. Podemos agora expressar esse enunciado em termos mais profissionais, dizendo que “os consumidores escolhem a cesta mais preferida de seu conjunto orçamentário”.

5.1 Escolha Ótima

A Figura 5.1 ilustra um caso típico. Nela traçamos, no mesmo diagrama, o conjunto orçamentário e várias das curvas de indiferença do consumidor. Nosso objetivo é encontrar no conjunto orçamentário a cesta que esteja na curva de indiferença mais elevada. Como as preferências são bem-comportadas, de modo que o mais seja preferido ao menos, podemos restringir nossa atenção às cestas de bens que se encontram *sobre* a reta orçamentária, sem nos preocuparmos com as cestas situadas *abaixo* da reta orçamentária.

Começemos agora no canto direito da reta orçamentária e nos movamos para a esquerda. À medida que nos deslocamos ao longo da reta orçamentária, notamos que atingimos curvas de indiferença cada vez mais altas. Paramos ao alcançar a curva de indiferença mais elevada que toca a reta orçamentária. No diagrama, a cesta de bens associada a essa curva de indiferença é identificada como (x_1^*, x_2^*) .

A escolha (x_1^*, x_2^*) é uma **escolha ótima** para o consumidor. O conjunto de cestas que ele prefere a (x_1^*, x_2^*) – aquele situado *acima* de sua curva de indiferença – não intercepta as cestas que ele pode adquirir – o conjunto de

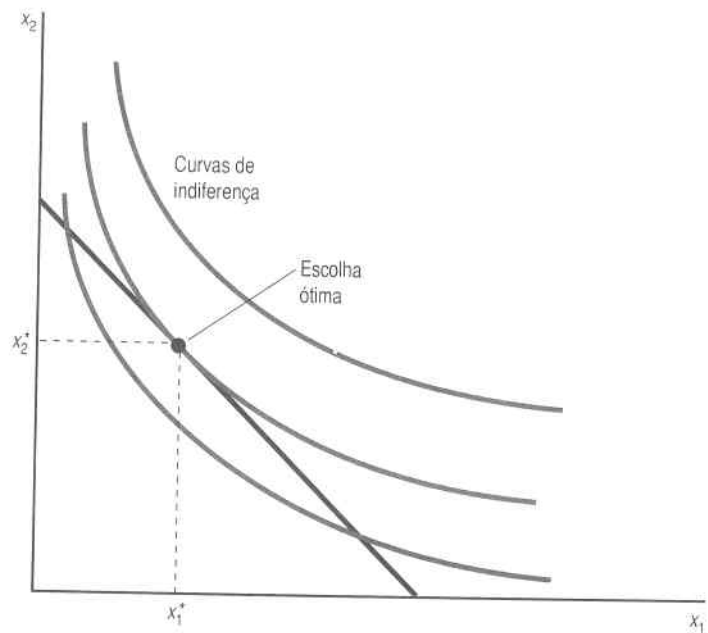


FIGURA 5.1 **Escolha ótima.** A posição ótima de consumo situa-se onde a curva de indiferença tangencia a reta orçamentária.

cestas que se localiza *abaixo* de sua reta orçamentária. Assim, a cesta (x_1^*, x_2^*) é a melhor que o consumidor pode adquirir.

Atenção para uma característica importante dessa cesta ótima: nessa escolha, a curva de indiferença *tangencia* a reta orçamentária. Se pensarmos um pouco sobre isso, veremos que tem de ser assim: se a curva de indiferença não tangenciasse a reta orçamentária, ela a cruzaria, e se a cruzasse haveria algum ponto próximo na reta orçamentária situado acima da curva de indiferença – o que significa que não poderíamos haver partido de uma cesta ótima.

Essa tangência *tem* de prevalecer na escolha ótima? Bem, não em *todos* os casos, mas sim na maioria dos casos interessantes. O que é sempre verdadeiro é que, no ponto ótimo, a curva de indiferença não pode cruzar a reta orçamentária. Quando, então, o "não cruzar" implica tangência? Observemos antes as exceções.

Em primeiro lugar, a curva de indiferença poderia não ter uma linha tangencial, como na Figura 5.2. A curva de indiferença apresenta aqui uma quebra no ponto de escolha ótima, e a tangente não está definida, uma vez que a definição matemática da tangente requer a existência de uma única tangente em cada ponto. Esse caso não tem importância econômica – constitui mais um ruído que qualquer outra coisa.

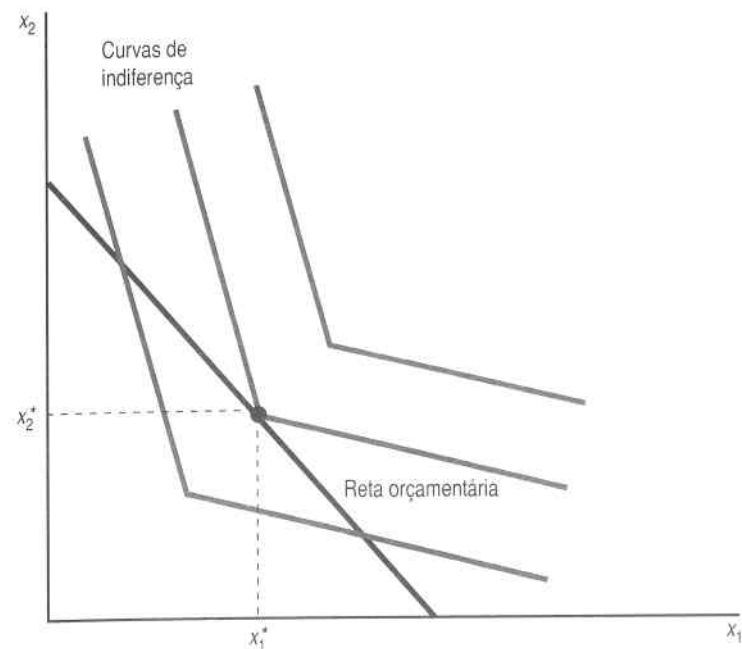


FIGURA 5.2 **Gostos bizarros.** Eis uma cesta de consumo ótima, em que a curva de indiferença não tem tangente.

A segunda exceção é mais interessante. Suponhamos que o ponto ótimo ocorra no ponto em que o consumo de um bem seja zero, como na Figura 5.3. Assim, as inclinações da curva de indiferença e da reta orçamentária são diferentes, mas a curva de indiferença ainda não *cruza* a reta orçamentária. Dizemos que a Figura 5.3 representa um **ótimo de fronteira**, enquanto um caso como o da Figura 5.1 representa um **ótimo interior**.

Se quisermos eliminar os "gostos bizarros", poderemos esquecer o exemplo da Figura 5.2.¹ E se quisermos nos restringir apenas aos ótimos *interiores*, poderemos excluir o outro exemplo. Se tivermos um ótimo interior com curvas de indiferença suaves, as inclinações da curva de indiferença e da reta orçamentária deverão ser iguais... porque, se fossem diferentes, a curva de indiferença cruzaria a reta orçamentária, e não poderíamos estar no ponto ótimo.

Encontramos, pois, uma condição necessária que a escolha ótima deve satisfazer. Se a escolha ótima envolver o consumo de um pouco de ambos os bens – de modo que seja um ótimo interior –, a curva de indiferença necessariamente tangenciará a reta orçamentária. Mas será essa condição de

¹ De outro modo, este livro poderia receber nota regular.

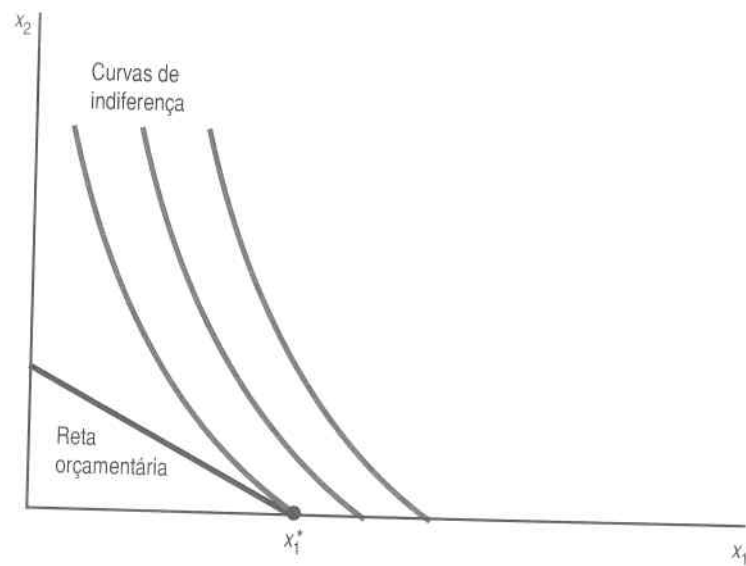


FIGURA 5.3 Ótimo de fronteira. O consumo ótimo acarreta o consumo de zero unidades do bem 2. A curva de indiferença não tangencia a reta orçamentária.

tangência *suficiente* para que a cesta seja ótima? Se encontrarmos uma cesta em que a curva de indiferença tangencie a reta orçamentária, poderemos estar certos de que essa cesta constitui uma escolha ótima?

Observemos a Figura 5.4. Nela, temos três cestas onde a condição de tangência é satisfeita, todas interiores, mas só duas cestas são ótimas. Então, a tangência é apenas uma condição necessária para alcançar o ótimo, mas não uma condição suficiente.

Há, porém, um caso importante onde ela é suficiente: o das preferências convexas. Nele, qualquer ponto que satisfaça a condição de tangência terá de ser um ponto ótimo. Isso é claro do ponto de vista geométrico: como as curvas de indiferença convexas têm de curvar-se e afastar-se da reta orçamentária, elas não podem curvar-se para trás e tocá-la de novo.

A Figura 5.4 também mostra que, em geral, pode haver mais de uma cesta ótima que satisfaça à condição de tangência. Mais uma vez, porém, a convexidade implica uma restrição. Se as curvas de indiferença forem *estritamente* convexas – isto é, se não tiverem nenhum segmento plano –, haverá apenas uma escolha ótima em cada reta orçamentária. Embora isso possa ser demonstrado matematicamente, também parece bastante plausível pela observação da figura.

A condição de que a TMS tenha de igualar-se à inclinação da reta orçamentária num ótimo interior é óbvia do ponto de vista gráfico, mas o que significa em termos de economia? Lembre-se de que uma das nossas inter-

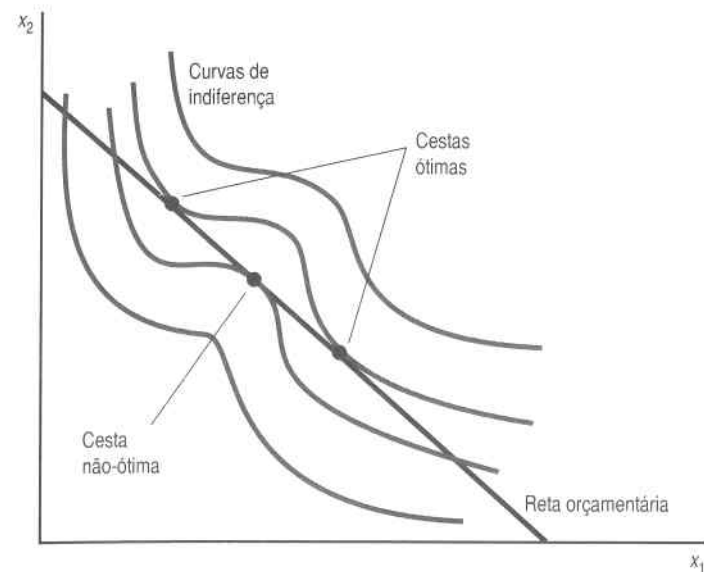


FIGURA 5.4 Mais de uma tangência. Temos aqui três tangências, mas só dois pontos ótimos, de modo que a condição de tangência é necessária mas não suficiente.

pretações da TMS é que ela é a taxa de troca na qual o consumidor queria permanecer. Bem, o mercado oferece uma taxa de troca de $-p_1/p_2$ – se o consumidor desistir de uma unidade do bem 1, ele poderá comprar p_1/p_2 unidades do bem 2. Se o consumidor se encontrar numa cesta de consumo em que esteja disposto a permanecer, tem de ser uma em que a TMS iguale essa taxa de intercâmbio:

$$\text{TMS} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Outro modo de pensar nisto é imaginar o que aconteceria se a TMS diferísse da razão dos preços. Suponhamos, por exemplo, que a TMS seja $\Delta x_2/\Delta x_1 = -1/2$ e que a razão dos preços seja $1/1$. Isso quer dizer que o consumidor está disposto a desistir de duas unidades do bem 1 para adquirir uma unidade do bem 2 – mas o mercado quer que os bens sejam trocados na base de 1 por 1. Assim, o consumidor certamente desejaria abrir mão de um pouco do bem 1 para adquirir um pouco mais do bem 2. Sempre que a TMS diferir da razão de preços, o consumidor não poderá estar em seu ponto ótimo de escolha.

5.2 Demanda do Consumidor

A escolha ótima dos bens 1 e 2, num determinado conjunto de preços e de renda, é chamada **cesta demandada** do consumidor. Em geral, quando os preços e a renda variam, a escolha ótima do consumidor também varia. A **função de demanda** é a função que relaciona a escolha ótima – ou seja, as quantidades demandadas – com os diferentes valores de preços e rendas.

Escreveremos as funções de demanda como dependendo tanto dos preços como da renda: $x_1(p_1, p_2, m)$ e $x_2(p_1, p_2, m)$. Para cada conjunto de preços e de renda haverá uma combinação diferente de bens que corresponderá à escolha ótima do consumidor. As preferências diferentes gerarão funções de demanda também diferentes; veremos em breve alguns exemplos. Nosso objetivo principal nos próximos capítulos será estudar o comportamento dessas funções de demanda – ou seja, como a escolha ótima varia à medida que variam os preços e a renda.

5.3 Alguns Exemplos

Apliquemos o modelo de escolha do consumidor que desenvolvemos aos exemplos de preferências descritos no Capítulo 3. O procedimento básico será o mesmo para todos os exemplos: traçar as curvas de indiferença e a reta orçamentária e encontrar o ponto em que a curva de indiferença mais alta tangencia a reta orçamentária.

Substitutos Perfeitos

A Figura 5.5 ilustra o caso dos bens substitutos perfeitos. Temos três casos possíveis. Se $p_2 > p_1$, a inclinação da reta orçamentária será mais plana do que a das curvas de indiferença. Nesse caso, a cesta ótima será aquela em que o consumidor gastar todo o seu dinheiro no bem 1. Se $p_1 > p_2$, o consumidor comprará apenas o bem 2. Finalmente, se $p_1 = p_2$, haverá todo um segmento de escolhas ótimas — nesse caso, todas as quantidades dos bens 1 e 2 que satisfizerem a restrição orçamentária serão uma escolha ótima. Assim, a função de demanda do bem 1 será

$$x_1 = \begin{cases} m / p_1 & \text{quando } p_1 < p_2; \\ \text{qualquer número entre } 0 \text{ e } m / p_1 & \text{quando } p_1 = p_2; \\ 0 & \text{quando } p_1 > p_2. \end{cases}$$

Serão esses resultados coerentes com o senso comum? Tudo o que dizem é que, se dois bens são substitutos perfeitos, o consumidor comprará o que

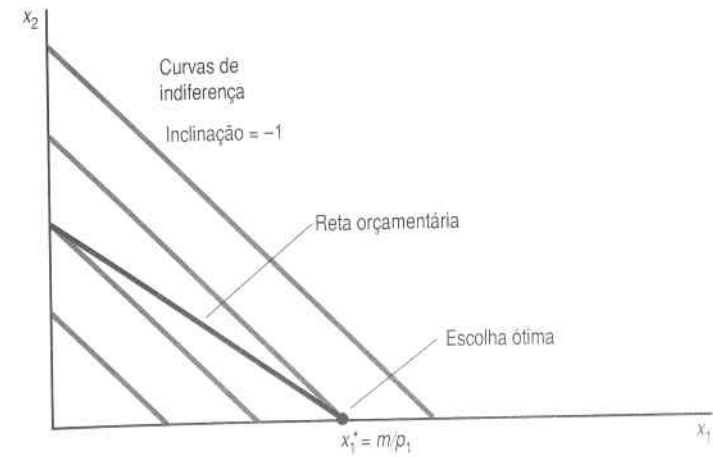


FIGURA 5.5 Escolha ótima com substitutos perfeitos. Se os bens forem substitutos perfeitos, a escolha ótima se situará em geral na fronteira.

for mais barato. E se ambos tiverem o mesmo preço, o consumidor não se importará entre comprar um ou outro.

Complementares Perfeitos

A Figura 5.6 ilustra o caso dos bens complementares perfeitos. Observe que a escolha ótima tem de situar-se sempre na diagonal, onde o consumidor compra quantidades iguais de ambos os bens, não importa quais sejam os preços. No que tange ao nosso exemplo, isso significa que as pessoas com dois pés compram sapatos aos pares.²

Solucionemos a escolha ótima de maneira algébrica. Sabemos que esse consumidor compra a mesma quantidade do bem 1 e do bem 2, independentemente dos preços. Representemos tal quantidade por x . Temos, então, de satisfazer a restrição orçamentária

$$p_1 x + p_2 x = m.$$

A resolução para x proporciona as escolhas ótimas dos bens 1 e 2:

$$x_1 = x_2 = x = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

² Não se preocupe, posteriormente teremos exemplos mais interessantes.

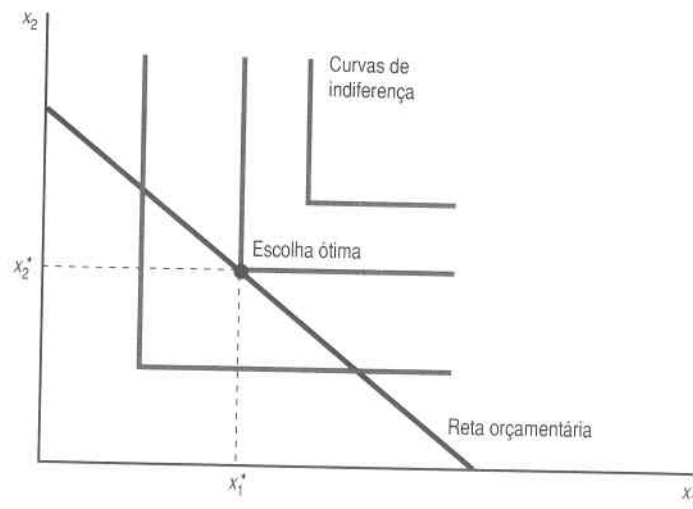


FIGURA 5.6 *Escolha ótima com complementares perfeitos.* Se os bens forem complementares perfeitos, as quantidades demandadas estarão sempre localizadas na diagonal, já que a escolha ótima ocorre onde x_1 se iguala a x_2 .

A função de demanda dessa escolha ótima é bastante intuitiva. Como os dois bens são sempre consumidos juntos, é como se o consumidor gastasse todo o seu dinheiro num único bem cujo preço fosse de $p_1 + p_2$.

Neutros e Males

No caso do bem neutro, o consumidor gasta todo o seu dinheiro no bem do qual gosta e não compra nada do bem neutro. O mesmo ocorre quando a mercadoria é um mal. Assim, se a mercadoria 1 for um bem e a mercadoria 2 um mal, as funções de demanda serão

$$x_1 = \frac{m}{p_1}$$

$$x_2 = 0.$$

Bens Discretos

Suponhamos que o bem 1 seja um bem discreto e que esteja disponível apenas em unidades inteiras, enquanto o bem 2 seja o dinheiro para ser gasto em todas as outras coisas. Se o consumidor escolher 1, 2, 3, ... unidades do

bem 1, ele escolherá, implicitamente, as cestas de consumo $(1, m - p_1)$, $(2, m - 2p_1)$, $(3, m - 3p_1)$, e assim por diante. Podemos apenas comparar a utilidade de cada uma dessas cestas para ver qual delas tem a maior utilidade.

Por outro lado, podemos utilizar a análise da curva de indiferença da Figura 5.7. Como de costume, a cesta ótima é a que se localiza na "curva" de indiferença mais alta. Se o preço do bem 1 for muito alto, o consumidor escolherá zero unidade de consumo; à medida que o preço diminuir, o consumidor achará ótimo consumir uma unidade do bem. Se o preço continuar a cair, o consumidor escolherá consumir mais unidades do bem 1.

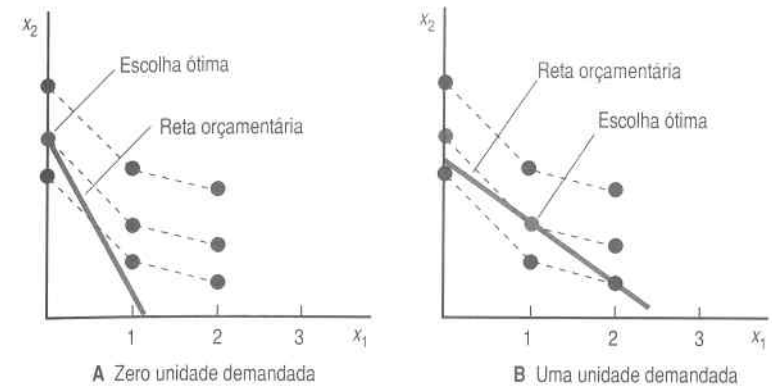


FIGURA 5.7 *Bens discretos.* No painel A, a demanda pelo bem 1 é zero, enquanto no painel B será demandada uma unidade.

Preferências Côncavas

Imaginemos a situação ilustrada na Figura 5.8. Será X a escolha ótima? Não! A escolha ótima para essas preferências será sempre uma escolha de fronteira, como a cesta Z. Pense no que significam as preferências não-convexas. Se você tem dinheiro para comprar sorvete e azeitonas mas não gosta de consumi-los juntos, gastará todo o seu dinheiro em um ou em outro.

Preferências Cobb-Douglas

Suponhamos que a função de utilidade seja da forma Cobb-Douglas, $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$. No Apêndice deste capítulo utilizamos o cálculo para derivar as escolhas ótimas para essa função de utilidade, que são

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$

$$x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}$$

Essas funções de demanda são geralmente úteis em exemplos algébricos, de modo que você talvez devesse decorá-las.

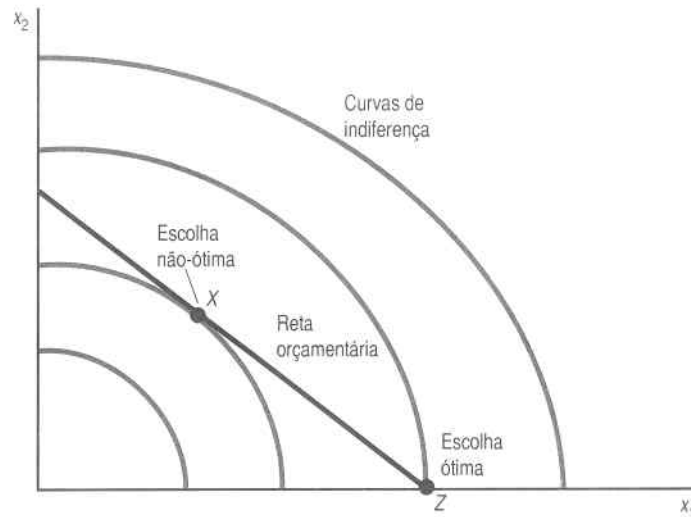


FIGURA 5.8 Escolha ótima com preferências côncavas. A escolha ótima é o ponto de fronteira, Z, não o ponto de tangência interior, X, porque Z está localizado em uma curva de indiferença mais alta.

As preferências Cobb-Douglas têm uma propriedade conveniente. Imagine a fração da renda que um consumidor com tais preferências gasta no bem 1. Se ele consome x_1 unidades do bem 1, isso lhe custa $p_1 x_1$, o que representa uma fração $p_1 x_1 / m$ da renda total. Se substituirmos a função de demanda por x_1 , teremos

$$\frac{p_1 x_1}{m} = \frac{p_1}{m} \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1} = \frac{c}{c+d}$$

Do mesmo modo, a fração da renda que o consumidor gasta no bem 2 é $d / (c + d)$.

Portanto, o consumidor Cobb-Douglas gasta sempre uma fração fixa de sua renda em cada bem. O tamanho da fração é determinado pelo expoente da função Cobb-Douglas.

É por isso que, muitas vezes, é conveniente escolher uma função de utilidade de Cobb-Douglas, na qual a soma dos expoentes seja igual a 1. Se $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, poderemos logo interpretar a como a fração da renda gasta no bem 1. É por esse motivo que, em geral, escreveremos as preferências Cobb-Douglas dessa maneira.

5.4 Estimativa das Funções de Utilidade

Até agora, vimos várias formas diferentes de preferências e funções de utilidade e examinamos os tipos de comportamento de demanda gerados por essas preferências. Na vida real, porém, temos de fazer o contrário: observar o comportamento de demanda. O problema, contudo, reside em descobrir que tipo de preferências gerou o comportamento observado.

Suponhamos que observamos as escolhas feitas por um consumidor em diferentes níveis de preços e de renda. A Tabela 5.1 mostra um exemplo. Trata-se de uma tabela da demanda de dois bens em patamares diferentes de preços e rendas em anos diferentes. Calculamos também – com as fórmulas $s_1 = p_1 x_1 / m$ e $s_2 = p_2 x_2 / m$ – a fração da renda gasta em cada um dos bens em cada ano.

Ano	p_1	p_2	m	x_1	x_2	s_1	s_2	Utilidade
1	1	1	100	25	75	0,25	0,75	57,0
2	1	2	100	24	38	0,24	0,76	33,9
3	2	1	100	13	74	0,26	0,74	47,9
4	1	2	200	48	76	0,24	0,76	67,8
5	2	1	200	25	150	0,25	0,75	95,8
6	1	4	400	100	75	0,25	0,75	80,6
7	4	1	400	24	304	0,24	0,76	161,1

TABELA 5.1 Alguns dados que descrevem o comportamento de consumo

Para esses dados, as frações de gastos são relativamente constantes. Embora apresentem pequenas variações, elas provavelmente não são grandes o suficiente para causar preocupação. A fração média de renda gasta no bem 1 é de aproximadamente 1/4, e a fração média da renda gasta no bem 2 é de cerca de 3/4. Parece que uma função de utilidade da forma

$u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$ ajusta-se bastante bem a esses dados. Ou seja, uma função de utilidade com essa forma geraria um comportamento de escolha bem semelhante ao observado. Por conveniência, calculamos a utilidade relacionada a cada observação com o uso dessa função estimada de utilidade Cobb-Douglas.

Até onde podemos saber com base no comportamento observado, parece que o consumidor maximiza a função $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$. Pode acontecer que novas observações do comportamento do consumidor nos levem a rejeitar essa hipótese. Mas os dados de que dispomos indicam que o ajustamento ao modelo de otimização é bastante bom.

Isso tem várias implicações importantes, uma vez que agora podemos utilizar essa função de utilidade “ajustada” para avaliar o impacto de sugestões de mudanças na política econômica. Suponhamos, por exemplo, que o governo planeje impor um sistema de impostos que levasse o consumidor a enfrentar preços (2, 3) com uma renda de 200. De acordo com nossas estimativas, a cesta demandada a esses preços seria

$$x_1 = \frac{1}{4} \frac{200}{2} = 25$$

$$x_2 = \frac{3}{4} \frac{200}{3} = 50.$$

A utilidade estimada dessa cesta é

$$u(x_1, x_2) = 25^{\frac{1}{4}} 50^{\frac{3}{4}} \approx 42.$$

Isso significa que a nova política tributária deixará o consumidor melhor do que estava no ano 2, mas em situação pior do que a do ano 3. Podemos, assim, usar o comportamento de escolha observado para avaliar o impacto, sobre esse consumidor, das mudanças propostas para a política econômica.

Por tratar-se de idéia muito importante em economia, analisemos sua lógica mais uma vez. A partir de algumas observações do comportamento de escolha, tentemos saber o que está sendo maximizado (se houver mesmo algo sendo maximizado). Uma vez que tenhamos uma estimativa do que está sendo maximizado, poderemos usar essa estimativa tanto para prever o comportamento de escolha em novas situações quanto para avaliar as propostas de mudança do ambiente econômico.

É claro que descrevemos uma situação muito simples. Na verdade, normalmente não temos dados detalhados sobre as escolhas individuais de consumo. Mas costumamos ter dados sobre grupos de pessoas – adoles-

centes, famílias de classe média, idosos, e assim por diante. Esses grupos podem ter diferentes preferências por diferentes bens, e tais preferências são refletidas nos seus padrões de consumo. Isso nos permite estimar uma função de utilidade que descreva seus padrões de consumo e utilizar essa função de utilidade estimada para prever a demanda e avaliar as propostas de política econômica.

No exemplo simples que acabamos de descrever, podia-se observar que as frações de renda eram relativamente constantes, de modo que a função de utilidade Cobb-Douglas teria um bom ajustamento. Em outros casos, seria apropriada uma versão mais complicada da função de utilidade. Os cálculos poderiam tornar-se mais difíceis e talvez precisássemos de um computador para fazer a estimativa, mas a idéia básica do procedimento continuaria sendo a mesma.

5.5 Implicações da Condição da TMS

Na seção anterior, examinamos a importante idéia de que a observação do comportamento de demanda diz coisas importantes sobre as preferências básicas do consumidor que geraram esse comportamento. Dado um conjunto suficiente de observações das escolhas do consumidor, em geral será possível estimar a função de utilidade que gerou essas escolhas.

Mas mesmo a observação de apenas *uma* escolha do consumidor num determinado conjunto de preços permite fazer alguns tipos de inferências úteis sobre como a utilidade do consumidor variará quando o consumo variar. Vejamos como isso funciona.

Nos mercados bem-organizados, em geral todos se defrontam com aproximadamente os mesmos preços. Tomemos como exemplo dois bens: a manteiga e o leite. Se todos se defrontarem com os mesmos preços, se todos otimizarem e estiverem numa solução interior... então, todos deverão ter a mesma taxa marginal de substituição para a manteiga e o leite.

Isso é uma decorrência direta da análise acima. O mercado oferece a todos a mesma taxa de troca para a manteiga e o leite, e todos ajustarão seu consumo dos bens até que sua própria avaliação marginal “interna” dos dois bens se iguale à avaliação “externa” que o mercado faz desses bens.

O interessante dessa afirmação é que ela independe da renda e dos gostos. As pessoas poderiam atribuir valores bem diferentes a seus consumos *totais* dos dois bens. Algumas poderiam consumir muita manteiga e pouco leite, enquanto outras fariam o contrário. As pessoas mais abastadas poderiam consumir grande quantidade de manteiga e leite, ao passo que outras só consumiriam um pouco de cada bem. Mas todos os que consumirem os dois bens terão de ter a mesma taxa marginal de substituição. Todos aqueles que consumirem os dois bens terão de concordar sobre quanto cada um vale com relação ao outro: isto é, quanto estariam dispostas a abdicar de cada bem para obter mais do outro.

O fato de que as razões de preços medem as taxas marginais de substituição é muito importante, pois isso significa que temos um meio de avaliar possíveis mudanças nas cestas de consumo. Suponhamos, por exemplo, que o preço do leite seja US\$1 por litro e o da manteiga US\$2 por quilo. A taxa marginal de substituição para todas as pessoas que consomem leite e manteiga tem de ser 2: elas terão de ter dois litros de leite para compensar a desistência de 1 quilo de manteiga. Ou, para expressar de modo contrário, elas têm de ter 1 quilo de manteiga para compensar a desistência de 2 litros de leite. Portanto, todos os que consumirem ambos os bens atribuirão valor a uma variação marginal em consumo do mesmo modo.

Suponhamos agora que um inventor descubra um novo método de transformar leite em manteiga: para cada 3 litros de leite introduzidos na máquina, obtemos 1 quilo de manteiga e nenhum outro subproduto útil. Pergunta-se: haverá mercado para essa máquina? Resposta: com certeza nenhum investidor se arriscaria a entrar nessa. Isso porque, se todos já operam numa base em que estão dispostos a trocar 2 litros de leite por 1 quilo de manteiga, por que desejariam trocar 3 litros de leite por 1 quilo de manteiga? A resposta é: não desejariam; essa invenção não vale nada.

Mas se, ao contrário, o inventor conseguisse transformar 1 quilo de manteiga em 3 litros de leite? Haveria mercado para esse invento? Resposta: sim! Os preços de mercado do leite e manteiga mostram que as pessoas estão exatamente dispostas a trocar 1 quilo de manteiga por 2 litros de leite. Assim, obter 3 litros de leite por 1 quilo de manteiga é um negócio melhor do que o que está sendo atualmente oferecido no mercado. Reservem 1.000 ações dessa invenção para mim! (E vários quilos de manteiga.)

Os preços do mercado mostram que o primeiro invento não é lucrativo: ele produz US\$2 de manteiga a partir de US\$3 de leite. A falta de lucratividade desse invento quer dizer apenas que as pessoas atribuem maior valor aos insumos do que ao produto. O segundo invento produz US\$3 de leite com apenas US\$2 de manteiga. Esse invento é lucrativo porque as pessoas atribuem maior valor a seus produtos do que aos insumos que utiliza.

O importante é que, como os preços medem a taxa exata à qual as pessoas estão dispostas a substituir um bem por outro, eles podem ser utilizados para avaliar propostas de políticas econômicas que envolvam mudanças no consumo. O fato de que os preços não sejam números arbitrários, mas sim indicadores do valor marginal que as pessoas atribuem às coisas, constitui uma das idéias mais fundamentais e importantes da economia.

Se observarmos uma escolha num conjunto de preços, obteremos a TMS num ponto de consumo. Se os preços variarem e observarmos outra escolha, obteremos outra TMS. À medida que observarmos mais e mais escolhas, saberemos cada vez mais sobre a forma das preferências básicas que teriam gerado o comportamento de escolha observado.

5.6 Escolha de Impostos

Mesmo o pouco de teoria do consumidor que discutimos até agora pode ser utilizado para tirarmos conclusões interessantes e importantes. Eis aqui um bom exemplo que descreve a escolha entre dois tipos de impostos. Vimos que o imposto sobre a quantidade é um **imposto sobre a quantidade** consumida de um bem, como o imposto de US\$0,15 por litro de gasolina. O **imposto de renda** é precisamente um imposto sobre a renda. Se o governo quiser obter determinada receita, seria melhor coletá-la através do imposto sobre a quantidade ou do imposto sobre a renda? Para responder a essa pergunta, vamos aplicar o que aprendemos.

Analisemos primeiro a imposição do imposto sobre a quantidade. Suponhamos que a restrição orçamentária original seja

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Qual será a restrição orçamentária se taxarmos o consumo do bem 1 com uma alíquota t ? A resposta é simples. Do ponto de vista do consumidor, é como se o preço do bem 1 houvesse aumentado numa quantidade t . A nova restrição orçamentária será, pois,

$$(p_1 + t)x_1 + p_2x_2 = m. \quad (5.1)$$

Portanto, o imposto sobre a quantidade de um bem aumenta o preço percebido pelo consumidor. A Figura 5.9 fornece um exemplo de como a variação do preço pode afetar a demanda. Nesse ponto, não sabemos ao certo se esse imposto aumentará ou diminuirá o consumo do bem 1, embora suponhamos que diminuirá. Seja qual for o caso, com certeza sabemos que a escolha ótima, (x_1^*, x_2^*) , tem de satisfazer a restrição orçamentária

$$(p_1 + t)x_1^* + p_2x_2^* = m. \quad (5.2)$$

A receita arrecadada por esse imposto será $R^* = tx_1^*$.

Imaginemos agora um imposto sobre a renda que arrecade a mesma quantidade de receita. A forma dessa restrição orçamentária seria

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - R^*$$

ou, substituindo R^* ,

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - tx_1^*.$$

Por onde passará essa reta orçamentária na Figura 5.9?

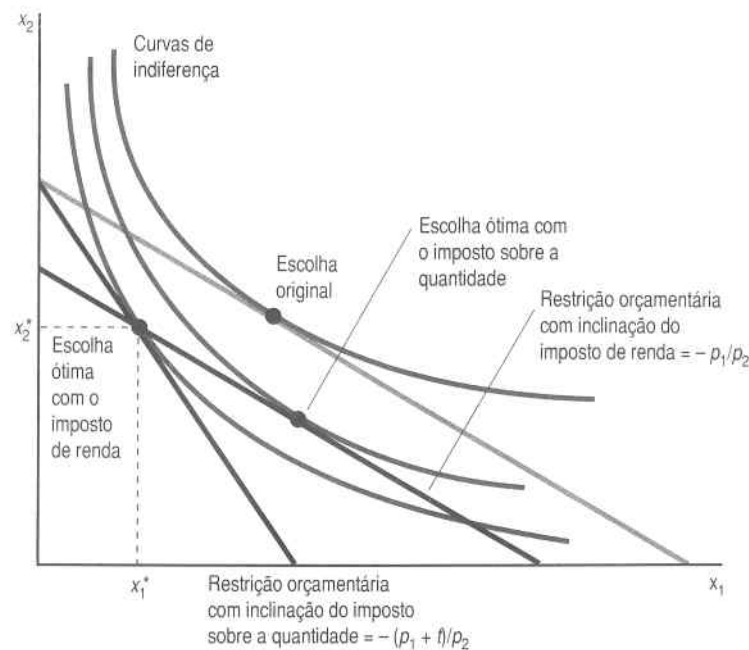


FIGURA 5.9 Imposto de renda versus imposto sobre a quantidade. Examinamos aqui um imposto sobre a quantidade que gera a receita R^* , e um imposto de renda que gera a mesma receita. O consumidor ficará melhor com o imposto de renda, pois poderá escolher um ponto numa curva de indiferença mais alta.

É fácil perceber que ela tem a mesma inclinação da reta orçamentária original, $-p_1/p_2$, mas o problema está em determinar sua posição. A reta orçamentária em que se localiza o imposto de renda tem de passar pelo ponto (x_1^*, x_2^*) . Um modo de verificar isso é introduzir (x_1^*, x_2^*) na restrição orçamentária do imposto de renda e ver se essa restrição é satisfeita.

Será verdade que

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m - tx_1^*$$

Sim, uma vez que se trata apenas de um reordenamento da equação (5.2) que, conforme sabemos, é válida.

Isso implica que (x_1^*, x_2^*) situa-se sobre a reta orçamentária do imposto de renda: ou seja, é uma escolha *acessível* ao consumidor. Mas será uma escolha ótima? É fácil ver que não. No ponto (x_1^*, x_2^*) , a TMS é $-(p_1 + t)/p_2$. O imposto de renda, entretanto, possibilita que negociemos a uma taxa de troca de $-p_1/p_2$. Assim, a reta orçamentária corta a curva de indiferença em (x_1^*, x_2^*) , o que implica que algum ponto da reta orçamentária será preferido a (x_1^*, x_2^*) .

Logo, o imposto de renda é realmente superior ao imposto sobre a quantidade, uma vez que, com ele, podemos obter a mesma receita de um consumidor e ainda deixá-lo em melhor situação do que com o imposto sobre a quantidade.

Este é um resultado interessante, e vale a pena lembrá-lo, mas também é bom entender suas limitações. A primeira delas é que ele só vale para um consumidor. O argumento mostra que, para qualquer consumidor, há um imposto de renda que arrecada a mesma quantidade de dinheiro que seria arrecadada pelo imposto sobre a quantidade e que, mesmo assim, deixa o consumidor em situação melhor. Mas a quantidade desse imposto de renda será em geral diferente para cada pessoa. Por isso, um imposto de renda *uniforme* para todos os consumidores não é necessariamente melhor do que um imposto sobre a quantidade *uniforme* para todos os consumidores. (Pense no caso do consumidor que não consome nada do bem 1 – essa pessoa com certeza preferiria o imposto sobre a quantidade ao imposto de renda.)

Em segundo lugar, partimos do pressuposto de que, quando estabelecemos um imposto sobre a renda, a renda do consumidor não se altera: pressupomos, ainda, que o imposto de renda é basicamente um imposto de montante fixo – ou seja, que só altera a quantidade de dinheiro que o consumidor tem para gastar, mas não afeta sua capacidade de escolha. Essa é uma hipótese pouco provável. Se o consumidor se esforça para obter sua renda, espera-se que a taxa dessa renda o desincentive a ganhar mais, de modo que a renda após o imposto pode diminuir numa quantidade ainda maior do que a cobrada pelo imposto.

Em terceiro lugar, não consideramos a resposta da oferta à incidência de um imposto. Mostramos como a demanda responde às variações causadas pelos impostos, mas a oferta também responderá, de modo que uma análise completa deveria considerar também essas variações.

Resumo

1. A escolha ótima do consumidor é aquela cesta no conjunto orçamentário do consumidor que se situa na curva de indiferença mais alta.
2. Normalmente, a cesta ótima caracterizar-se-á pela condição de que a inclinação da curva de indiferença (a TMS) seja igual à inclinação da reta orçamentária.
3. Se observarmos diversas escolhas de consumo, pode ser possível estimar a função de utilidade que teria gerado esse tipo de comportamento de escolha. Essa função de utilidade pode ser usada para prever escolhas futuras e para estimar a utilidade para os consumidores de novas políticas econômicas.

4. Se todos se defrontarem com os mesmos preços para dois bens, então todos terão a mesma taxa marginal de substituição e, portanto, estarão dispostos a trocar os dois bens do mesmo modo.

Questões de Revisão

1. Se dois bens forem substitutos perfeitos, qual será a função de demanda do bem 2?
2. Suponhamos que as curvas de indiferença sejam descritas por linhas retas com uma inclinação de $-b$. Dados preços arbitrários p_1 e p_2 e renda em dinheiro m , como serão as escolhas ótimas do consumidor?
3. Suponhamos que o consumidor utilize sempre duas colheres de açúcar em cada xícara de café. Se o preço de cada colher de açúcar for p_1 e o da xícara de café, p_2 , e se o consumidor tiver US\$m para gastar em café e açúcar, quanto o consumidor quererá comprar?
4. Suponha que você tenha preferências altamente não-convexas por sorvete e azeitonas, como aquelas dadas no texto, e suponha que você se defronte com preços p_1 e p_2 e dispõe de m dólares para gastar. Relacione as escolhas para as cestas ótimas de consumo.
5. Se o consumidor tiver uma função de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1 x_2^{\frac{1}{2}}$, que fração da renda dele será gasta no bem 2?
6. Para que tipo de preferências o consumidor estará exatamente tão bem quanto antes ao defrontar-se tanto com o imposto sobre a quantidade quanto com o imposto sobre a renda?

Apêndice

É muito útil poder solucionar o problema de maximização das preferências e obter exemplos algébricos de funções reais de demanda. Fizemos isso no texto para casos fáceis, como substitutos e complementares perfeitos, e neste Apêndice veremos como fazê-lo em casos mais gerais.

Primeiro, em geral queremos representar as preferências pela função de utilidade $u(x_1, x_2)$. Já vimos, no Capítulo 4, que esse pressuposto não é muito restritivo, pois a maioria das preferências bem-comportadas pode ser descrita por uma função de utilidade.

A primeira coisa a observar é que já sabemos resolver o problema da escolha ótima. Temos apenas de combinar os fatos que aprendemos nos três últimos capítulos. Neste capítulo, vimos que a escolha ótima (x_1, x_2) deve satisfazer a condição

$$\text{TMS}(x_1, x_2) = -\frac{p_1}{p_2}, \quad (5.3)$$

e no Apêndice do Capítulo 4 vimos que a TMS pode ser expressa como o negativo da razão das derivadas da função de utilidade. Ao fazermos essa substituição e cancelarmos o sinal negativo, teremos

$$\frac{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_1}{\partial u(x_1, x_2) / \partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}. \quad (5.4)$$

Do Capítulo 2, sabemos que a escolha ótima também deve satisfazer a restrição orçamentária

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m. \quad (5.5)$$

Isso nos dá duas equações – a condição da TMS e a restrição orçamentária – e duas incógnitas, x_1 e x_2 . Tudo o que temos a fazer é resolver essas duas equações para encontrar as escolhas ótimas de x_1 e x_2 como funções dos preços e da renda. Há diversos modos de resolver duas equações com duas incógnitas. Um método que sempre funciona, embora possa não ser sempre o mais simples, consiste em resolver a restrição orçamentária para uma das escolhas e, em seguida; substituí-la na condição da TMS.

Ao reescrevermos a restrição orçamentária, teremos

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1, \quad (5.6)$$

e ao substituímos esse resultado na equação (5.4), teremos

$$\frac{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1) / \partial x_1}{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1) / \partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Essa expressão de aparência um tanto vantajada tem apenas uma variável desconhecida, x_1 , e em geral pode ser resolvida para x_1 em termos de (p_1, p_2, m) . Assim, a restrição orçamentária nos fornece a solução para x_2 como função dos preços e da renda.

Podemos também derivar a solução do problema de maximização da utilidade de um modo mais sistemático, mediante o uso das condições de cálculo para a maximização. Para tanto, primeiro formulamos o problema

de maximização da utilidade como um problema de maximização com restrições:

$$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2)$$

de maneira que $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.

Esse problema pede para escolhermos valores para x_1 e x_2 que façam duas coisas: satisfaçam a restrição e dêem para $u(x_1, x_2)$ um valor maior do que quaisquer outros valores de x_1 e x_2 que satisfaçam a restrição.

Há duas formas úteis de resolver esse tipo de problema. A primeira consiste apenas em resolver a restrição para uma das variáveis em termos da outra e depois substituí-la na função objetivo.

Por exemplo, para qualquer valor de x_1 , a quantidade de x_2 necessária para satisfazer a restrição orçamentária é dada pela função linear

$$x_2(x_1) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1. \quad (5.7)$$

Substitua agora $x_2(x_1)$ por x_2 na função de utilidade para obter o problema de maximização sem restrições

$$\max_{x_1} u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1).$$

Esse é um problema de maximização sem restrição apenas em x_1 , uma vez que usamos a função $x_2(x_1)$ para assegurar que o valor de x_2 satisfará sempre a restrição orçamentária, seja qual for o valor de x_1 .

Podemos resolver esse tipo de problema somente por diferenciação com relação a x_1 e igualar o resultado a zero, como de costume. Esse procedimento nos fornecerá a condição de primeira ordem da forma

$$\frac{\partial u(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_1} + \frac{\partial u(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dx_1} = 0. \quad (5.8)$$

Aqui, o primeiro termo é o efeito direto de como o aumento de x_1 faz aumentar a utilidade. O segundo termo é composto de duas partes: a taxa de aumento da utilidade à medida que x_2 aumenta, $\partial u/\partial x_2$, vezes dx_2/dx_1 , a taxa de aumento de x_2 à medida que x_1 aumenta para poder continuar a satisfazer a equação orçamentária. Para calcular essa última derivada, podemos diferenciar (5.7)

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Se substituirmos isso na equação (5.8), teremos

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

o que apenas diz que a taxa marginal de substituição entre x_1 e x_2 tem de ser igual à relação de preços da escolha ótima (x_1^*, x_2^*) . Essa é exatamente a condição que derivamos acima: a inclinação da curva de indiferença tem de ser igual à inclinação da linha orçamentária. É claro que a escolha ótima também tem de satisfazer a restrição orçamentária $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$, que outra vez nos dá duas equações com duas incógnitas.

A segunda forma de resolver esse problema é com o emprego dos **multiplicadores de Lagrange**. Esse método começa por definir uma função auxiliar conhecida como *Lagrangiana*:

$$L = u(x_1, x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m).$$

A nova variável, λ^3 , é chamada de **multiplicador de Lagrange** porque é multiplicada pela restrição. Assim, o teorema de Lagrange diz que a escolha ótima (x_1^*, x_2^*) deve satisfazer as três condições de primeira ordem

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1x_1^* + p_2x_2^* - m = 0.$$

Essas três equações têm vários aspectos interessantes. Primeiro, vale observar que elas são apenas as derivadas da Lagrangiana com relação a x_1 , x_2 e λ , cada uma delas igualada a zero. A última derivada, com relação a λ , é

³ Letra grega "lambda"

apenas a restrição orçamentária. Em segundo lugar, temos agora três equações com três incógnitas, x_1 , x_2 e λ . Esperamos poder resolver para x_1 e x_2 em termos de p_1 , p_2 e m .

O teorema de Lagrange é demonstrado em qualquer livro de cálculo avançado. É muito usado nos cursos de economia de nível avançado, mas para nossos objetivos só precisamos conhecer o postulado do teorema e como utilizá-lo.

Em nosso caso específico, é bom observar que se dividirmos a primeira condição pela segunda, teremos

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*) / \partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*) / \partial x_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

o que apenas diz que a TMS tem de ser igual à razão dos preços, exatamente como antes. A restrição orçamentária fornece a outra equação, de modo que voltamos a ter duas equações com duas incógnitas.

EXEMPLO: As Funções de Demanda Cobb-Douglas

No Capítulo 4, apresentamos a **função de utilidade Cobb-Douglas**

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d.$$

Como as funções de utilidade só são definidas até uma transformação monotônica, é conveniente aplicar logaritmos a essa expressão e trabalhar com

$$\ln u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

Encontremos as funções de demanda para x_1 e x_2 da função de utilidade Cobb-Douglas. O problema que queremos resolver é

$$\max_{x_1, x_2} c \ln x_1 + d \ln x_2,$$

$$\text{de modo que } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Há, pelo menos, três modos de resolver esse problema. Um deles é apenas escrever a condição da TMS e a restrição orçamentária. Ao utilizarmos a expressão da TMS derivada no Capítulo 4, teremos:

$$\frac{c x_2}{c x_1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Essas são duas equações com duas incógnitas que podem ser resolvidas para encontrar a escolha ótima de x_1 e x_2 . Um modo de resolvê-las é substituir a segunda na primeira, para chegar a

$$\frac{c(m / p_2 - x_1 p_1 / p_2)}{d x_1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

O produto cruzado dá

$$c(m - x_1 p_1) = d p_1 x_1.$$

Ao rearrumarmos essa equação, teremos

$$c m = (c + d) p_1 x_1$$

ou

$$x_1 = \frac{c}{c + d} \frac{m}{p_1}.$$

Essa é a função de demanda de x_1 . Para encontrar a função de demanda de x_2 , substituir na restrição orçamentária para obter

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \frac{c}{c + d} \frac{m}{p_1} \\ &= \frac{d}{c + d} \frac{m}{p_2}. \end{aligned}$$

O segundo modo é substituir no começo a restrição orçamentária no problema de maximização. Se fizermos isso, nosso problema torna-se

$$\max_{x_1} c \ln x_1 + d \ln(m/p_2 - x_1 p_1/p_2).$$

A condição de primeira ordem desse problema é

$$\frac{c}{x_1} = d \frac{p_2}{m - p_1 x_1} \frac{p_1}{p_2} = 0.$$

Um pouco de álgebra – que você mesmo terá de aplicar! – fornece a solução

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}.$$

Substitua isso de volta na restrição orçamentária $x_2 = m/p_2 - x_1 p_1/p_2$ para chegar a

$$x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}.$$

São essas as funções de demanda de dois bens que, felizmente, são idênticas às derivadas pelo outro método.

Utilizaremos agora o método de Lagrange. Formemos a Lagrangiana

$$L = c \ln x_1 + d \ln x_2 - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

e diferenciemo-la para obter as três condições de primeira ordem

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{c}{x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{d}{x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - m = 0.$$

Agora o negócio é resolvê-las! O modo mais adequado de ação é resolver primeiro para λ e então para x_1 e x_2 . Para isso, rearrumamos e fazemos o produto cruzado das duas primeiras equações para obter

$$c = \lambda p_1 x_1$$

$$d = \lambda p_2 x_2.$$

Essas equações estão sugerindo para serem adicionadas:

$$c + d = \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2) = \lambda m,$$

o que nos dá

$$\lambda = \frac{c+d}{m}.$$

Substitua isso de volta nas duas primeiras equações e resolva para x_1 e x_2 para obter:

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$

$$x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2},$$

exatamente como antes.

DEMANDA

No capítulo anterior apresentamos o modelo básico da escolha do consumidor: como a maximização da utilidade sujeita a uma restrição orçamentária produz escolhas ótimas. Vimos que as escolhas ótimas do consumidor dependem de sua renda e dos preços dos bens e trabalhamos com alguns exemplos para ver quais eram as escolhas ótimas para alguns tipos simples de preferências.

As **funções de demanda** do consumidor dão as quantidades ótimas de cada um dos bens como função dos preços e da renda com os quais o consumidor se defronta. As funções de demanda são escritas como

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$$

$$x_2 = x_2(p_1, p_2, m).$$

O lado esquerdo de cada equação representa a quantidade demandada. O lado direito, a função que relaciona os preços e a renda com essa quantidade.

Neste capítulo, examinaremos como a demanda por um bem varia à medida que variam os preços e a renda. O estudo de como a escolha responde às variações no ambiente econômico é conhecido como **estática comparativa**, que descrevemos inicialmente no Capítulo 1. “Comparativa” significa que queremos comparar duas situações: antes e depois de ocorrer a mudança no ambiente econômico. “Estatica” significa que não estamos interessados em nenhum processo de ajustamento que possa ocorrer entre uma escolha e outra; examinaremos, pois, apenas a escolha de equilíbrio.

No caso do consumidor, há apenas duas coisas em nosso modelo que afetam a escolha ótima: os preços e a renda. Os problemas da estática comparativa na teoria do consumidor consistem, portanto, em investigar como a demanda varia quando os preços e a renda do consumidor variam.

6.1 Bens Normais e Inferiores

Iniciaremos pelo exame de como a demanda por um bem varia à medida que a renda do consumidor varia. Queremos saber como a escolha ótima de um nível de renda se compara com a escolha ótima de outro nível de renda. Durante esse exercício, manteremos os preços fixos e examinaremos apenas a variação da demanda devida à variação da renda.

Sabemos como um aumento da renda monetária afeta a reta orçamentária quando os preços estão fixos – provoca um deslocamento paralelo para fora. Como isso afeta a demanda?

Normalmente pensaríamos que a demanda por um bem aumenta quando a renda aumenta, como mostra a Figura 6.1. Os economistas, com uma falta singular de imaginação, chamam esses bens de **normais**. Se o bem 1 for normal, sua demanda aumentará quando a renda aumentar e di-

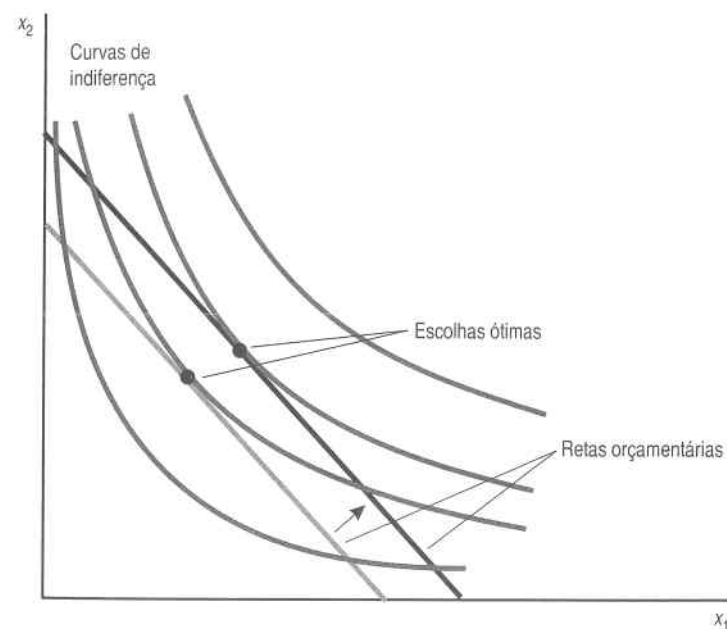


FIGURA 6.1 Bens normais. A demanda por ambos os bens aumenta quando a renda aumenta.

minuirá quando a renda diminuir. Num bem normal, a quantidade demandada sempre varia do mesmo modo que a renda:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta m} > 0.$$

Se uma coisa é chamada de normal, você pode estar certo de que também há a possibilidade de ela venha a ser anormal. E realmente há. A Figura 6.2 apresenta um exemplo de curvas de indiferença bem-comportadas em que um acréscimo na renda produz uma *redução* no consumo de um dos bens. Esse bem é chamado de bem **inferior**. Isto até poderia ser "anormal", mas quando pensamos no assunto constatamos que os bens inferiores não são assim tão incomuns. Existem muitos bens cujas demandas diminuem à medida que a renda aumenta; os exemplos poderiam incluir mingau de farinha, salsicha, grãos ordinários e quase todos os produtos de baixa qualidade.

A questão de se um bem é inferior ou não depende do nível de renda que se examina. É bem possível que as pessoas muito pobres consumam mais salsicha com o aumento da renda. Mas após certo ponto, o consumo de salsicha provavelmente diminuiria à medida que a renda continuasse a crescer. Como na vida real o consumo de bens pode aumentar ou diminuir quando a renda aumenta, é tranquilizador saber que a teoria permite ambas as possibilidades.

6.2 Curvas de Renda-Consumo e Curvas de Engel

Já vimos que um acréscimo na renda corresponde a um deslocamento paralelo e para fora da reta orçamentária. Podemos unir as cestas demandadas obtidas à medida que deslocamos a reta orçamentária para fora, para traçarmos a **curva de renda-consumo**. Essa curva mostra as cestas de bens demandadas em diferentes níveis de renda, como ilustra a Figura 6.3A. A curva de renda-consumo é também conhecida como **caminho de expansão da renda**. Se ambos os bens forem normais, o caminho de expansão da renda terá inclinação positiva, conforme descreve a Figura 6.3A.

Para cada nível de renda, m , haverá uma escolha ótima para cada um dos bens. Focalizemos o bem 1 e examinemos a escolha ótima em cada conjunto de preços e renda $x_1(p_1, p_2, m)$. Isso é apenas a função de demanda do bem 1. Se mantivermos fixos os preços dos bens 1 e 2 e observarmos como a demanda varia à medida que a renda varia, geraremos uma curva chamada de **curva de Engel**. A curva de Engel é um gráfico da demanda de um dos bens como função da renda, com os preços constantes. Para um exemplo de curva de Engel, ver a Figura 6.3B.

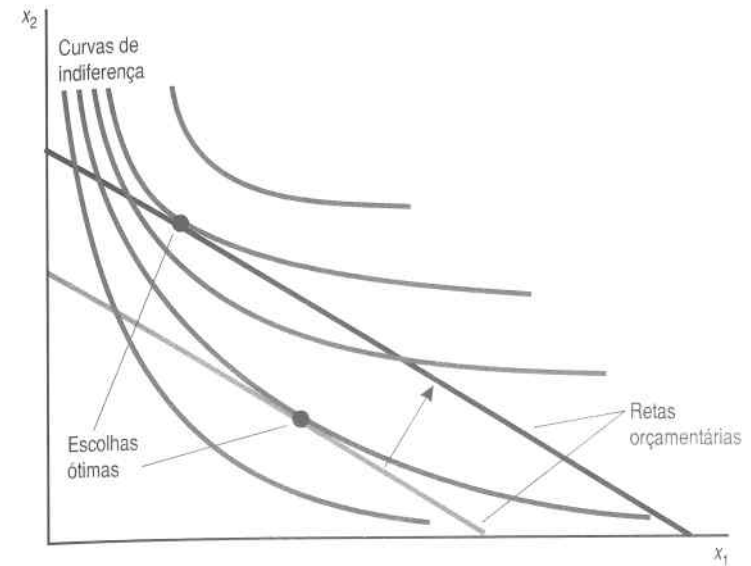


FIGURA 6.2 Um bem inferior. O bem 1 é um bem inferior, o que significa que a demanda por ele diminui quando a renda aumenta.

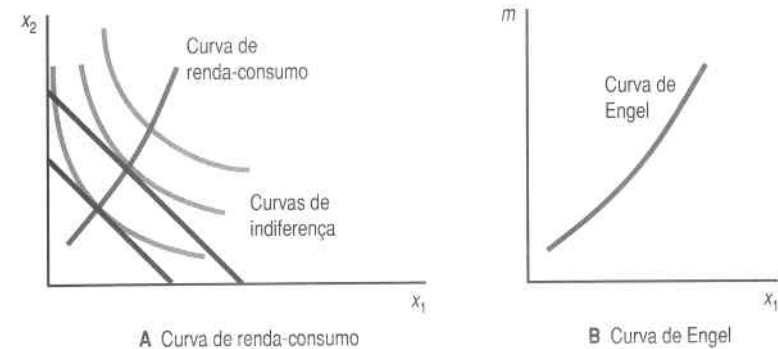


FIGURA 6.3 Como a demanda varia quando a renda varia. A curva de renda-consumo (ou caminho de expansão da renda) mostrada no painel A descreve a escolha ótima em diferentes níveis de renda e preços constantes. Quando traçamos a escolha ótima do bem 1 contra a renda, m , obtemos a curva de Engel, descrita no painel B.

6.3 Alguns Exemplos

Consideremos algumas das preferências examinadas no Capítulo 5 para ver que aparência têm as curvas de renda-consumo e de Engel.

Substitutos Perfeitos

O caso de substitutos perfeitos é descrito na Figura 6.4. Se $p_1 < p_2$, o que indica que o consumidor está se especializando no consumo do bem 1, se a renda desse consumidor aumentar, seu consumo do bem 1 aumentará. Assim, a curva de renda-consumo será o eixo horizontal, como mostra a Figura 6.4A.

Como nesse caso a demanda do bem 1 é $x_1 = m/p_1$, a curva de Engel será uma linha reta com inclinação p_1 , como ilustra a Figura 6.4B. (Como m está no eixo vertical e x_1 no horizontal, podemos escrever $m = p_1 x_1$, o que deixa claro que a inclinação é p_1 .)

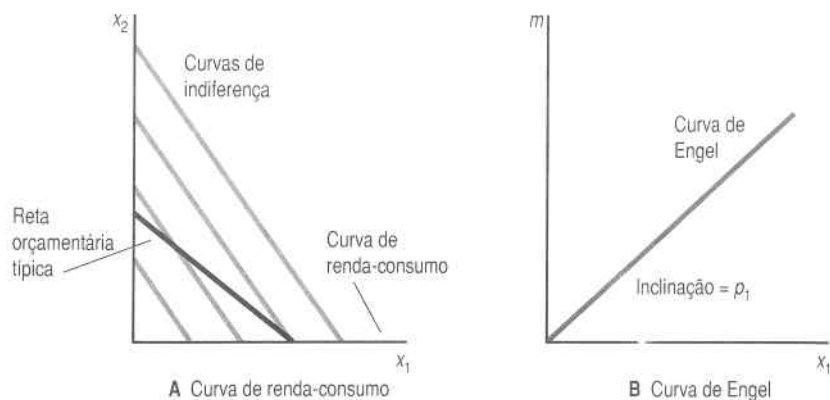


FIGURA 6.4 *Substitutos perfeitos.* A curva de renda-consumo (A) e a curva de Engel (B), no caso de substitutos perfeitos.

Complementares Perfeitos

O comportamento de demanda por complementares perfeitos é mostrado na Figura 6.5. Como o consumidor usará sempre a mesma quantidade de cada bem, não importa quais sejam, a curva de renda-consumo será a diagonal que passa pela origem, como ilustra a Figura 6.5A. Vimos que a demanda pelo bem 1 é $x_1 = m/(p_1 + p_2)$, de modo que a curva de Engel será uma reta com inclinação $p_1 + p_2$, como mostra a Figura 6.5B.

Preferências Cobb-Douglas

No caso das preferências Cobb-Douglas, é mais fácil observar as formas algébricas das funções de demanda para ver a aparência dos gráficos. Se $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, a demanda Cobb-Douglas pelo bem 1 terá a forma $x_1 = am/p_1$. Para um valor fixo de p_1 , essa será uma função linear de m . Assim, a

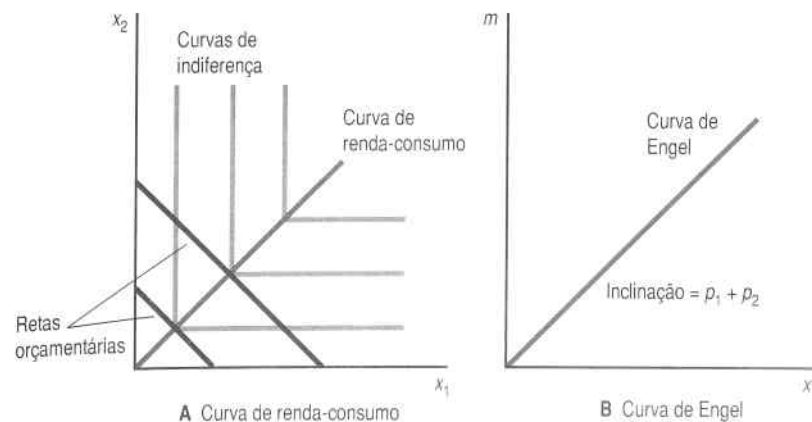


FIGURA 6.5 *Complementares perfeitos.* A curva de renda-consumo (A) e a curva de Engel (B), no caso de complementares perfeitos.

duplicação de m acarretará a duplicação da demanda, a triplicação de m acarretará a triplicação da demanda, e assim por diante. Com efeito, a multiplicação de m por qualquer número positivo acarretará a multiplicação da demanda pelo mesmo fator.

A demanda pelo bem 2 será $x_2 = (1-a)m/p_2$, que também é uma função claramente linear. O fato de que as funções de demanda de ambos os bens sejam funções lineares da renda significa que os caminhos de expansão da renda serão retas que passam pela origem, como ilustra a Figura 6.6A. A curva de Engel do bem 1 será uma reta com inclinação de p_1/a , conforme descrito na Figura 6.6B.

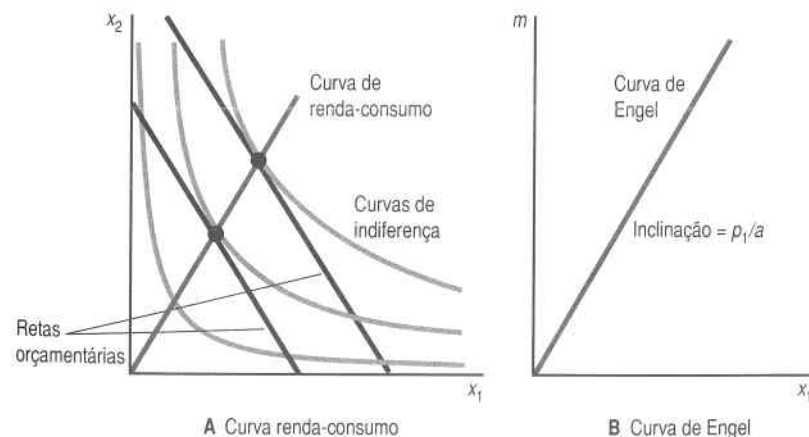


FIGURA 6.6 *Cobb-Douglas.* A curva de renda-consumo (A) e a curva de Engel (B) para a utilidade Cobb-Douglas.

Preferências Homotéticas

Todas as curvas de renda-consumo e de Engel que vimos até agora têm sido, na verdade, linhas retas! Isso ocorre porque nossos exemplos têm sido muito simples. As verdadeiras curvas de Engel não têm de ser linhas retas. Em geral, quando a renda aumenta, a demanda por um bem pode aumentar com maior ou menor rapidez do que a do aumento da renda. Quando a demanda aumenta em proporção maior do que a renda, dizemos que esse é um **bem de luxo**; quando a proporção de aumento é menor do que a da renda, diz-se que é um **bem necessário**.

A linha divisória é aquela em que a demanda por um bem aumenta exatamente na mesma proporção que a renda. Foi isso que aconteceu nos três casos que examinamos acima. Que aspecto das preferências do consumidor provoca esse comportamento?

Suponhamos que as preferências do consumidor dependam apenas da *razão* entre o bem 1 e o bem 2. Isso significa que se o consumidor prefere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) , então ele automaticamente preferirá $(2x_1, 2x_2)$ a $(2y_1, 2y_2)$, $(3x_1, 3x_2)$ a $(3y_1, 3y_2)$, e assim por diante, uma vez que a razão entre o bem 1 e o bem 2 é a mesma para todas essas cestas. Na verdade, o consumidor prefere (tx_1, tx_2) a (ty_1, ty_2) para qualquer valor positivo de t . As preferências com essa propriedade são chamadas **preferências homotéticas**. Não é difícil demonstrar que os três exemplos dados acima – substitutos perfeitos, complementares perfeitos e de Cobb-Douglas – são de preferências homotéticas.

Quando as preferências do consumidor são homotéticas, as curvas de renda-consumo são sempre retas que passam pela origem, como mostra a Figura 6.7. Para ser mais específico, afirmar que as preferências são homo-

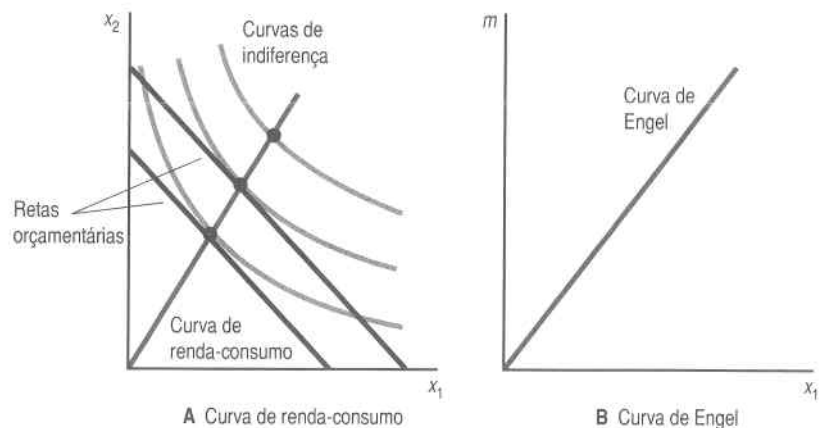


FIGURA 6.7 **Preferências homotéticas.** A curva de renda-consumo (A) e a curva de Engel (B), no caso de preferências homotéticas.

téticas equivale a dizer que, se a renda aumentar ou diminuir num montante $t > 0$, a cesta demandada aumentará ou diminuirá na mesma proporção. Isso pode ser provado de modo rigoroso, mas fica bem claro quando observado visualmente. Se a curva de indiferença tangenciar a reta orçamentária em (x_1^*, x_2^*) , a curva de indiferença que passa por (tx_1^*, tx_2^*) tangenciará a reta orçamentária que tiver t vezes a mesma renda e os mesmos preços. Isso implica que as curvas de Engel são também linhas retas. Se duplicarmos a renda, duplicaremos também a demanda de cada bem.

As preferências homotéticas são muito convenientes, posto que os efeitos-renda são muito simples. Infelizmente, elas não são muito realistas por essa mesma razão! Mas serão usadas com frequência em nossos exemplos.

Preferências Quase-lineares

As preferências quase-lineares são outro tipo de preferências que geram uma forma especial das curvas de renda-consumo e de Engel. Lembre-se da definição de preferências quase-lineares dada no Capítulo 4. É o caso em que todas as curvas de indiferença são versões “deslocadas” de uma curva de indiferença, como na Figura 6.8. Equivalentemente, a função de utilidade dessas preferências assume a forma $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$. O que acontecerá se deslocarmos a reta orçamentária para fora? Nesse caso, se uma curva de indiferença tangenciar a reta orçamentária numa cesta (x_1^*, x_2^*) , então, outra curva de indiferença tem de tangenciar em $(x_1^*, x_2^* + k)$, para qualquer constante k . O aumento da renda não altera em nada a demanda pelo bem 1, e toda renda adicional vai inteiramente para o consumo

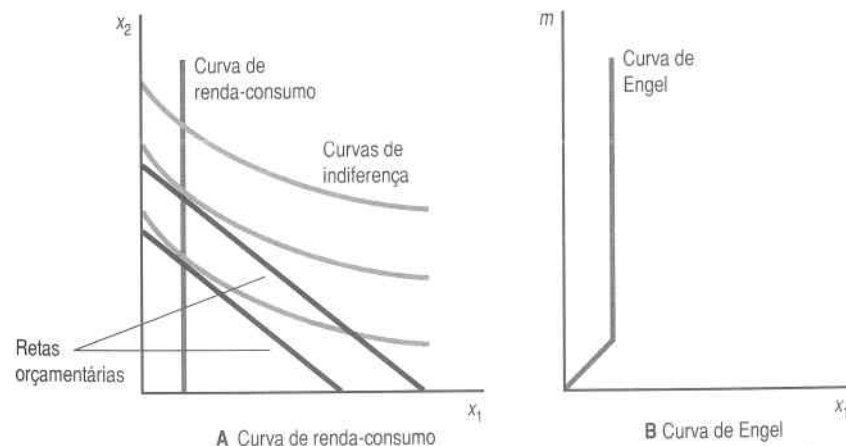


FIGURA 6.8 **Preferências quase-lineares.** Uma curva de renda-consumo (A) e uma curva de Engel (B) com preferências quase-lineares.

do bem 2. Se as preferências forem quase-lineares, dizemos às vezes que existe um “efeito-renda nulo” para o bem 1. Assim, a curva de Engel para o bem 1 será uma linha vertical – quando a renda varia, a demanda pelo bem 1 permanece constante.

Em que situação da vida real isso poderia ocorrer? Suponhamos que o bem 1 seja lápis e o bem 2 dinheiro para gastar em outros bens. A princípio, poderei gastar minha renda apenas em lápis, mas quando ela aumentar o suficiente, pararei de comprar mais lápis – toda a minha renda adicional será gasta em outros bens, que podem ir de sal a pasta de dentes. Quando examinamos a escolha entre todos os outros bens e algum bem determinado que não representa uma parte muito grande do orçamento do consumidor, a suposição da preferência quase-linear pode ser bem plausível, pelo menos se a renda do consumidor for suficientemente grande.

6.4 Bens Comuns e Bens de Giffen

Examinemos agora as variações de preços. Suponhamos que baixemos o preço do bem 1 e mantenhamos constante o preço do bem 2 e a renda monetária. O que pode acontecer à quantidade demandada do bem 1? Nossa intuição diz que a quantidade demandada do bem 1 deveria aumentar quando o preço caísse. De fato, é assim que costuma acontecer, como mostra a Figura 6.9.

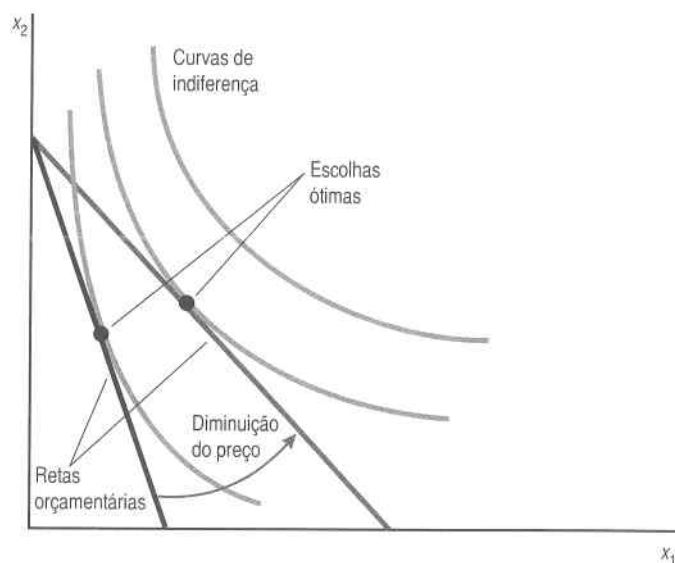


FIGURA 6.9 *Um bem comum.* Em geral, a demanda por um bem aumenta quando seu preço diminui, como neste caso.

Quando o preço do bem 1 diminui, a reta orçamentária fica mais plana. Em outras palavras, o intercepto vertical permanece fixo e o intercepto horizontal se move para a direita. Na Figura 6.9, a escolha ótima do bem 1 também se move para a direita: a quantidade demandada do bem 1 aumentou. Mas poderíamos nos perguntar se isso acontece sempre assim. Será que, independentemente do tipo de preferências do consumidor, a demanda de um bem deve sempre aumentar quando seu preço diminui?

A resposta é não. É possível, de acordo com a lógica, encontrar preferências bem-comportadas em que a diminuição do preço do bem 1 provoca a diminuição da demanda desse bem. Esse tipo de bem é chamado de **bem de Giffen**, em homenagem a um economista do século XIX, que percebeu pela primeira vez essa possibilidade. Um exemplo está ilustrado na Figura 6.10.

O que ocorre aqui em termos econômicos? Que tipo de preferências poderia causar o comportamento descrito na Figura 6.10? Suponhamos que os dois bens que você esteja consumindo sejam mingau de farinha e leite e que, no momento, você consuma sete tigelas de mingau e sete copos de leite por semana. Então, o preço do mingau baixa. Se você consumir as mesmas sete tigelas de mingau por semana, terá uma sobra de dinheiro para comprar mais leite. Na verdade, com o dinheiro economizado graças à diminuição do preço do mingau, você pode até aumentar o consumo de leite e reduzir o de mingau. A redução do preço do mingau de farinha liberou certa quantia de dinheiro para ser gasta em outras coisas – mas você

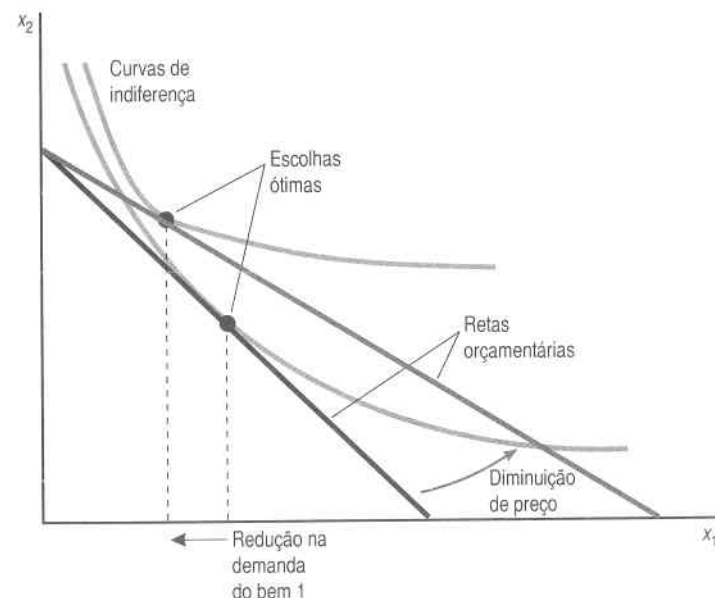


FIGURA 6.10 *Um bem de Giffen.* O bem 1 é um bem de Giffen, uma vez que a demanda por ele diminui quando seu preço diminui.

pode querer reduzir seu consumo de mingau de farinha! Assim, a variação do preço é, até certo ponto, *semelhante* a uma variação da renda. Embora a renda *monetária* permaneça constante, uma variação no preço de um bem fará variar o poder aquisitivo e, por extensão, a demanda.

Assim, os bens de Giffen não são implausíveis do ponto de vista puramente lógico, embora seja pouco provável encontrá-los no mundo real. A maioria dos bens são bens comuns – quando os preços aumentam, a demanda diminui. Veremos mais adiante por que essa é a situação comum.

Não foi à toa que usamos o mingau de farinha como exemplo de um bem inferior e de um bem de Giffen. Ocorre que existe uma relação íntima entre os dois casos, relação essa que analisaremos num capítulo posterior.

Por enquanto, nossa pesquisa da teoria do consumidor pode deixá-lo com a impressão de que quase tudo pode acontecer: se a renda aumentar, a demanda de um bem pode aumentar ou diminuir; se o preço aumentar, a demanda pode aumentar ou diminuir. Será a teoria do consumidor compatível com qualquer tipo de comportamento? Ou haverá tipos de comportamento excluídos pelo modelo econômico do comportamento do consumidor? O modelo de maximização realmente impõe certas restrições ao comportamento, mas teremos de esperar até o próximo capítulo para ver quais são.

6.5 Curva de Preço-Consumo e Curva de Demanda

Suponhamos que deixamos o preço do bem 1 variar, enquanto mantemos p_2 e a renda fixos. Do ponto de vista geométrico, isso implica girar a reta orçamentária. Podemos pensar em unir os pontos ótimos para formar a **curva de preço-consumo**, como ilustra a Figura 6.11A. Essa curva representa as cestas que seriam demandadas aos diversos preços do bem 1.

Podemos representar a mesma informação de maneira diferente. De novo, mantenha fixos a renda e o preço do bem 2 e, para cada valor diferente de p_1 , trace o nível de consumo ótimo do bem 1. O resultado disso é a **curva de demanda**, mostrada na Figura 6.11B. A curva de demanda é um gráfico da função de demanda $x_1(p_1, p_2, m)$, em que se mantêm p_2 e m fixos em valores predeterminados.

Em geral, quando o preço de um bem aumenta, a demanda dele diminui. Portanto, o preço e a quantidade demandada de um bem irão mover-se em direções *opostas*, o que significa que a curva de demanda tipicamente terá inclinação negativa. Em termos das taxas de variação, teremos normalmente que:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0,$$

o que apenas diz que as curvas de demanda em geral têm inclinação negativa.

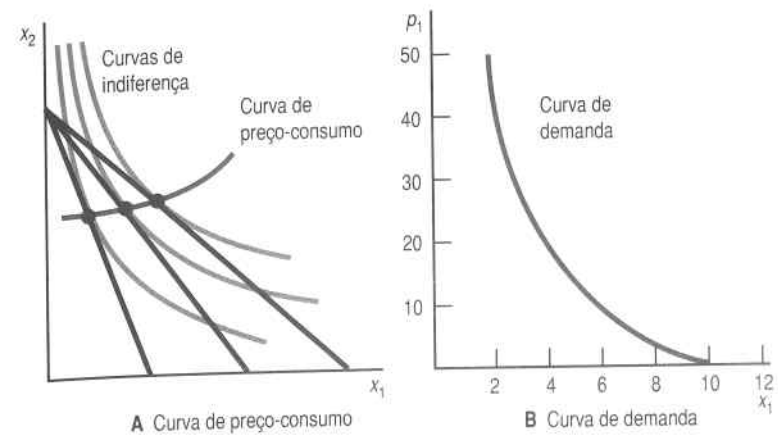


FIGURA 6.11 Curva de preço-consumo e curva de demanda. O painel (A) contém a curva de preço-consumo, que descreve as escolhas ótimas à medida que o preço do bem 1 varia. O painel (B) contém a curva de demanda associada, que mostra a escolha ótima do bem 1 como função de seu preço.

Entretanto, também vimos que, no caso dos bens de Giffen, a demanda do bem pode diminuir quando o preço diminui. Assim, é possível, embora não seja provável, que haja uma curva de demanda com inclinação positiva.

6.6 Alguns Exemplos

Examinemos alguns exemplos de curvas de demanda, usando as preferências analisadas no Capítulo 3.

Substitutos Perfeitos

A Figura 6.12 ilustra as curvas de preço-consumo e de demanda dos substitutos perfeitos – o exemplo dos lápis vermelhos e azuis. Conforme vimos no Capítulo 5, a demanda do bem 1 é igual a zero quando $p_1 > p_2$; é igual a qualquer quantidade sobre a reta orçamentária quando $p_1 = p_2$; e é igual a m/p_1 quando $p_1 < p_2$. A curva de preço-consumo sugere essas possibilidades.

Para encontrar a curva de demanda, fixamos o preço do bem 2 num nível p_2^* e traçamos o diagrama da demanda do bem 1 *versus* seu preço, para obter a forma mostrada na Figura 6.12B.

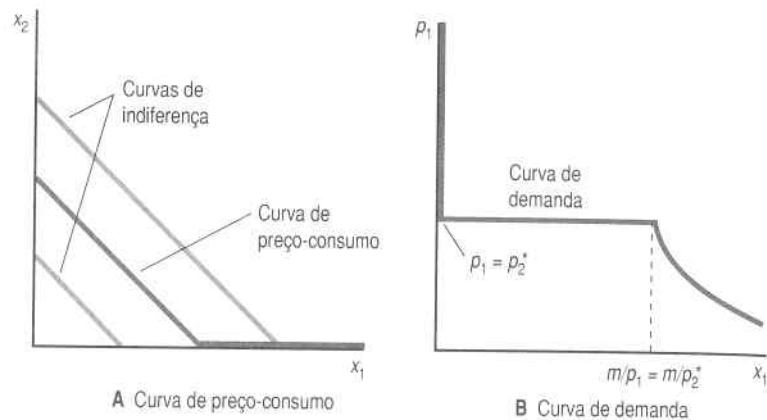


FIGURA 6.12 *Substitutos perfeitos.* A curva de preço-consumo (A) e a curva de demanda (B), no caso de substitutos perfeitos.

Complementares Perfeitos

A Figura 6.13 descreve o caso dos complementares perfeitos – o exemplo dos pés direito e esquerdo do par de sapatos. Sabemos que qualquer que seja o preço, o consumidor demandará a mesma quantidade dos bens 1 e 2. Portanto, sua curva de preço-consumo será uma diagonal, como descrito na Figura 6.13A. No Capítulo 5, vimos que a demanda do bem 1 é dada por

$$x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

Se fixarmos m e p_2 e traçarmos a relação entre x_1 e p_1 , obteremos a curva descrita na Figura 6.13B.

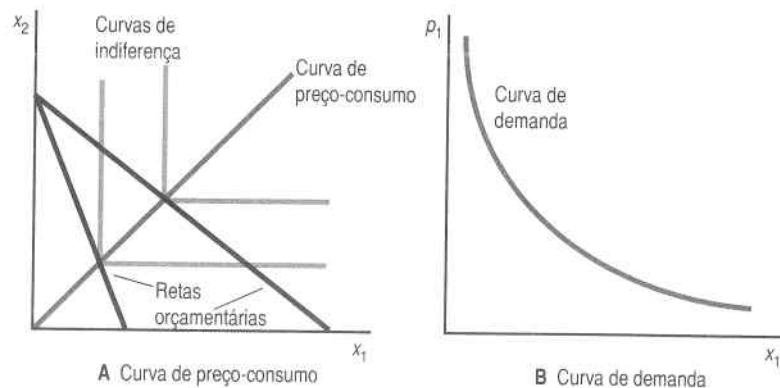


FIGURA 6.13 *Complementares perfeitos.* A curva de preço-consumo (A) e a curva de demanda (B), no caso de complementares perfeitos.

O Bem Discreto

Suponhamos que o bem 1 seja um bem discreto. Se p_1 for muito alto, o consumidor preferirá consumir estritamente zero unidade; se p_1 for suficientemente baixo, o consumidor preferirá consumir estritamente uma unidade. A um preço r_1 , o consumidor será indiferente entre consumir ou não o bem 1. O preço em que o consumidor é exatamente indiferente entre consumir ou não o bem é chamado de **preço de reserva**.¹ As curvas de indiferença e a curva de demanda são mostradas na Figura 6.14.

O diagrama deixa claro que o comportamento da demanda pode ser descrito por uma seqüência de preços de reserva pelos quais o consumidor está exatamente disposto a comprar outra unidade do bem. A um preço de r_1 , o consumidor estará disposto a comprar uma unidade do bem; se o preço cair para r_2 , ele estará disposto a comprar mais uma unidade, e assim por diante.

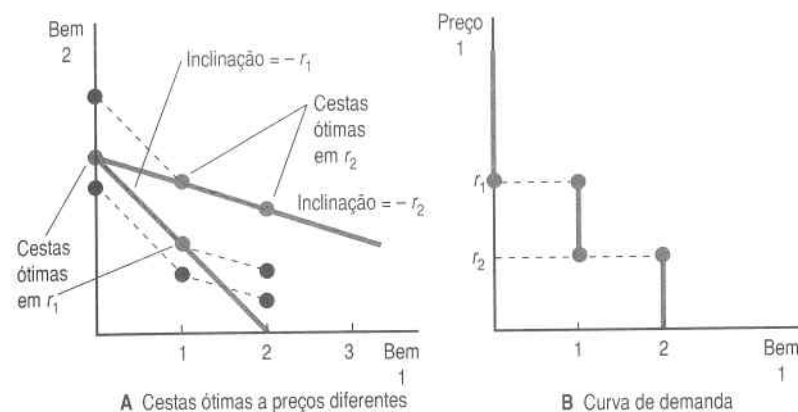


FIGURA 6.14 *Bem discreto.* À medida que o preço do bem 1 diminui, haverá um preço, o preço reserva, em que o consumidor ficará exatamente indiferente entre consumir ou não o bem 1. À medida que o preço continuar a diminuir, mais unidades do bem discreto serão demandadas.

¹ O termo preço de reserva vem do mercado de leilões. Quando alguém queria vender algo em leilão, essa pessoa em geral estabelecia um preço mínimo pelo qual estava disposta a vender o bem. Se o melhor preço oferecido estivesse abaixo do preço declarado, o vendedor reservava-se o direito de comprar o item ele mesmo. Esse preço passou a ser conhecido como preço de reserva do vendedor e acabou por ser usado para descrever o preço pelo qual alguém está exatamente disposto a comprar ou vender alguma coisa.

Esses preços podem ser descritos em termos da função de utilidade original. Por exemplo, r_1 é o preço em que o consumidor é exatamente indiferente entre consumir zero ou uma unidade do bem 1, de modo que r_1 tem de satisfazer a equação

$$u(0, m) = u(1, m - r_1). \quad (6.1)$$

Do mesmo modo, r_2 satisfaz a equação

$$u(1, m - r_2) = u(2, m - 2r_2). \quad (6.2)$$

O lado esquerdo dessa equação é a utilidade de consumir uma unidade do bem ao preço de r_2 . O lado direito é a utilidade de consumir duas unidades do bem, cada uma delas ao preço de r_2 .

Se a função de utilidade for quase-linear, então as fórmulas que descrevem os preços de reserva tornar-se-ão mais simples. Se $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$, e $v(0) = 0$, poderemos escrever a equação (6.1) como

$$v(0) + m = m = v(1) + m - r_1.$$

Como $v(0) = 0$, podemos resolver para r_1 , para obter

$$r_1 = v(1). \quad (6.3)$$

Do mesmo modo, podemos escrever a equação (6.2) como

$$v(1) + m - r_2 = v(2) + m - 2r_2.$$

Se cancelarmos termos e fizermos uma rearrumação, essa expressão transforma-se em

$$r_2 = v(2) - v(1).$$

Ao prosseguirmos desse modo, o preço de reserva da terceira unidade de consumo será dado por

$$r_3 = v(3) - v(2)$$

e assim por diante.

Em cada caso, o preço de reserva mede o incremento de utilidade necessário para induzir o consumidor a escolher mais uma unidade do bem. Em termos gerais, os preços de reserva medem as utilidades marginais relacionadas a diferentes níveis do consumo do bem 1. Nosso pressuposto de utilidade marginal decrescente implica que a seqüência dos preços de reserva deve decrescer: $r_1 > r_2 > r_3 \dots$

A estrutura especial da função de utilidade quase-linear faz com que os preços de reserva não dependam da quantidade do bem 2 que o consumidor possua. Esse é, com certeza, um caso especial, mas ele facilita muito a descrição do comportamento da demanda. Dado um preço p , temos apenas de descobrir onde ele se situa na lista de preços de reserva. Suponhamos, por exemplo, que p esteja entre r_6 e r_7 . O fato de que $r_6 > p$ significa que o consumidor está disposto a abrir mão de p unidades monetárias para obter seis unidades do bem 1, e o fato de que $p > r_7$ significa que o consumidor não está disposto a abrir mão de p unidades monetárias para obter a sétima unidade do bem 1.

Esse argumento é bastante intuitivo, mas vamos dar uma olhadela na matemática para assegurar que isso fique claro. Suponhamos que o consumidor demande seis unidades do bem 1. Queremos mostrar que temos de ter $r_6 \geq p \geq r_7$.

Se o consumidor estiver maximizando a utilidade, temos então de ter

$$v(6) + m - 6p \geq v(x_1) + m - px_1$$

para todas as escolhas possíveis de x_1 . Em especial, temos de ter que

$$v(6) + m - 6p \geq v(5) + m - 5p.$$

Se reordenarmos essa equação, teremos

$$r_6 = u(6) - u(5) \geq p,$$

o que é metade do que queríamos mostrar.

Com essa mesma lógica,

$$v(6) + m - 6p \geq v(7) + m - 7p.$$

Se reordenarmos essa equação, teremos

$$p \geq v(7) - v(6) = r_7,$$

que é a outra metade da desigualdade que queríamos estabelecer.

6.7 Substitutos e Complementares

Já utilizamos os termos substitutos e complementares; torna-se agora oportuno darmos uma definição formal. Como já vimos substitutos e complementares *perfeitos* diversas vezes, parece razoável examinar o caso imperfeito.

Pensemos primeiro nos substitutos. Dissemos que os lápis vermelhos e azuis poderiam ser considerados substitutos perfeitos, pelo menos para alguém que não se importe com a cor. Mas e se forem lápis e canetas? Esse é um caso de substitutos "imperfeitos". Ou seja, os lápis e as canetas são, até certo ponto, substitutos um do outro, embora não sejam substitutos tão perfeitos quanto os lápis vermelhos e os azuis.

Do mesmo modo, dissemos que os pés direito e esquerdo do par de sapatos eram complementares perfeitos. Mas e quanto a um par de sapatos e um par de meias? Os pés direito e esquerdo do par de sapatos são quase sempre consumidos juntos e os sapatos e as meias são *geralmente* consumidos juntos. Os bens complementares são aqueles, como sapatos e meias, que costumam ser consumidos juntos, embora nem sempre.

Agora que discutimos a idéia básica de complementares e substitutos, podemos fornecer uma definição econômica precisa. Lembre-se de que a função de demanda do bem 1, por exemplo, será tipicamente uma função do preço tanto do bem 1 quanto do bem 2 e, por isso, escrevemos $x_1(p_1, p_2, m)$. Podemos indagar como variará a demanda do bem 1 quando o preço do bem 2 variar: ela aumenta ou diminui?

Se a demanda do bem 1 subir quando o preço do bem 2 subir, diremos que o bem 1 é um **substituto** do bem 2. Em termos de taxas de variação, o bem 1 será um substituto do bem 2 se

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} > 0.$$

A idéia é que, quando o bem 2 encarece, o consumidor muda para o bem 1: o consumidor *substitui* o bem mais caro pelo mais barato.

Por outro lado, se a demanda do bem 1 cair quando o preço do bem 2 subir, dizemos que o bem 1 é um **complemento** do bem 2. Isto significa que

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} < 0.$$

Complementares são os bens consumidos juntos, como café e açúcar, de modo que quando o preço de um deles sobe, o consumo de ambos tende a diminuir.

ELSEVIER

Os casos de substitutos e complementares perfeitos ilustram bem esses aspectos. Observe que $\Delta x_1 / \Delta p_2$ é positivo (ou zero) no caso dos substitutos perfeitos e negativo no caso dos complementares perfeitos.

É bom fazer algumas advertências sobre esses conceitos. Primeiro, o caso dos dois bens é bastante especial quando se trata de substitutos e complementares. Como a renda é mantida constante, se gastarmos mais dinheiro com o bem 1, teremos de gastar menos com o bem 2. Isso impõe algumas restrições aos tipos de comportamento possíveis. Quando há mais de dois bens, essas restrições não constituem tanto problema.

Em segundo lugar, embora a definição de substitutos e complementares pareça sensata em termos do comportamento de demanda do consumidor, as definições apresentam dificuldades em contextos mais amplos. Por exemplo, se utilizarmos as definições acima numa situação que envolva mais de dois bens, é perfeitamente possível que o bem 1 possa ser um substituto do bem 3, mas o bem 3 pode ser um complemento do bem 1. Essas características peculiares fazem com que as abordagens mais avançadas utilizem uma definição um pouco diferente de substitutos e complementares. As definições acima descrevem conceitos conhecidos como **substitutos brutos** e **complementares brutos**; elas serão suficientes para atender nossas necessidades.

6.8 Função de Demanda Inversa

Se fixarmos p_2 e m , e traçarmos um gráfico de p_1 contra x_1 , obteremos a **curva de demanda**. Conforme sugerimos, em geral pensamos que a curva de demanda tem inclinação negativa, de modo que preços mais altos levam a uma demanda menor, embora o exemplo dos bens de Giffen mostre que poderia ser de outro modo.

Sempre que tivermos uma curva de demanda com inclinação negativa, como de hábito, faz sentido falar na **função de demanda inversa**. A função de demanda inversa é a função de demanda que encara o preço como uma função da quantidade. Isto é, para cada nível de demanda do bem 1, a função de demanda inversa mede qual deveria ser o preço do bem 1 para que os consumidores escolhessem esse nível de consumo. Assim, a função de demanda inversa mede a mesma relação que a função de demanda direta, só que de outro ponto de vista. A Figura 6.15 descreve a função de demanda inversa – ou a função de demanda direta, dependendo do ponto de vista.

Lembre-se, por exemplo, da curva de demanda Cobb-Douglas para o bem 1, $x_1 = am/p_1$. Poderíamos, do mesmo modo, escrever a relação entre o preço e a quantidade como $p_1 = am/x_1$. A primeira representação é a função de demanda direta; a segunda é a função de demanda inversa.

A função de demanda inversa tem uma interpretação econômica útil. Lembre-se de que enquanto ambos os bens forem consumidos em quanti-

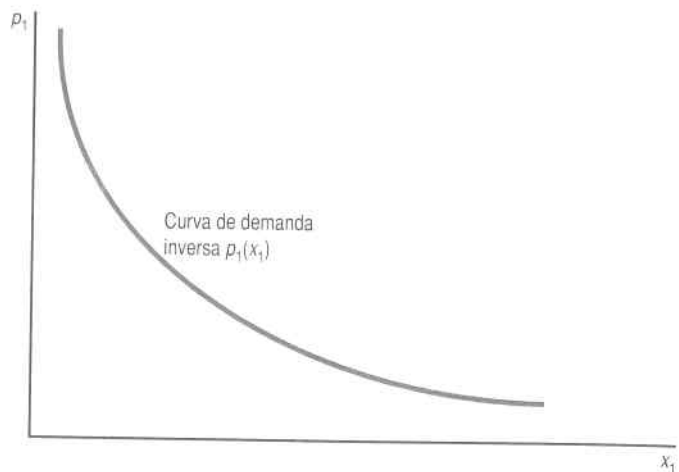


FIGURA 6.15 *Curva de demanda inversa.* Se acharmos que a curva de demanda mede o preço em função da quantidade, teremos uma função de demanda inversa.

dades positivas, a escolha ótima tem de satisfazer a condição de que o valor absoluto da TMS seja igual à razão de preços:

$$|TMS| = \frac{p_1}{p_2}$$

Isso nos diz que no nível ótimo de demanda do bem 1, por exemplo, teremos de ter

$$p_1 = p_2 |TMS|. \quad (6.4)$$

Logo, no nível ótimo de demanda do bem 1 o preço desse bem será proporcional ao valor absoluto da TMS entre o bem 1 e o bem 2.

Suponhamos, para simplificar, que o preço do bem 2 seja um. A equação (6.4) nos diz que, no nível ótimo de demanda, o preço do bem 1 mede quanto o consumidor está disposto a abrir mão do bem 2 para obter um pouco mais do bem 1. Nesse caso, a função de demanda inversa mede apenas o valor absoluto da TMS. Para qualquer nível ótimo de x_1 , a curva de demanda inversa mostra quanto do bem 2 o consumidor desejaria ter para compensá-lo por uma pequena redução na quantidade do bem 1. Ou, virando-se ao contrário, a função de demanda inversa mede que quantidade do bem 2 o consumidor estaria disposto a sacrificar para tornar-se exatamente indiferente a ter um pouco mais do bem 1.

Se pensarmos no bem 2 como sendo uma quantidade de dinheiro para gastar com outros bens, poderemos então pensar na TMS como sendo a quantidade de unidades monetárias de que a pessoa estaria disposta a abrir mão para obter um pouco mais do bem 1. Havíamos sugerido anteriormente que, nesse caso, podemos considerar a TMS como a medição da propensão marginal a pagar. Como nesse caso o preço do bem 1 é exatamente a TMS, isso significa que o próprio preço do bem 1 mede a propensão marginal a pagar.

Em cada quantidade x_1 , a função de demanda inversa mede de quantas unidades monetárias o consumidor está disposto a abrir mão para obter um pouco mais do bem 1; ou, dito de outro modo, quantas unidades monetárias o consumidor está disposto a dar pela última unidade comprada do bem 1. Para uma quantidade suficientemente pequena do bem 1, ambas as coisas se equivalem.

Vista dessa perspectiva, a curva de demanda inversa com inclinação negativa tem um novo significado. Quando x_1 for muito pequeno, o consumidor estará disposto a abrir mão de muito dinheiro – isto é, de muitos outros bens —, para obter um pouco mais do bem 1. Quando x_1 aumentar, o consumidor estará disposto a dar menos dinheiro, na margem, para obter um pouco mais do bem 1. Assim, a propensão marginal a pagar, no sentido de disposição marginal de sacrificar o bem 2 pelo bem 1, decresce à medida que aumenta o consumo do bem 1.

Resumo

1. A função de demanda de um bem depende em geral dos preços de todos os bens e da renda do consumidor.
2. Um bem normal é aquele cuja demanda cresce quando a renda aumenta. Um bem inferior é aquele cuja demanda diminui quando a renda aumenta.
3. Um bem comum é aquele cuja demanda diminui quando o preço aumenta. Um bem de Giffen é aquele cuja demanda cresce quando o seu preço aumenta.
4. Se a demanda do bem 1 crescer quando o preço do bem 2 aumentar, então o bem 1 será um substituto do bem 2. Se, porém, nessa mesma situação, a demanda do bem 1 diminuir, então o bem 1 será um complemento do bem 2.
5. A função de demanda inversa mede o preço ao qual uma certa quantidade será demandada. A altura da curva de demanda num determinado nível de consumo mede a propensão marginal a pagar por uma unidade adicional do bem nesse nível de consumo.

Questões de Revisão

1. Se o consumidor estiver consumindo exatamente dois bens e se gastar sempre todo o seu dinheiro com eles, poderão ser ambos os bens inferiores?
2. Demonstre que os substitutos perfeitos são um exemplo de preferências homotéticas.
3. Demonstre que as preferências Cobb-Douglas são preferências homotéticas.
4. A curva de renda-consumo está para a curva de Engel como a curva de preço-consumo está para a...?
5. Se as preferências forem côncavas, o consumidor chegará a consumir ambos os bens juntos?
6. Hambúrgueres e pãezinhos são complementares ou substitutos?
7. Qual a forma da função de demanda inversa para o bem 1 no caso de complementares perfeitos?
8. Verdadeiro ou falso? Se a função de demanda é $x_1 = -p_1$, então a função de demanda inversa será $x = 1/p_1$.

Apêndice

Se as preferências assumirem uma forma especial, isso implica que as funções de demanda resultantes dessas preferências assumirão também uma forma especial. No Capítulo 4, descrevemos as preferências quase-lineares. Essas preferências envolvem curvas de indiferença paralelas umas às outras e que podem ser representadas por uma função de utilidade com a forma

$$u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2.$$

O problema de maximização de uma função de utilidade como essa é

$$\max_{x_1, x_2} v(x_1) + x_2$$

$$\text{sujeito a } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Resolvendo a restrição orçamentária para x_2 como função de x_1 e substituindo na função objetiva, temos

$$\max_{x_1} v(x_1) + m/p_2 - p_1 x_1/p_2.$$

A diferenciação fornece a condição de primeira ordem

$$v'(x_1^*) = \frac{p_1}{p_2}.$$

Essa função de demanda tem a característica interessante de que a demanda do bem 1 deve ser independente da renda – justamente como vimos ao utilizarmos as curvas de indiferença. A curva de demanda inversa é dada por

$$p_1(x_1) = v'(x_1)p_2.$$

Isto é, a função de demanda inversa do bem 1 é a derivada da função de utilidade multiplicada por p_2 . Uma vez que tenhamos a função de demanda do bem 1, a função de demanda do bem 2 é deduzida a partir da restrição orçamentária.

Por exemplo, calculemos as funções de demanda da função de utilidade

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2.$$

Se aplicarmos as condições de primeira ordem, teremos

$$\frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2},$$

de modo que a função de demanda direta do bem 1 será:

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1},$$

e a função de demanda inversa

$$p_1(x_1) = \frac{p_2}{x_1}.$$

A função de demanda direta do bem 2 é obtida pela substituição de $x_1 = p_2/p_1$ na restrição orçamentária:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - 1.$$

A EQUAÇÃO DE SLUTSKY

Os economistas preocupam-se com frequência em saber como o comportamento do consumidor se altera em resposta às variações no ambiente econômico. Neste capítulo, examinaremos como a escolha de um bem pelo consumidor responde às variações de preço. É natural pensar que quando o preço de um bem aumenta, a demanda por ele diminui. No entanto, como vimos no Capítulo 6, é possível elaborar exemplos nos quais a demanda ótima por um bem *diminui* quando o preço cai. O bem que apresenta essa propriedade é chamado de **bem de Giffen**.

De características bem peculiares, os bens de Giffen constituem, sobretudo, uma curiosidade teórica, mas há situações em que as variações nos preços podem ter efeitos “perversos” que, pensando bem, não parecem ser assim tão absurdos. Por exemplo, costuma-se pensar que, se as pessoas receberem um salário maior, trabalharão mais. Mas e se o seu salário aumentasse de US\$10 por hora para US\$1.000 por hora? Você realmente trabalharia mais? Ou será que resolveria trabalhar menos horas e usar parte do dinheiro ganho para fazer outras coisas? E se o salário fosse de US\$1.000.000 por hora? Você não trabalharia menos?

Como um outro exemplo, imagine o que aconteceria com a sua demanda de maçãs quando o preço aumentasse. Você provavelmente consumiria menos maçãs. No entanto, o que aconteceria com uma família que produzisse maçãs para vender? Se o preço subisse, a renda dessa família poderia aumentar tanto que ela agora poderia pensar em consumir mais de suas próprias maçãs. Para os consumidores dessa família, a subida do preço poderia provocar o aumento do consumo de maçãs.

O que ocorre aqui? De que maneira as mudanças nos preços podem ter esses efeitos ambíguos na demanda? Neste capítulo e no próximo, tentaremos classificar esses efeitos.

8.1 O Efeito Substituição

Quando o preço de um bem varia, há dois tipos de efeitos: a taxa à qual podemos trocar um bem por outro varia, e o poder aquisitivo total da renda é alterado. Se, por exemplo, o bem 1 ficar mais barato, isso significa que temos de dar menos do bem 2 para comprar o bem 1. A variação no preço do bem 1 alterou a taxa à qual o mercado permite que se “substitua” o bem 2 pelo bem 1. Ou seja, mudaram as condições de troca de um bem por outro que o mercado oferece ao consumidor.

Ao mesmo tempo, se o bem 1 ficar mais barato, isso significa que nossa renda monetária comprará mais do bem 1. O poder aquisitivo de nosso dinheiro aumentou; embora a quantidade de dinheiro que temos continue a mesma, cresceu a quantidade de bens que esse dinheiro pode comprar.

O primeiro efeito – a variação na demanda devido à variação da taxa à qual os dois bens são trocados – é chamado **efeito substituição**. Já o segundo – a variação na demanda pelo aumento do poder aquisitivo – denomina-se **efeito renda**. Essas são apenas definições vagas dos dois efeitos. Para chegarmos a definições mais precisas, é preciso examiná-los com maior detalhe.

Faremos isso mediante a divisão do movimento do preço em duas etapas: primeiro deixaremos que os preços *relativos* variem e ajustaremos a renda monetária para manter constante o poder aquisitivo; depois deixaremos que o poder aquisitivo se ajuste enquanto mantemos constantes os preços relativos.

Isso é mais bem explicado na Figura 8.1. Nela, temos uma situação em que o preço do bem 1 diminuiu. Isso significa que a reta orçamentária gira ao redor do intercepto vertical m/p_2 e se torna mais plana. Podemos dividir esse movimento da reta orçamentária em duas etapas: primeiro *girar* a reta orçamentária tendo como centro a cesta *original* e depois *deslocar* a reta resultante na direção da *nova* cesta demandada.

Essa operação de “giro e deslocamento” proporciona uma forma conveniente de decompor a variação na demanda em duas etapas. A primeira etapa – o giro – é um movimento no qual a inclinação da reta orçamentária varia enquanto o poder aquisitivo permanece constante; a segunda etapa é um movimento no qual a inclinação permanece constante enquanto o poder aquisitivo varia. Essa decomposição é apenas uma construção hipotética – o consumidor simplesmente observa uma variação do preço e, em resposta, escolhe uma nova cesta de bens. Mas ao analisar a variação da escolha do consumidor, é útil imaginar que a reta orçamentária varia em duas etapas – primeiro, o giro; depois, o deslocamento.

Qual o sentido econômico das retas orçamentárias giradas e deslocadas? Examinemos primeiro a reta girada. Temos aqui uma reta orçamentária com a mesma inclinação e, portanto, os mesmos preços relativos da reta orçamentária final. No entanto, a renda monetária associada a essa reta orçamentária é diferente, uma vez que o intercepto vertical é diferente. Como

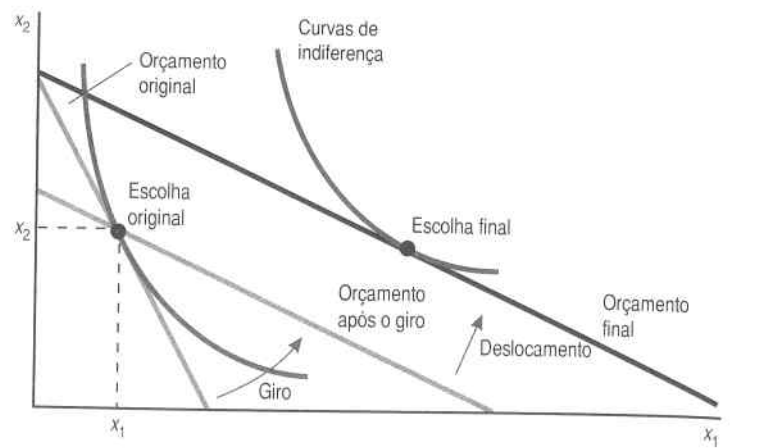


FIGURA 8.1 Giro e deslocamento. Quando o preço do bem 1 varia e a renda permanece fixa, a reta orçamentária gira em torno do eixo vertical. Esse ajuste ocorre em duas etapas: primeiro, a reta orçamentária gira em torno da escolha original e depois se desloca para fora em direção à nova cesta demandada.

a cesta de consumo original, (x_1, x_2) está sobre a reta orçamentária girada, essa cesta pode ser exatamente adquirida. O poder de compra do consumidor permaneceu constante no sentido de que a cesta de bens original pode ser exatamente adquirida à nova reta girada.

Calculemos em quanto teremos de ajustar a renda monetária para permitir que a antiga cesta possa ser adquirida. Seja m' a quantidade de renda monetária exatamente suficiente para comprar a cesta de consumo original; essa será a quantidade de renda monetária associada à reta orçamentária girada. Como (x_1, x_2) pode ser adquirida tanto a (p_1, p_2, m) quanto a (p'_1, p_2, m') , teremos

$$m' = p'_1 x_1 + p_2 x_2$$

$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

Ao subtrairmos a segunda equação da primeira, teremos

$$m' - m = x_1 [p'_1 - p_1].$$

Essa equação diz que a variação na renda monetária necessária para que a cesta original possa ser comprada aos novos preços é exatamente igual à quantidade original de consumo do bem 1 multiplicada pela variação no preço desse bem.

Se representarmos por $\Delta p_1 = p'_1 - p_1$ a variação no preço do bem 1, e por $\Delta m = m' - m$ a variação na renda necessária para que a cesta original possa ser adquirida, teremos

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1. \quad (8.1)$$

Observe que as variações da renda e do preço terão sempre a mesma direção: se o preço subir, teremos de aumentar a renda para que a mesma cesta continue acessível.

Utilizemos alguns números concretos. Suponhamos que o consumidor originalmente consuma 20 doces ao preço unitário de US\$0,50. Se o preço do doce aumentar US\$0,10 a unidade – de modo que $\Delta p_1 = 0,60 - 0,50 = 0,10$ – quanto a renda terá de variar para permitir que a cesta anterior ainda possa ser comprada?

Podemos aplicar a fórmula dada anteriormente. Se a renda do consumidor fosse de mais US\$2, ele poderia consumir exatamente a mesma quantidade de doces; ou seja, 20. Em termos da fórmula:

$$\Delta m = \Delta p_1 \times x_1 = 0,10 \times 20 = \text{US\$2}.$$

Temos agora uma fórmula para a reta orçamentária girada: é apenas a reta orçamentária ao novo preço, com a renda aumentada em Δm . Observe que, se o preço do bem 1 diminuir, o ajuste da renda será negativo. Quando um preço diminui, o poder aquisitivo aumenta, de modo que teremos de reduzir a renda do consumidor para manter constante seu poder aquisitivo. Da mesma forma, quando um preço aumenta, o poder de compra diminui, de maneira que a variação de renda necessária para manter constante o poder aquisitivo terá de ser positiva.

Embora (x_1, x_2) ainda esteja acessível, ela em geral não é a compra ótima com a reta orçamentária girada. Na Figura 8.2, designamos por um Y a compra ótima com a reta girada. Essa cesta é a cesta de bens ótima quando variamos o preço e ajustamos a renda monetária para manter acessível a cesta antiga. O movimento de X para Y é chamado **efeito substituição**. Ele indica como o consumidor “substitui” um bem por outro quando o preço varia, mas o poder aquisitivo permanece constante.

Mais precisamente, o efeito substituição, Δx_1^s , é a variação na demanda do bem 1 quando o preço do bem muda para p'_1 e, ao mesmo tempo, a renda monetária muda para m' :

$$\Delta x_1^s = x_1(p'_1, m') - x_1(p_1, m).$$

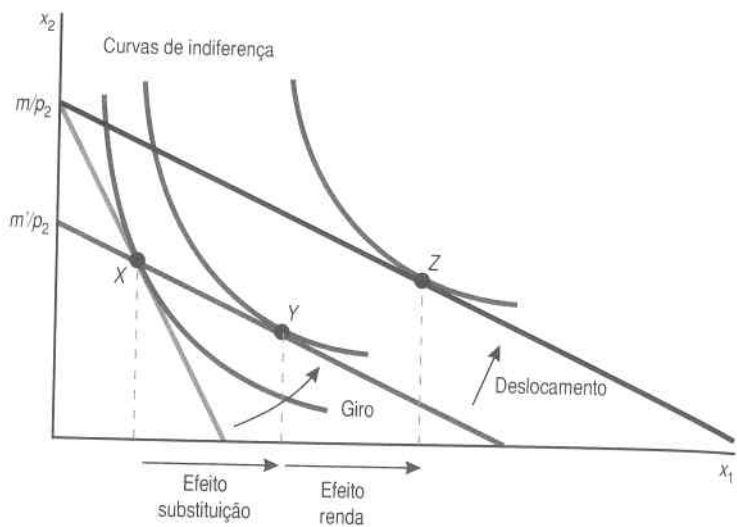


FIGURA 8.2 Efeito substituição e efeito renda. O giro proporciona o efeito substituição e o deslocamento, o efeito renda.

Para conhecer o efeito substituição, temos de usar a função de demanda do consumidor para calcular as escolhas ótimas em (p'_1, m') e (p_1, m) . A variação na demanda do bem 1 pode ser pequena ou grande, dependendo da forma das curvas de indiferença do consumidor. Mas, uma vez dada a função de demanda, é preciso apenas inserir os números para calcular o efeito substituição. (É claro que a demanda do bem 1 pode depender também do preço do bem 2, mas o preço do bem 2 permanece constante nesse exercício; deixamo-lo fora da função de demanda para não complicar a notação.)

O efeito substituição é às vezes chamado de variação na **demanda compensada**. A idéia é de que o consumidor é compensado pelo aumento de preço ao receber dinheiro suficiente para comprar sua antiga cesta. Naturalmente, se o preço diminuir, ele será "compensado" pela subtração de parte de seu dinheiro. Empregaremos, em geral, o termo "substituição" para manter a coerência, mas a terminologia "compensação" é amplamente usada.

EXEMPLO: Cálculo do Efeito Substituição

Suponhamos que o consumidor tenha uma função de demanda de leite com a forma

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}$$

ELSEVIER
Sua renda original é de US\$120 por semana, e o preço do leite é de US\$3 por litro. Assim, sua demanda de leite será de $10 + 120/(10 \times 3) = 14$ litros por semana.

Suponhamos agora que o preço do leite caia para US\$2 por litro. A esse novo preço, a demanda desse consumidor de leite será de $10 + 120/(10 \times 2) = 16$ litros de leite por semana. A variação *total* da demanda será de + 2 litros por semana.

Para calcular o efeito substituição, temos de calcular primeiro quanto a renda terá de variar para permitir que o consumo atual de leite, ao preço de US\$2 por litro, se iguale ao consumo original. Ao aplicarmos a fórmula (8.1), teremos:

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 14 \times (2 - 3) = -\text{US\$}14.$$

Assim, o nível de renda necessário para manter constante o poder aquisitivo é $m' = m + \Delta m = 120 - 14 = 106$. Qual a demanda de leite desse consumidor ao novo preço, US\$2 por litro, e a esse nível de renda? Basta inserir os números na função de demanda para encontrar

$$x_1(p'_1, m') = x_1(2, 106) = 10 + \frac{106}{10 \times 2} = 15,3.$$

Dessa forma, o efeito substituição será

$$\Delta x_1^s = x_1(2, 106) - x_1(3, 120) = 15,3 - 14 = 1,3.$$

8.2 O Efeito Renda

Analisemos agora a segunda etapa do ajuste de preço – o deslocamento. Esse é também muito fácil de interpretar do ponto de vista econômico. Sabemos que o deslocamento paralelo da reta orçamentária é o movimento que ocorre quando a renda varia enquanto os preços relativos permanecem constantes. Portanto, a segunda etapa do ajuste de preço é chamada **efeito renda**. Apenas variamos a renda do consumidor de m' para m enquanto deixamos os preços fixos em (p'_1, p_2) . Na Figura 8.2, essa variação nos conduz do ponto (y_1, y_2) para (z_1, z_2) . É natural chamar esse último movimento de efeito renda, uma vez que tudo o que se faz é variar a renda enquanto se mantém os preços fixos em seus novos valores.

Mais precisamente, o efeito renda, Δx_1^r , é a variação da demanda do bem 1 quando variamos a renda de m' para m e mantemos o preço do bem 1 constante no valor p'_1 :

$$\Delta x_1'' = x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m').$$

Já examinamos o efeito renda na seção 6.1. Nela, vimos que o efeito renda pode operar em ambos os sentidos: ele tende a aumentar ou diminuir a demanda do bem 1, dependendo de se o bem que tivermos seja normal ou inferior.

Quando o preço de um bem diminui, precisamos diminuir a renda para manter constante o poder aquisitivo. Se o bem for normal, essa diminuição de renda provocará um decréscimo na demanda. Se o bem for inferior, a diminuição da renda provocará um acréscimo na demanda.

EXEMPLO: Cálculo do Efeito Renda

No exemplo dado anteriormente neste capítulo, vimos que:

$$x_1(p_1, m) = -x_1(2, 120) = 16$$

$$x_1(p'_1, m') = x_1(2, 106) = 15,3.$$

O efeito renda para esse problema será, pois,

$$\Delta x_1'' = x_1(2, 120) - x_1(2, 106) = 16 - 15,3 = 0,7.$$

Como o leite é um bem normal para esse consumidor, a demanda de leite aumenta quando a renda aumenta.

8.3 Sinal do Efeito Substituição

Vimos acima que o efeito renda pode ser positivo ou negativo, dependendo de se o bem for normal ou inferior. E o efeito substituição? Se o preço de um bem diminuir, como na Figura 8.2, a variação da demanda desse bem devido ao efeito substituição *tem* de ser não-negativa. Ou seja, se $p_1 > p'_1$, temos de ter $x_1(p'_1, m') \geq x_1(p_1, m)$, de modo que $\Delta x_1^s \geq 0$.

A prova dessa afirmação é a seguinte: na Figura 8.2, observe os pontos sobre a reta orçamentária girada, nos quais a quantidade consumida do bem 1 é menor do que na cesta X. Essas cestas podiam todas ter sido adquiridas aos preços antigos (p_1, p_2) , mas não o foram. No lugar delas, comprou-se a cesta X. Se o consumidor sempre escolhe a melhor cesta que seu orçamento permite comprar, X deve ser preferida a todas as cestas na parte da reta girada que está dentro do conjunto orçamentário original.

Isso significa que a escolha ótima sobre a reta orçamentária girada não pode ser uma das cestas que estão abaixo da reta orçamentária original. A escolha ótima sobre a reta orçamentária girada deverá ser X ou algum outro ponto à direita de X. Mas isso significa que a nova escolha ótima deve implicar um consumo do bem 1 pelo menos idêntico ao original, justamente como queríamos mostrar. No caso ilustrado na Figura 8.2, a escolha ótima sobre a reta orçamentária girada é a cesta Y, que certamente implica um consumo do bem 1 maior do que no ponto original de consumo, X.

O efeito substituição sempre se move em sentido contrário ao do movimento de preços. Dizemos que o *efeito substituição é negativo* porque a variação na demanda devida ao efeito substituição é oposta à variação no preço: se este aumentar, diminui a demanda do bem devido ao efeito substituição.

8.4 A Variação Total na Demanda

A variação total na demanda, Δx_1 , é a variação na demanda devida à variação no preço, mantida fixa a renda:

$$\Delta x_1 = x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m).$$

Vimos acima como essa variação pode ser dividida em duas: o efeito substituição e o efeito renda. Em termos da simbologia definida acima, teremos

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1''$$

$$x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m) = [x_1(p'_1, m') - x_1(p_1, m)] + [x_1(p'_1, m) - x_1(p'_1, m')].$$

Em palavras, essa equação diz que a variação total na demanda é igual ao efeito substituição mais o efeito renda. Essa equação é chamada **identidade de Slutsky**.¹ Observe que ela é uma identidade: é verdadeira para todos os valores de p_1, p'_1, m e m' . O primeiro e o quarto termos do lado direito eliminam-se, de modo que esse lado é *idêntico* ao lado esquerdo.

¹ Assim chamada em homenagem a Eugen Slutsky (1880-1948), economista russo que investigou a teoria da demanda.

A essência da identidade de Slutsky não reside apenas na identidade algébrica, que é uma trivialidade matemática. A essência resulta da interpretação dos dois termos do lado direito: o efeito substituição e o efeito renda. Sobretudo, podemos usar o que sabemos sobre os sinais dos efeitos renda e substituição para conhecer o sinal do efeito total.

Embora o efeito substituição tenha sempre de ser negativo – o oposto da variação do preço –, o efeito renda pode ter qualquer sinal. Assim, o efeito total poderia ser negativo ou positivo. No entanto, se tivermos um bem normal, o efeito substituição e o efeito renda seguem na mesma direção. Se o preço aumentar, a demanda cairá em consequência do efeito substituição. O aumento do preço equivale à diminuição da renda, que, no caso de um bem normal, provoca a diminuição da demanda. Ambos os efeitos reforçam-se mutuamente. Em termos da nossa notação, a variação na demanda em virtude de um aumento de preço de um bem normal significa que

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^r.$$

(-) (-) (-)

(O sinal de menos abaixo dos termos indica que cada termo nessa expressão é negativo.)

Observe atentamente o sinal do efeito renda. Como estamos examinando uma situação de aumento de preço, isso implica uma diminuição do poder de compra – para um bem normal, isso implicará uma diminuição da demanda.

Por outro lado, se tivermos um bem inferior, pode acontecer que o efeito renda seja maior do que o efeito substituição, de modo que a variação total na demanda associada a um aumento de preço seja, na verdade, positiva. Esse seria um caso em que

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^r.$$

(?) (-) (+)

Se o segundo termo do lado direito – o efeito renda – for suficientemente grande, a variação total da demanda poderia ser positiva. Isso significaria que o aumento do preço resultaria no aumento da demanda. É o caso perverso Giffen que descrevemos anteriormente: o aumento do preço reduziu tanto o poder de compra do consumidor que o fez aumentar o consumo do bem inferior.

A identidade de Slutsky mostra, porém, que esse tipo de efeito perverso só pode ocorrer com bens inferiores: com o bem normal, os efeitos renda e substituição reforçam-se mutuamente, de modo que a variação total da demanda ocorre sempre na direção “correta”.

Portanto, o bem de Giffen tem de ser um bem inferior. Mas um bem inferior não é, necessariamente, um bem de Giffen: o efeito renda não somente tem de ter o sinal “errado”, como ainda tem de ser grande o suficiente para superar o sinal “correto” do efeito substituição. É por isso que os bens de Giffen são tão raros na vida real: eles não teriam só de ser bens inferiores, mas *muito* inferiores.

A Figura 8.3 ilustra isso de modo gráfico. Nela, mostramos a operação de giro-deslocamento usual para encontrar o efeito substituição e o efeito renda. Em ambos os casos, o bem 1 é um bem inferior e o efeito renda é, portanto, negativo. Na Figura 8.3A, o efeito renda – por ser grande o suficiente para superar o efeito substituição – produz um bem de Giffen. Já na Figura 8.3B, o efeito renda é menor, e, portanto, o bem 1 responde da maneira habitual às variações de seu preço.

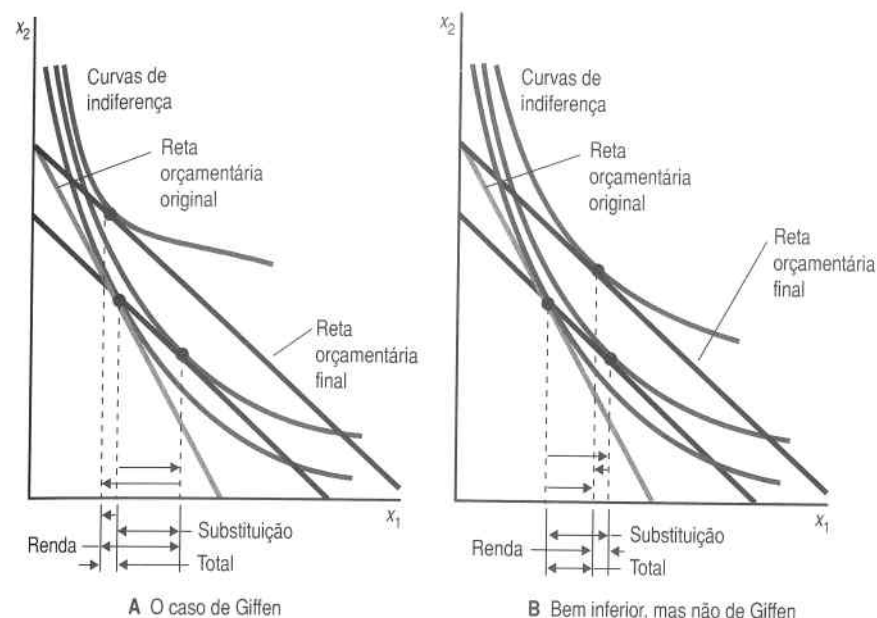


FIGURA 8.3 Bens inferiores. O painel (A) mostra um bem que é inferior o suficiente para causar o caso de Giffen. Já o painel (B) descreve um bem que, embora seja inferior, não tem um efeito suficientemente forte para criar um bem de Giffen.

8.5 Taxas de Variação

Já vimos que os efeitos renda e substituição podem ser descritos de modo gráfico como uma combinação de giros e deslocamentos ou, algebricamente, pela identidade de Slutsky

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^r,$$

que apenas diz que a variação total na demanda é o efeito substituição mais o efeito renda. A identidade de Slutsky é enunciada aqui em termos de variações absolutas, mas é mais comum expressá-la em termos de *taxas* de variação.

Quando expressamos a identidade de Slutsky em termos de taxas de variação, convém definir Δx_1^m como a *negativa* do efeito renda:

$$\Delta x_1^m = x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m) = -\Delta x_1^n.$$

Dada essa definição, a identidade de Slutsky torna-se

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s - \Delta x_1^m.$$

Se dividirmos cada lado da identidade por Δp_1 , teremos

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1}. \quad (8.2)$$

O primeiro termo do lado direito é a taxa de variação da demanda quando o preço varia e a renda é ajustada para manter acessível a cesta antiga – o efeito substituição. Analisemos o segundo termo. Como temos uma variação de renda no numerador, seria bom ter uma variação de renda no denominador.

Lembre-se de que a variação da renda, Δm , e a variação do preço, Δp_1 , estão relacionadas pela fórmula

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1.$$

Resolvendo para Δp_1 , encontramos

$$\Delta p_1 = \frac{\Delta m}{x_1}.$$

Substituamos agora essa expressão no último termo de (8.2) para obtermos nossa fórmula final:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1} x_1.$$

Essa é a identidade de Slutsky em termos de taxas de variação. Podemos interpretar cada termo da seguinte maneira:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

é a taxa de variação da demanda à medida que o preço se altera, mantendo-se inalterada a renda:

$$\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

é a taxa de variação na demanda à medida que o preço se altera, ajustando-se a renda para que ainda seja possível comprar a cesta anterior. Isto é, o efeito substituição; e

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m)}{m' - m} x_1 \quad (8.3)$$

é a taxa de variação da demanda, mantendo-se os preços fixos e ajustando-se a renda. Ou seja, o efeito renda.

O próprio efeito renda é composto de duas partes: como a demanda varia à medida que a renda varia, vezes o nível original da demanda. Quando o preço tem uma variação Δp_1 , a variação da demanda em consequência do efeito renda é

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m)}{\Delta m} x_1 \Delta p_1.$$

Mas esse último termo, $x_1 \Delta p_1$, é justamente a variação da renda necessária para manter acessível a cesta antiga. Ou seja, $x_1 \Delta p_1 = \Delta m$, de modo que a variação da demanda devida ao efeito renda reduz-se a

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m)}{\Delta m} \Delta m,$$

exatamente como tínhamos anteriormente.

8.6 A Lei da Demanda

No Capítulo 5, expressamos certa preocupação com o fato de que a teoria do consumidor parecia não ter um conteúdo específico: a demanda podia aumentar ou diminuir tanto quando o preço subia, como quando a renda crescia. Se a teoria não impuser algum tipo de restrição ao comportamento observável, não será realmente uma teoria. Um modelo compatível com qualquer comportamento não tem valor real.

No entanto, sabemos que a teoria do consumidor tem algum conteúdo – vimos que as escolhas geradas pelo consumidor maximizador têm de satisfazer o Axioma Forte da Preferência Revelada. Vimos também que toda variação de preço pode ser decomposta em duas partes: um efeito substituição, que é com certeza negativo – na direção oposta da variação do preço – e um efeito renda, cujo sinal depende de se o bem é normal ou inferior.

Embora a teoria do consumidor não imponha restrições nem às variações da demanda quando os preços variam, nem às variações da demanda quando varia a renda, ela restringe a forma como esses dois tipos de variações interagem. Temos, em especial, o seguinte:

A Lei da Demanda. *Se a demanda de um bem aumenta quando a renda aumenta, a demanda desse bem tem de diminuir quando seu preço subir.*

Isso decorre diretamente da equação de Slutsky: se a demanda aumentar quando a renda subir, teremos um bem normal. E se temos um bem normal, o efeito substituição e o efeito renda reforçam-se mutuamente, e um aumento do preço certamente reduzirá a demanda.

8.7 Exemplos dos Efeitos Renda e Substituição

Vamos agora examinar alguns exemplos de variações de preços para determinados tipos de preferências e decompor as variações da demanda em seus efeitos renda e substituição.

Começaremos com o caso dos complementares perfeitos. A decomposição de Slutsky é ilustrada na Figura 8.4. Quando giramos a reta orçamentária em volta do ponto escolhido, a escolha ótima na nova reta orçamentária é idêntica à escolha na reta anterior. Isso significa que o efeito substituição é zero. A variação da demanda deve-se inteiramente ao efeito renda.

E quanto aos substitutos perfeitos, ilustrados na Figura 8.5? Nesse caso, quando inclinamos a reta orçamentária, a cesta de demanda salta do eixo vertical para o horizontal. Não há o que deslocar! A variação deve-se por inteiro ao efeito substituição.

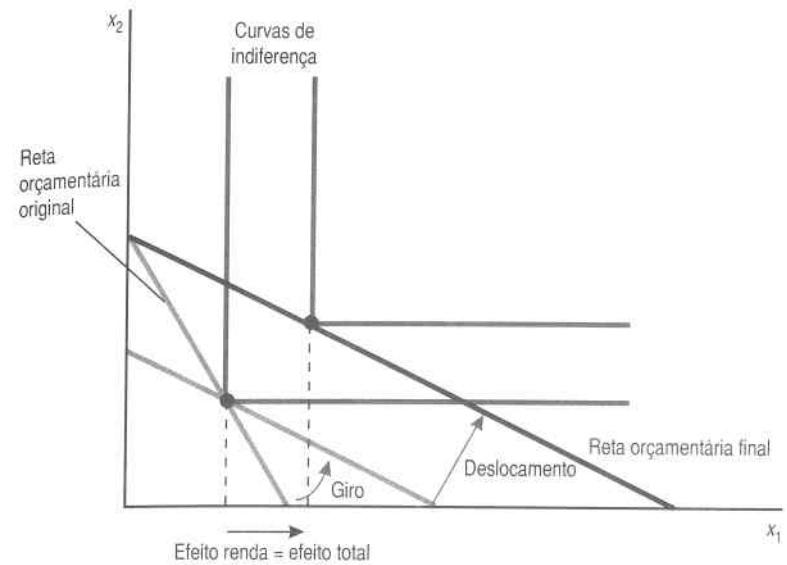


FIGURA 8.4 Complementares perfeitos. A decomposição de Slutsky com complementares perfeitos.

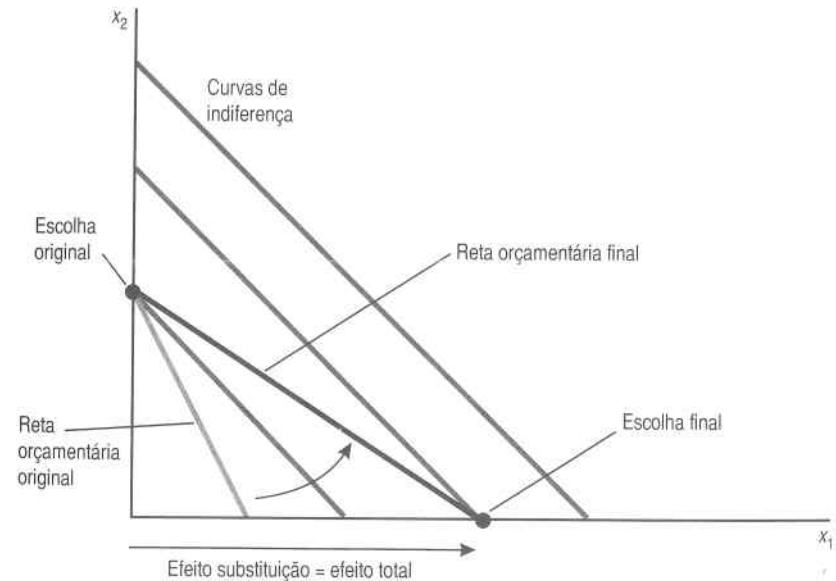


FIGURA 8.5 Substitutos perfeitos. A decomposição de Slutsky com substitutos perfeitos.

Como terceiro exemplo, examinemos o caso das preferências quase-lineares. A situação é um tanto peculiar. Já vimos que o deslocamento da renda não causa variação na demanda do bem 1 quando as preferências são quase-lineares. Isso significa que toda a variação da demanda do bem 1 deve-se ao efeito substituição e que o efeito renda é zero, conforme ilustra a Figura 8.6.

EXEMPLO: Restituição de um Imposto

Em 1974, a Organização de Países Exportadores de Petróleo (Opep) impôs um embargo contra os Estados Unidos. Por várias semanas, a Opep conseguiu impedir os embarques de petróleo para os portos americanos. A vulnerabilidade dos Estados Unidos a esse tipo de acontecimento teve grande impacto sobre os poderes legislativo e executivo do país e propuseram-se vários planos para reduzir a dependência americana com relação ao petróleo estrangeiro.

Um desses planos consistia em aumentar os impostos sobre a gasolina. O aumento do custo faria com que os consumidores diminuíssem o consumo desse combustível e a redução na demanda de gasolina reduziria, por sua vez, a demanda de petróleo estrangeiro.

No entanto, um imposto direto sobre a gasolina afetaria um ponto sensível dos consumidores – o bolso – e, por isso, esse plano não seria politicamente viável. Sugeriu-se, então, que a receita arrecadada dos consumidores

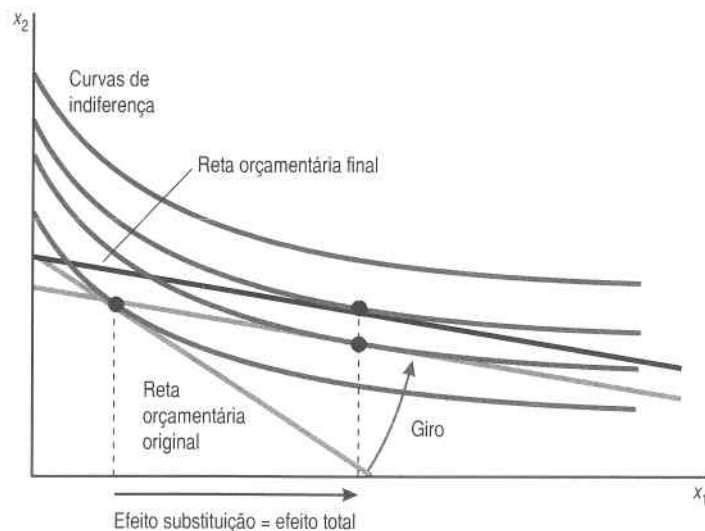


FIGURA 8.6 Preferências quase-lineares. No caso das preferências quase-lineares, toda a variação na demanda deve-se ao efeito substituição.

com o imposto fosse devolvida aos consumidores sob a forma de pagamentos diretos em dinheiro, ou através da redução de algum outro imposto.

Os críticos dessa proposta argumentaram que a devolução da receita do imposto aos consumidores eliminaria o efeito sobre a demanda, uma vez que os consumidores poderiam utilizar o dinheiro devolvido para comprar mais gasolina. O que a análise econômica tem a dizer sobre esse plano?

Suponhamos, para simplificar, que o imposto sobre a gasolina fosse repassado por inteiro aos consumidores, de modo que o preço da gasolina aumentasse exatamente na mesma proporção do imposto. (Em geral, somente uma parte seria repassada, mas ignoraremos essa complicação.) Suponhamos que o imposto elevasse o preço da gasolina de p para $p' = p + t$, e que o consumidor médio respondesse com a redução de sua demanda de x para x' . O consumidor médio pagaria US\$ t a mais por litro de gasolina e consumiria x' litros de gasolina após o estabelecimento do imposto, de modo que a quantidade de imposto paga pelo consumidor médio seria:

$$R = tx' = (p' - p)x'$$

Observe que a receita do imposto dependerá da quantidade real de gasolina que o consumidor *acabe* por consumir, x' , e não da quantidade anteriormente consumida, x .

Se representarmos por y o gasto em todos os outros bens e fixarmos seu preço em 1, a restrição orçamentária original será

$$px + y = m, \tag{8.4}$$

e a restrição orçamentária após o estabelecimento do plano de restituição do imposto será

$$(p + t)x' + y' = m + tx'. \tag{8.5}$$

Na restrição orçamentária (8.5), o consumidor médio escolhe as variáveis do lado esquerdo (o consumo de cada bem), mas as variáveis do lado direito (sua renda e a restituição por parte do governo) são tidas como fixas. A restituição dependerá das ações de todos os consumidores e não do consumidor médio. Nesse caso, a restituição acabará por ser o imposto arrecadado do consumidor médio – mas isto ocorre porque ele se situa precisamente na média e não por alguma relação causal.

Se cancelarmos tx' de ambos os lados da equação (8.5), teremos

$$px' + y' = m.$$

Assim, (x', y') é uma cesta que poderia ter sido adquirida na restrição orçamentária original mas foi rejeitada em favor de (x, y) . Portanto, (x, y) tem de ser preferida a (x', y') : esse plano faz piorar a situação do consumidor. Talvez seja por isso que ele nunca foi aplicado!

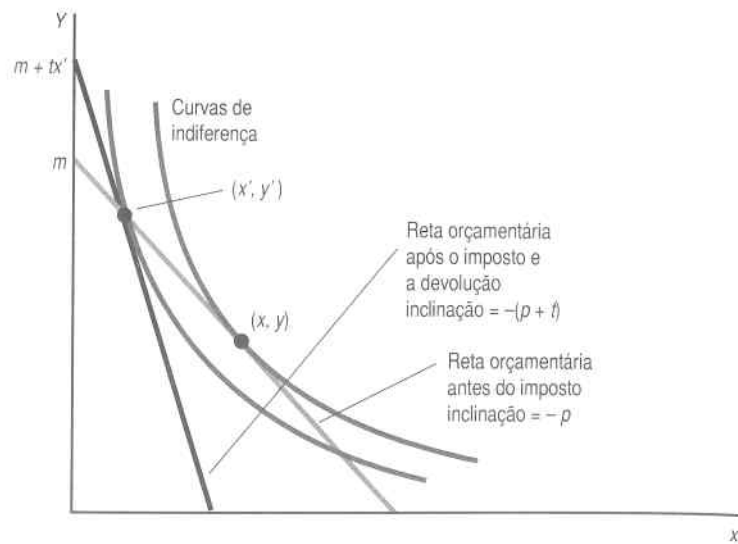


FIGURA 8.7 Restituição de imposto. Taxar os consumidores e restituir-lhes as receitas do imposto faz com que eles piorem.

A Figura 8.7 ilustra o equilíbrio com restituição de imposto. O imposto torna o bem 1 mais caro, e a restituição aumenta a renda monetária. A cesta original não pode mais ser comprada, e a situação do consumidor certamente piora. Com o plano de restituição de imposto, a escolha do consumidor resulta em consumir menos gasolina e mais de “todos os outros bens”.

O que se pode dizer sobre a quantidade de gasolina consumida? O consumidor médio poderia manter o antigo consumo de gasolina, mas como o imposto fez com que ela ficasse mais cara, em geral o consumidor escolherá consumir menos.

EXEMPLO: Determinação de preços em tempo real voluntária

A geração de eletricidade apresenta um sério problema de capacidade: é relativamente barata até o ponto em que toda a capacidade de geração está sendo utilizada, e uma vez atingido este ponto é impossível, por definição, gerar mais. A construção de instalações de geração é extremamente dispendiosa, de modo que encontrar formas de reduzir o uso de eletricidade nos períodos de pico da demanda é algo muito atrativo do ponto de vista econômico.

Em estados de clima mais quente, como a Georgia, cerca de 30% do uso de energia elétrica nos horários de pico é destinado ao ar condicionado. Além disso, é relativamente fácil prever a temperatura com um dia de antecedência de modo que os usuários em potencial poderão ajustar os apa-

relhos de ar condicionado à temperatura mais elevada, vestir roupas mais leves e assim por diante. O desafio está em formular um sistema de determinação de preços que incentive os usuários com condições de reduzir seu consumo de energia elétrica a fazê-lo.

Uma forma de fazê-lo é por meio do sistema de Determinação de Preços em Tempo Real (RTP, sigla em inglês). Num programa de Determinação de Preços em Tempo Real, grandes usuários industriais são equipados com medidores especiais que permitem que o preço da eletricidade varie de minuto para minuto, dependendo de sinais transmitidos pela empresa geradora. Quando a demanda por eletricidade se aproxima do limite da capacidade instalada, a empresa geradora aumenta o preço de modo a incentivar a redução do consumo. O esquema de preços é elaborado em função da demanda total de eletricidade.

A Georgia Power Company proclama que conduz o maior programa de determinação de preços em tempo real do mundo. Em 1999 conseguiu reduzir a demanda em 750 megawatts em dias de preço alto ao induzir alguns grandes usuários a reduzir a demanda em até 60%.

A Georgia Power formulou diversas variações interessantes em torno do modelo básico de determinação de preços. Em um dos planos, atribui-se aos clientes uma quantidade-base que representa o seu uso normal. Quando há escassez de oferta e o preço em tempo real aumenta, os usuários pagam mais pelo consumo que exceder a quantidade-base. Mas também recebem um desconto se consumirem menos do que a quantidade-base.

A Figura 8.8 mostra como isso afeta a linha orçamentária dos usuários. O eixo vertical representa “dinheiro a ser gasto em outras coisas que não eletricidade” e a linha horizontal, “uso de eletricidade”. Em épocas normais, os usuários determinam seu consumo de eletricidade de modo a maximizar a utilidade dentro da restrição orçamentária dada pelo preço de eletricidade vigente para a quantidade-base. A escolha resultante é seu consumo básico.

Quando a temperatura aumenta, o preço em tempo real aumenta, tornando a eletricidade mais cara. Mas este aumento de preço é bom para os consumidores que podem reduzir seu consumo, pois eles recebem o desconto com base no preço em tempo real de cada quilowatt que deixa de ser consumido. Se o consumo se mantém igual à quantidade-base, a conta de eletricidade do usuário não muda.

Não é difícil perceber que esse plano de determinação de preços é um giro de Slutsky em torno do consumo básico. Assim podemos estar confiantes que o consumo cairá e que os usuários estarão pelo menos na mesma situação ao preço em tempo real quanto ao preço básico. De fato, esse programa se tornou bastante popular com mais de 1.600 participantes voluntários.

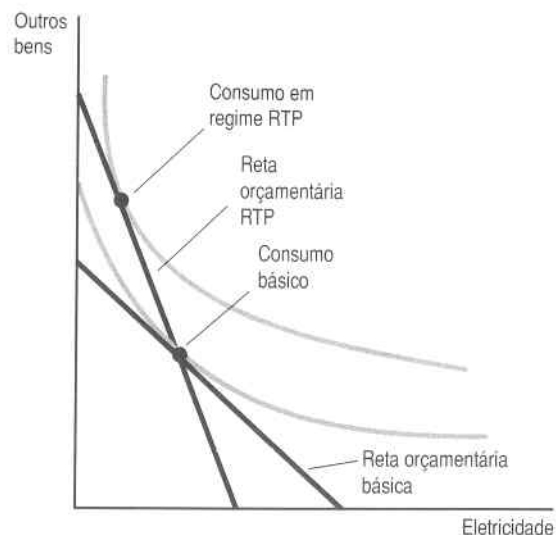


FIGURA 8.8 *Determinação de preços em tempo real voluntária.* Os usuários pagam mais pela eletricidade adicional quando o preço em tempo real aumenta, mas eles também recebem descontos sobre esse preço se reduzem seu consumo de eletricidade. Isto resulta num giro em torno da reta básica e tende a melhorar a situação dos usuários.

8.8 Outro Efeito Substituição

O efeito substituição é o nome que os economistas dão à variação na demanda quando os preços se alteram mas o poder aquisitivo do consumidor permanece constante, de modo que a cesta original continua acessível. Pelo menos essa é uma definição do efeito substituição. Há também outra definição que pode ser útil.

A definição que estudamos acima é chamada de efeito **substituição de Slutsky**. A definição que descreveremos nesta seção é chamada de efeito **substituição de Hicks**.²

Suponhamos que, em vez de girarmos a reta orçamentária em volta da cesta original, rolemos a reta orçamentária em torno da curva de indiferença que passa pela cesta original, conforme ilustra a Figura 8.9. Desse modo, apresentamos ao consumidor uma nova reta orçamentária que tem os mesmos preços relativos que a reta orçamentária final, mas que corresponde a um nível de renda diferente. O poder aquisitivo que ele tem sob essa reta orçamentária não lhe permitirá mais comprar a cesta de bens original – mas será suficiente para comprar uma cesta que, para o consumidor, é exatamente *indiferente* à cesta original.

² O conceito recebeu esse nome em homenagem a Sir John Hicks, cidadão inglês que recebeu o prêmio Nobel de Economia.

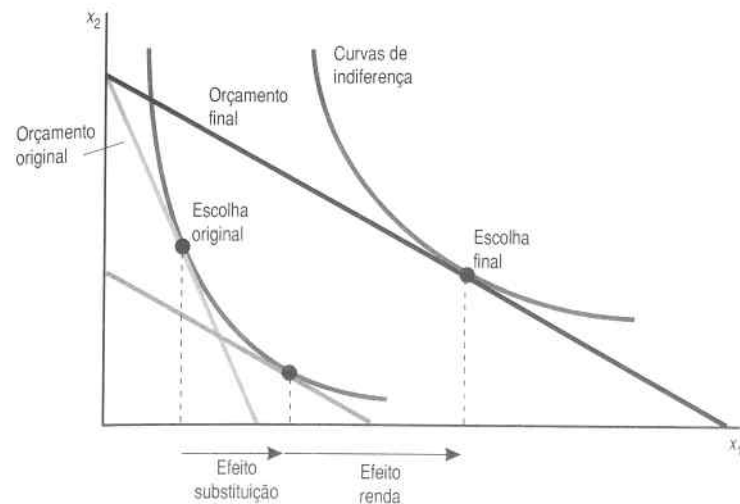


FIGURA 8.9 *O efeito substituição de Hicks.* Neste gráfico, giramos a reta orçamentária em torno da curva de indiferença em vez de girá-la em volta da escolha original.

Assim, o efeito substituição de Hicks mantém constante a *utilidade*, em vez de manter constante o poder aquisitivo. O efeito substituição de Slutsky fornece ao consumidor o dinheiro exatamente necessário para voltar a seu nível original de consumo; o efeito substituição de Hicks fornece ao consumidor a quantidade de dinheiro exatamente necessária para que retorne à sua antiga curva de indiferença. Apesar dessa diferença nas definições, o efeito substituição de Hicks tem de ser negativo – no sentido de que ele opera na direção contrária da variação do preço –, exatamente igual ao efeito substituição de Slutsky.

Mais uma vez, a prova é dada pela preferência revelada. Seja (x_1, x_2) uma cesta demandada a preços (p_1, p_2) e seja (y_1, y_2) uma cesta demandada a preços (q_1, q_2) . Suponhamos que a renda seja tal que o consumidor seja indiferente entre (x_1, x_2) e (y_1, y_2) . Como o consumidor é indiferente entre (x_1, x_2) e (y_1, y_2) , nenhuma das cestas pode ser revelada como preferida à outra.

Utilizando-se a definição de preferência revelada, isso significa que as duas desigualdades seguintes *não* são verdadeiras:

$$p_1x_1 + p_2x_2 > p_1y_1 + p_2y_2$$

$$q_1y_1 + q_2y_2 > q_1x_1 + q_2x_2.$$

Segue-se daí que essas desigualdades *são* verdadeiras:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq p_1y_1 + p_2y_2$$

$$q_1y_1 + q_2y_2 \leq q_1x_1 + q_2x_2.$$

Se somarmos essas desigualdades e as reordenarmos, teremos

$$(q_1 - p_1)(y_1 - x_1) + (q_2 - p_2)(y_2 - x_2) \leq 0.$$

Essa é uma proposição geral sobre como as demandas variam quando os preços variam, sempre que a renda for ajustada para que o consumidor permaneça na mesma curva de indiferença. No caso particular em exame, só alteramos o primeiro preço. Portanto, $q_2 = p_2$ e ficamos com

$$(q_1 - p_1)(y_1 - x_1) \leq 0.$$

Essa equação diz que a variação na quantidade demandada tem de ter o sinal contrário ao da variação do preço, que é o que queríamos mostrar.

A variação total na demanda ainda é igual ao efeito substituição mais o efeito renda – mas agora trata-se do efeito substituição de Hicks. Como o efeito substituição de Hicks também é negativo, a equação de Slutsky possui exatamente a mesma forma que vimos anteriormente e tem exatamente a mesma interpretação. Tanto a definição de Slutsky quanto a de Hicks têm seu lugar, e a que é mais útil depende do problema em questão. Pode-se demonstrar que para pequenas variações de preço, os dois efeitos substituição são praticamente idênticos.

8.9 Curvas de Demanda Compensadas

Vimos como a quantidade demandada varia quando os preços variam em três contextos diferentes: com a renda fixa (o caso-padrão), com o poder aquisitivo fixo (o efeito substituição de Slutsky) e com a utilidade fixa (o efeito substituição de Hicks). Podemos traçar a relação entre o preço e a quantidade demandada ao mantermos fixas quaisquer dessas três variáveis. Isso proporciona três curvas de demanda diferentes: a curva de demanda padrão, a curva de demanda de Slutsky e a curva de demanda de Hicks.

A análise deste capítulo mostra que as curvas de demanda de Slutsky e de Hicks são sempre curvas de inclinação descendente. Além disso, a curva de demanda comum tem inclinação descendente no caso dos bens normais. No entanto, a análise de Giffen mostra que é teoricamente possível que a curva de demanda comum tenha inclinação ascendente quando se tratar de um bem inferior.

A curva de demanda hicksiana – aquela em que a utilidade permanece constante – é às vezes chamada **curva de demanda compensada**. Essa terminologia surge com naturalidade se pensarmos em traçar uma curva de demanda hicksiana ajustando-se a renda à medida que o preço varia, para manter constante a utilidade do consumidor. Desse modo, o consumidor é “compensado” pelas variações de preços, e sua utilidade continua a mesma em qualquer ponto da curva de demanda hicksiana. Essa situação contrasta com a da curva de demanda comum, em que o consumidor fica pior ao enfrentar preços altos do que preços baixos, uma vez que sua renda permanece constante.

A curva de demanda compensada é muito útil em cursos avançados, sobretudo na análise do custo-benefício. Nesse tipo de análise, é natural perguntar que volume de pagamentos é necessário para compensar os consumidores por alguma alteração de política econômica. A magnitude desses pagamentos fornece uma estimativa útil do custo da alteração da política. Entretanto, o cálculo real das curvas de demanda compensadas exige um ferramental matemático mais extenso do que o desenvolvido neste texto.

Resumo

1. Quando o preço de um bem diminui, há dois efeitos sobre o consumo. A variação dos preços relativos faz com que o consumidor queira aumentar o consumo do bem mais barato. O aumento do poder aquisitivo em decorrência do preço menor pode aumentar ou diminuir o consumo, dependendo de se o bem for normal ou inferior.
2. A variação na demanda ocorrida em consequência da variação dos preços relativos é chamada de efeito substituição; a variação resultante da alteração do poder aquisitivo é chamada de efeito renda.
3. O efeito substituição mostra como a demanda varia quando os preços mudam e o poder aquisitivo é mantido constante, no sentido de que a cesta original permanece acessível ao consumidor. Para manter constante o poder aquisitivo, a renda monetária tem de variar. A variação necessária na renda monetária é dada por $\Delta m = x_1 \Delta p_1$.
4. A equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma do efeito substituição com o efeito renda.
5. A Lei da Demanda diz que os bens normais têm de ter curvas de demanda com inclinação descendente.

Questões de Revisão

1. Imagine que uma consumidora tenha preferências quanto a dois bens que são substitutos perfeitos. Seria possível mudar seus preços de tal forma que toda a resposta da demanda seja devida ao efeito renda?
2. Suponhamos que as preferências sejam côncavas. O efeito substituição continuará negativo?
3. No caso do imposto sobre a gasolina, o que aconteceria se a restituição do imposto ao consumidor se baseasse em seu consumo original de gasolina, x , em vez de no consumo final, x' ?
4. No caso descrito na questão anterior, o governo pagaria mais ou menos do que recebeu com a receita de imposto?
5. Nesse caso, os consumidores estariam melhor ou pior se o imposto com restituição baseada no consumo original estivesse em vigor?

Apêndice

Derivemos a equação de Slutsky com o uso do cálculo. Consideremos a definição de Slutsky do efeito substituição, na qual a renda é ajustada para dar ao consumidor dinheiro exatamente suficiente para comprar a cesta de consumo original, que representaremos por (\bar{x}_1, \bar{x}_2) . Se os preços forem (p_1, p_2) , a escolha real do consumidor com esse ajuste da renda dependerá de (p_1, p_2) e de (\bar{x}_1, \bar{x}_2) . Denominemos essa relação de **função de demanda de Slutsky** pelo bem 1 e a representemos por $x_1^s(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)$.

Suponhamos que a cesta originalmente demandada fosse (\bar{x}_1, \bar{x}_2) aos preços (\bar{p}_1, \bar{p}_2) e renda \bar{m} . A função de demanda de Slutsky diz o que o consumidor demandaria ao enfrentar um conjunto diferente de preços (p_1, p_2) e uma renda $p_1\bar{x}_1, p_2\bar{x}_2$. A função de demanda de Slutsky em $(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)$ é, pois, a demanda comum aos preços (p_1, p_2) e à renda $p_1\bar{x}_1, p_2\bar{x}_2$. Ou seja,

$$x_1^s(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2) \equiv x_1(p_1, p_2, p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2).$$

Essa equação diz que a demanda de Slutsky aos preços (p_1, p_2) é a quantidade que o consumidor demandaria se tivesse renda suficiente para comprar sua cesta original de bens (\bar{x}_1, \bar{x}_2) . Essa é justamente a definição da função de demanda de Slutsky.

Se diferenciarmos essa identidade com respeito a p_1 , teremos

$$\frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \bar{m})}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \bar{m})}{\partial m} \bar{x}_1.$$

ELSEVIER
Ao rearrumarmos os termos, teremos

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, \bar{m})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \bar{m})}{\partial m} \bar{x}_1.$$

Observe nesse cálculo o uso da regra de cadeia.

Essa é uma forma derivada da equação de Slutsky. Ela diz que o efeito total da variação de um preço é composto de um efeito substituição (em que a renda é ajustada para que a cesta original (\bar{x}_1, \bar{x}_2) continue factível) e um efeito renda. Conforme vimos no texto, o efeito substituição é negativo, e o sinal do efeito renda depende de se o bem considerado é inferior ou não. Como podemos ver, essa é exatamente a equação de Slutsky examinada no texto, com a diferença de que substituímos os Δ 's pelos símbolos de derivadas.

E o efeito substituição de Hicks? Também é possível definir uma equação de Slutsky para ele. Digamos que $x_1^h(p_1, p_2, \bar{u})$ seja a função de demanda hicksiana, a qual mede quanto o consumidor demanda o bem 1 aos preços (p_1, p_2) , se a renda é ajustada para manter a utilidade constante no nível original \bar{u} . Nesse caso, a equação de Slutsky assume a forma

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \bar{u})}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial m} \bar{x}_1.$$

A prova dessa equação baseia-se no fato de que

$$\frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \bar{u})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial p_1},$$

para variações infinitesimais de preço. Ou seja, para tais variações do preço, os efeitos substituição de Slutsky e de Hicks são idênticos. A prova dessa afirmação não é assim tão difícil, mas requer alguns conceitos que se situam além do escopo deste livro. Uma prova relativamente simples é oferecida em Hal R. Varian, *Microeconomic Analysis*, 3ª ed. (Nova York: Norton, 1992).

EXEMPLO: Restituição de um Pequeno Imposto

Podemos usar a versão diferencial da equação de Slutsky para ver como as escolhas de consumo reagiriam a uma pequena variação num imposto quando as receitas desse imposto são restituídas aos consumidores.

Suponhamos, como anteriormente, que o imposto faça o preço aumentar no valor total do imposto. Seja x a quantidade de gasolina, p seu preço original e t a quantidade do imposto. A variação no consumo será dada por

$$dx = \frac{\partial x}{\partial p} t + \frac{\partial x}{\partial m} tx.$$

O primeiro termo avalia como a demanda responde à variação do preço multiplicada pela quantidade da variação do preço – o que nos dá o efeito preço do imposto. O segundo termo diz quanto a demanda responde a uma variação da renda multiplicada pela quantidade em que a renda tem variado – a renda tem um aumento igual à quantidade da receita do imposto restituída ao consumidor.

Empreguemos agora a equação de Slutsky para expandir o primeiro termo do lado direito para obter os efeitos substituição e renda da própria variação de preço:

$$dx = \frac{\partial x^s}{\partial p} t - \frac{\partial x}{\partial m} tx + \frac{\partial x}{\partial m} tx = \frac{\partial x^s}{\partial p} t.$$

O efeito renda é cancelado, e tudo o que resta é o efeito substituição puro. Impor um pequeno imposto e devolver as receitas equivale a impor uma variação de preço e ajustar a renda para que a cesta de consumo original continue factível – sempre que o imposto for pequeno o bastante para que a aproximação diferencial seja válida.

COMPRANDO E VENDENDO

No modelo simples do consumidor que examinamos nos capítulos anteriores, a renda do consumidor era dada. Na verdade, as pessoas ganham sua renda ao venderem coisas que possuem: objetos que produziram, ativos que acumularam ou, mais freqüentemente, o próprio trabalho. Neste capítulo, examinaremos como o modelo anterior deve ser modificado para descrever esse tipo de comportamento.

9.1 Demandas Líquidas e Brutas

Como antes, limitar-nos-emos ao modelo de dois bens. Suporemos agora que o consumidor inicia com uma **dotação** dos dois bens, que representaremos por (ω_1, ω_2) ¹. Isso representa quanto o consumidor possui dos dois bens *antes* de ingressar no mercado. Imagine um fazendeiro que entra no mercado com ω_1 unidades de cenoura e ω_2 unidades de batata. O fazendeiro pesquisa os preços do mercado e então decide quanto quer comprar e vender dos dois bens.

Façamos agora uma distinção entre a **demanda bruta** do consumidor e sua **demanda líquida**. A demanda bruta de um bem é a quantidade que o consumidor realmente acaba por consumir: a quantidade de cada bem que ele leva do mercado para casa. Já a demanda líquida de um bem é a *diferença* entre o que o consumidor acaba levando (a demanda bruta) e a dotação inicial de bens. A demanda líquida é simplesmente a quantidade comprada ou vendida do bem.

¹ Letra grega “ômega”.

2. No mesmo modelo, quanto de excedente do consumidor seria criado, caso se designasse, *de maneira aleatória*, compradores a vendedores? Qual método geraria maior excedente?

3. Um trabalhador pode produzir x unidades de um produto a um custo de $c(x) = x^2/2$. Ele pode conseguir um nível de utilidade de $\bar{u} = 0$ trabalhando em outro lugar. Qual o esquema de incentivo ótimo $s(x)$ para esse trabalhador?

4. Dado o que foi estabelecido no problema anterior, o que o trabalhador estaria disposto a pagar para alugar a tecnologia de produção?

5. Como você responderia à mudança do último problema se o emprego alternativo do trabalhador lhe fornecesse $\bar{u} = 1$?

APÊNDICE MATEMÁTICO

Neste Apêndice forneceremos uma revisão breve de alguns conceitos matemáticos utilizados no texto. Esse material pretende proporcionar uma recordação de definições de vários conceitos utilizados no livro. Não constitui, de modo algum, um curso de matemática. As definições dadas serão, em geral, as mais simples, não as mais rigorosas.

A.1 Funções

A **função** é uma regra que descreve uma relação entre números. Para cada número x , a função designa um *único* número y , de acordo com alguma regra. Assim, uma função pode ser indicada pela descrição de uma regra como “pegue o número e o eleve ao quadrado”, ou “pegue um número e o multiplique por 2”, e assim por diante. Escrevemos essas funções particulares como $y = x^2$, $y = 2x$. As funções algumas vezes são chamadas de **transformações**.

Não raro queremos indicar que uma variável y depende de uma outra variável x , mas não conhecemos a relação algébrica específica entre as duas variáveis. Nesse caso, escrevemos $y = f(x)$, o que deve ser interpretado como o equivalente a dizer que a variável y depende de x de acordo com a regra f .

Dada uma função $y = f(x)$, o número x é chamado com freqüência de **variável independente**, e o número y de **variável dependente**. A idéia é que x varia de maneira independente, mas o valor de y *depende* do valor de x .

Freqüentemente, uma variável y depende de várias outras variáveis x_1 , x_2 e assim por diante, de modo que escrevemos $y = f(x_1, x_2)$ para indicar que, juntas, as variáveis determinam o valor de y .

A.2 Gráficos

O **gráfico** ilustra o comportamento de uma função. A Figura A.1 mostra os gráficos de duas funções. Em matemática a variável independente é sempre representada no eixo horizontal, e a variável dependente, no eixo vertical. O gráfico indica, pois, a relação entre as variáveis dependente e independente.

Em economia, no entanto, é comum a representação gráfica de funções com a variável independente no eixo vertical e a dependente no eixo horizontal. Funções demanda, por exemplo, são sempre representadas com o preço no eixo vertical e a quantidade demandada no eixo horizontal.

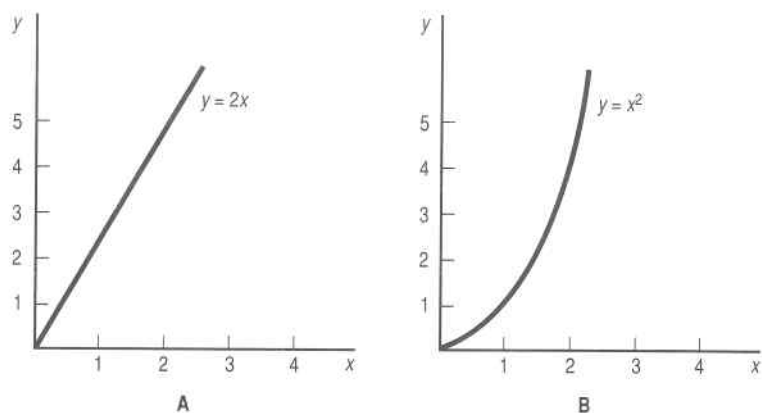


FIGURA A.1 Gráficos de funções. O painel A representa o gráfico de $y = 2x$, e o painel B representa o gráfico de $y = x^2$.

A.3 Propriedades de Funções

Função contínua é aquela que pode ser desenhada sem que se retire o lápis do papel: não existem saltos numa função contínua. **Função suave** é aquela que não tem “dobras” nem cantos. Função **monotônica** é aquela que sempre cresce ou sempre decresce; a **função monotônica positiva** sempre cresce à medida que x cresce, enquanto a **função monotônica negativa** sempre decresce à medida que x cresce.

A.4 Funções Inversas

Lembre-se de que a função tem a propriedade de que para cada valor de x haverá um único valor de y associado a ele e que uma função monotônica estará sempre crescendo ou decrescendo. Isso implica que para a função monotônica haverá um único valor de x associado a cada valor de y .

Chamamos a função que relaciona x a y dessa forma de **função inversa**. Se lhe derem y como função de x , você pode calcular a função inversa apenas por resolver x como função de y . Se $y = 2x$, a função inversa será $x = y/2$. Se $y = x^2$, não haverá função inversa; dado qualquer valor de y , tanto $x = +\sqrt{y}$ quanto $x = -\sqrt{y}$ têm a propriedade de que seu quadrado é igual a y . Assim, não há um valor *único* de x associado a cada valor de y , conforme requerido pela definição de função.

A.5 Equações e Identidades

Uma **equação** pergunta quando uma função é igual a um determinado número. Exemplos de equações são:

$$2x = 8$$

$$x^2 = 9$$

$$f(x) = 0.$$

A **solução** de uma equação é o valor de x que satisfaz a equação. A primeira equação tem como solução $x = 4$. A segunda equação tem duas soluções, $x = 3$ e $x = -3$. A terceira equação é apenas uma equação geral. Não conhecemos sua solução até que saibamos a regra real de f , mas podemos representar sua solução por x^* . Isso apenas significa que x^* é um número tal que $f(x^*) = 0$. Dizemos que x^* **satisfaz** a equação $f(x) = 0$.

A **identidade** é uma relação entre variáveis que valem para todos os valores de variáveis. Temos aqui alguns exemplos de identidades:

$$(x + y)^2 \equiv x^2 + 2xy + y^2$$

$$2(x + 1) \equiv 2x + 2.$$

O símbolo especial \equiv (idêntico) significa que os lados direito e esquerdo são iguais para *todos* os valores de variáveis. A equação só é válida para alguns

Valores de variáveis, enquanto a identidade é verdadeira para todos os valores de variáveis. Em geral a identidade é verdadeira pela definição dos termos envolvidos.

A.6 Funções Lineares

A **função linear** é uma função que tem a forma

$$y = ax + b,$$

onde a e b são constantes. Entre os exemplos de funções lineares, temos

$$y = 2x + 3$$

$$y = x - 99.$$

Se falarmos de maneira estrita, uma função com a forma $y = ax + b$ deve ser chamada **função afim** e apenas as funções com a forma $y = ax$ devem ser chamadas de função linear. Não insistiremos, contudo, nessa distinção.

As funções lineares também podem ser expressas de maneira implícita por formas como $ax + by = c$. Nesse caso, em geral preferimos resolver para y como uma função de x para converter isso para a forma "padrão":

$$y = \frac{c}{b} - \frac{a}{b}x.$$

A.7 Variações e Taxas de Variação

A notação Δx é lida como "a variação em x ". Não significa Δ vezes x . Se x variar de x^* para x^{**} , a variação em x será de apenas

$$\Delta x = x^{**} - x^*.$$

Podemos também escrever

$$x^{**} = x^* + \Delta x$$

para indicar que x^{**} é x^* mais uma variação em x .

Normalmente, Δx se referirá a uma variação *pequena* em x . Algumas vezes expressamos isso ao dizer que Δx representa uma **variação marginal**.

A **taxa de variação** é a razão de duas variações. Se y for uma função de x dada por $y = f(x)$, a taxa de variação de y com relação a x será representada por

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

A taxa de variação mede quanto y varia à medida que x varia.

A função linear tem a propriedade de que a taxa de variação de y com relação a x é constante. Para provar isso, observe que se $y = a + bx$, então,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a + b(x + \Delta x) - a - bx}{\Delta x} = \frac{b\Delta x}{\Delta x} = b.$$

Para as funções não-lineares, a taxa de variação da função dependerá do valor de x . Examinemos, por exemplo, a função $y = x^2$. Para essa função,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x.$$

Nesse caso, a taxa de variação de x para $x + \Delta x$ dependerá do valor de x e do tamanho da variação, Δx . Mas se consideramos variações muito pequenas em x , Δx será aproximadamente zero, de modo que a taxa de variação de y com relação a x será de aproximadamente $2x$.

A.8 Inclinações e Interceptos

A taxa de variação de uma função pode ser interpretada graficamente como a **inclinação** da função. Na Figura A.2A representamos uma função linear $y = -2x + 4$. O **intercepto vertical** dessa função é o valor de y quando $x = 0$, que é $y = 4$. O **intercepto horizontal** é o valor de x quando $y = 0$, que é $x = 2$. A inclinação da função é a taxa de variação de y à medida que x varia. Nesse caso, a inclinação da função é -2 .

Em geral, se uma função linear tiver a forma $y = ax + b$, o intercepto vertical será $y^* = b$ e o intercepto horizontal será $x^* = -b/a$. Se uma função linear for expressa na forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 = c,$$

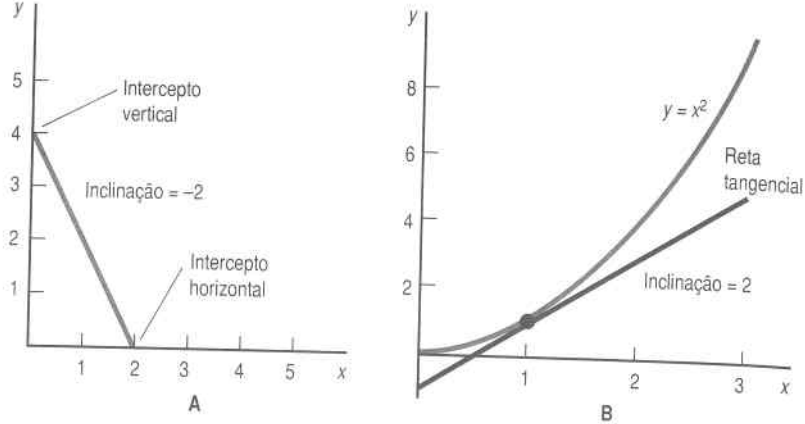


FIGURA A.2 Inclinações e interceptos. O painel A representa a função $y = -2x + 4$, e o painel B representa a função $y = x^2$.

o intercepto horizontal será o valor de x_1 quando $x_2 = 0$, que é $x_1^* = c/a_1$, e o intercepto vertical ocorrerá quando $x_1 = 0$, o que significa que $x_2^* = c/a_2$. A inclinação dessa função é $-a_1/a_2$.

A função não-linear tem a propriedade de que sua inclinação varia à medida que x varia. A **tangente** a uma função em algum ponto x é uma função linear que tem a mesma inclinação. Na Figura A.2B representamos a função x^2 e a reta tangente em $x = 1$.

Se y aumentar sempre que x aumentar, Δy terá sempre o mesmo sinal que Δx , de modo que a inclinação da função será sempre positiva. Se, por outro lado, y diminuir quando x aumentar, ou y aumentar quando x diminuir, Δy e Δx terão sinais contrários, de modo que a inclinação da função será negativa.

A.9 Valores Absolutos e Logaritmos

O **valor absoluto** de um número é uma função $f(x)$ definida pela seguinte regra:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Portanto, o valor absoluto de um número pode ser encontrado ao se cancelar o sinal do número. A função de valor absoluto é, em geral, escrita como $|x|$.

O **logaritmo** (natural) ou **log** de x descreve uma função particular de x , que podemos escrever como $y = \ln x$ ou $y = \ln(x)$. A função logaritmo é a única função que tem as propriedades

$$\ln(x^y) = \ln(x) + \ln(y)$$

para todos os números positivos x e y , e

$$\ln(e) = 1.$$

(Nessa última equação, e é a base dos logaritmos naturais, que é igual a 2,7183...) Em palavras, o logaritmo do produto de dois números é a soma dos logaritmos individuais. Essa propriedade gera uma outra propriedade importante dos logaritmos:

$$\ln(x^y) = y \ln(x),$$

o que diz que o logaritmo de x elevado à potência y é igual a y vezes o log de x .

A.10 Derivadas

A **derivada** de uma função $y = f(x)$ é definida como

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Em palavras, a derivada é o limite da taxa de variação de y com relação a x quando a variação de x vai para zero. A derivada dá o significado preciso à frase "a taxa de variação de y com relação a x , para pequenas variações em x ". A derivada de $f(x)$ com relação a x é representada por $f'(x)$.

Já vimos que a taxa de variação de uma função linear $y = ax + b$ é constante. Assim, para essa função linear

$$\frac{df(x)}{dx} = a.$$

Para a função não-linear, a taxa de variação de y com relação a x normalmente dependerá de x . Vimos que no caso de $f(x) = x^2$, tínhamos $\Delta y / \Delta x = 2x + \Delta x$. Ao aplicarmos a definição de derivada,

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \Delta x = 2x.$$

Assim, a derivada de x^2 com relação a x é $2x$.

Podemos demonstrar por métodos mais avançados que se $y = \ln x$,

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{1}{x}.$$

A.11 Derivadas Segundas

A **derivada segunda** de uma função é a derivada da derivada dessa função. Se $y = f(x)$, a derivada segunda de $f(x)$ com relação a x é escrita como $d^2 f(x)/dx^2$ ou $f''(x)$. Sabemos que

$$\frac{d(2x)}{dx} = 2$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x.$$

Assim,

$$\frac{d^2(2x)}{dx^2} = \frac{d(2)}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2(x^2)}{dx^2} = \frac{d(2x)}{dx} = 2.$$

A segunda derivada mede a curvatura de uma função. A função com uma derivada segunda negativa num ponto será côncava perto daquele ponto; sua inclinação será decrescente. A função com derivada segunda positiva num ponto será convexa perto desse ponto; sua inclinação será crescente. A função com derivada zero num ponto será plana nesse ponto.

A.12 A Regra de Produto e a Regra de Cadeia

Suponhamos que $g(x)$ e $h(x)$ sejam ambas funções de x . Podemos definir a função $f(x)$, que representa seu produto, por $f(x) = g(x)h(x)$. Assim, a derivada de $f(x)$ será dada por

$$\frac{df(x)}{dx} = g(x) \frac{dh(x)}{dx} + h(x) \frac{dg(x)}{dx}.$$

Dadas duas funções $y = g(x)$ e $z = h(y)$, a **função composta** será

$$f(x) = h(g(x)).$$

Por exemplo, se $g(x) = x^2$ e $h(y) = 2y + 3$, a função composta será

$$f(x) = 2x^2 + 3.$$

A **regra da cadeia** diz que a derivada de uma função composta, $f(x)$, com relação a x é dada por

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{dh(y)}{dy} \frac{dg(x)}{dx}.$$

Em nosso exemplo, $dh(y)/dy = 2$ e $dg(x)/dx = 2x$, de modo que a regra da cadeia diz que $df(x)/dx = 2 \times 2x = 4x$. O cálculo direto verifica que essa é a derivada da função $f(x) = 2x^2 + 3$.

A.13 Derivadas Parciais

Suponhamos que y dependa tanto de x_1 quanto de x_2 , de modo que $y = f(x_1, x_2)$. Assim, a **derivada parcial** de $f(x_1, x_2)$ com relação a x_1 será definida por

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}.$$

A derivada parcial de $f(x_1, x_2)$ com relação a x_1 é exatamente a derivada da função com relação a x_1 , se *mantivermos x_2 fixo*. Do mesmo modo, a derivada parcial com relação a x_2 será

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \lim_{\Delta x_2 \rightarrow 0} \frac{f(x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_2}.$$

As derivadas parciais têm exatamente as mesmas propriedades das derivadas comuns; apenas o nome foi trocado para proteger o inocente (isto é, as pessoas que nunca viram o símbolo ∂).

Em particular, as derivadas parciais obedecem à regra da cadeia, mas com uma distorção extra. Suponhamos que x_1 e x_2 dependam ambos de uma variável t e definamos a função $g(t)$ por

$$g(t) = f(x_1(t), x_2(t)).$$

Então, a derivada de $g(t)$ com relação a t é dada por

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \frac{dx_1(t)}{dt} + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \frac{dx_2(t)}{dt}.$$

Quando t varia, ele afeta tanto $x_1(t)$ quanto $x_2(t)$. Portanto, precisamos calcular a derivada de $f(x_1, x_2)$ com relação a cada uma dessas variações.

A.14 Otimização

Se $y = f(x)$, então $f(x)$ alcançará um **máximo** em x^* se $f(x^*) \geq f(x)$ para todo x . Pode-se demonstrar que se $f(x)$ for uma função suave que alcance seu valor máximo em x^* , então,

$$\frac{df(x^*)}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2 f(x^*)}{dx^2} \leq 0.$$

Essas expressões são chamadas de **condição de primeira ordem** e **condição de segunda ordem** para um máximo. A condição de primeira ordem diz que a função é plana em x^* , enquanto a condição de segunda ordem diz que a função é côncava perto de x^* . Essas condições têm de ocorrer, claramente, se x^* for um máximo.

Dizemos que $f(x)$ alcança seu **mínimo** em x^* se $f(x^*) \leq f(x)$ para todo x . Se $f(x)$ for uma função suave que alcance seu mínimo em x^* , então,

$$\frac{df(x^*)}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2 f(x^*)}{dx^2} \geq 0.$$

A condição de primeira ordem diz novamente que a função é plana em x^* , enquanto a condição de segunda ordem diz agora que a função é convexa perto de x^* .

Se $y = f(x_1, x_2)$ for uma função suave que alcance seu máximo ou mínimo num ponto (x_1^*, x_2^*) , teremos, então, de satisfazer

$$\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} = 0.$$

Essas condições são chamadas de **condições de primeira ordem**. Há também condições de segunda ordem para esse problema, mas são mais difíceis de descrever.

A.15 Otimização com Restrição

Muitas vezes queremos examinar o mínimo ou o máximo de uma função com respeito a alguns valores restritos de (x_1, x_2) . A notação

$$\max_{x_1, x_2} f(x_1, x_2)$$

$$\text{de modo que } g(x_1, x_2) = c$$

significa

encontre x_1^* e x_2^* de modo que $f(x_1^*, x_2^*) \geq f(x_1, x_2)$ para todos os valores de x_1 e x_2 que satisfazem à equação $g(x_1, x_2) = c$.

A função $f(x_1, x_2)$ é chamada de **função objetivo**, e a equação $g(x_1, x_2) = c$ é chamada **restrição**. Os métodos para resolver esse tipo de problema de maximização com restrição são descritos no apêndice do Capítulo 5.

RESPOSTAS

1. O Mercado

- 1.1 Será constante em US\$500,00 para 25 apartamentos e então cairá para US\$200,00.
- 1.2 No primeiro caso, US\$500,00, e no segundo, US\$200,00. No terceiro caso, o preço de equilíbrio seria algo entre US\$200,00 e US\$500,00.
- 1.3 Como queremos alugar um apartamento a mais, temos de oferecer um preço menor. O número de pessoas que têm preços de reserva maiores do que p tem de aumentar sempre à medida que p diminui.
- 1.4 O preço dos apartamentos no círculo interno iria aumentar, uma vez que, embora a demanda por apartamentos não se alterasse, a oferta diminuiria.
- 1.5 O preço dos apartamentos do círculo interno aumentaria.
- 1.6 O imposto sem dúvida reduziria a oferta de apartamentos no longo prazo.
- 1.7 Ele fixaria um preço de 25 e alugaria 50 apartamentos. No segundo caso, ele alugaria todos os 40 apartamentos ao maior preço que o mercado pudesse suportar. Isso se daria pela solução para $D(p) = 100 - 2p = 40$, que é $p = 30$.
- 1.8 Todos os que tivessem um preço de reserva maior do que o preço de equilíbrio no mercado competitivo, de modo que o resultado final seria eficiente no sentido de Pareto. (É claro que no longo prazo provavelmente menos apartamentos seriam construídos, o que levaria a um outro tipo de ineficiência.)

2. Restrição Orçamentária

- 2.1 A nova reta orçamentária é dada por $2p_1x_1 + 8p_2x_2 = 4m$.
- 2.2 O intercepto vertical (eixo de x_2) diminuirá, e o intercepto horizontal (eixo de x_1) permanecerá constante. A reta orçamentária tornar-se-á, pois, mais plana.
- 2.3 Mais plana. A inclinação é $-2p_1/3p_2$.
- 2.4 O bem cujo preço foi fixado em 1; todos os preços dos demais bens são medidos em relação ao preço do bem numérico.
- 2.5 Um imposto de 8 centavos por galão.
- 2.6 $(p_1 + t)x_1 + (p_2 - s)x_2 = m - u$.
- 2.7 Sim, porque todas as cestas pelas quais os consumidores podiam pagar antes continuam a poder ser adquiridas aos novos preços e rendas.

3. Preferências

- 3.1 Não. O consumidor poderia ser indiferente entre as duas cestas. Tudo que podemos concluir é que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.
- 3.2 Sim para ambos.
- 3.3 É transitiva, mas não completa – duas pessoas poderiam ser da mesma altura. Não é reflexiva, uma vez que é falso que uma pessoa seja estritamente mais alta do que ela mesma.
- 3.4 É transitiva, mas não completa. E se A fosse maior do que B mas mais lento? Qual ele preferiria?
- 3.5 Sim, a curva de indiferença pode cruzar a si mesma; só não pode cruzar outra curva de indiferença distinta.
- 3.6 Não, por que há cestas na curva de indiferença que têm estritamente mais dos dois bens do que outras cestas na curva de indiferença (alegada).
- 3.7 Inclinação negativa. Se você der ao consumidor mais anchovas, fará com que ele piore, de maneira que você terá de retirar um pouco de pimenta para fazê-lo voltar para sua curva de indiferença. Nesse caso, a utilidade cresce *na direção* da origem.
- 3.8 Porque o consumidor prefere fracamente a média ponderada das duas cestas a qualquer uma delas.

3.9 Se você abrir mão de uma nota de R\$5,00, quantas notas de R\$1,00 serão necessárias para recompensá-lo? Cinco notas de R\$1,00 serão suficientes. Portanto, a resposta é -5 ou $-1/5$, dependendo do bem que você colocar no eixo horizontal.

3.10 Zero – se você retirar um pouco do bem 1, o consumidor precisará de zero unidades do bem 2 para ser compensado pelo que perdeu.

3.11 Anchovas e manteiga de amendoim, *scotch* e Kool Aid... e outras dessas combinações repulsivas.

4. Utilidade

4.1 A função $f(u) = u_2$ é uma transformação monotônica para o u positivo, mas não para o u negativo.

4.2 (1) Sim. (2) Não (funciona para v positivo). (3) Não (funciona para v negativo). (4) Sim (definido apenas para v positivo). (5) Sim. (6) Não. (7) Sim. (8) Não.

4.3 Suponhamos que uma diagonal intercepte uma dada curva de indiferença em dois pontos, digamos (x, x) e (y, y) . Então, ou $x > y$ ou $y > x$, o que significa que uma das duas cestas tem mais de *ambos* os bens. Mas se as preferências fossem monotônicas, uma das duas cestas teria de ser preferida à outra.

4.4 Ambos representam substitutos perfeitos.

4.5 Preferências quase-lineares. Sim.

4.6 A função de utilidade representa preferências Cobb-Douglas. Não. Sim.

4.7 Porque a TMS é medida *ao longo* de uma curva de indiferença, e a utilidade permanece constante ao longo da curva de indiferença.

5. Escolha

5.1 $x_2 = 0$ quando $p_2 > p_1$, $x_2 = m/p_2$ quando $p_2 < p_1$ e qualquer coisa entre 0 e m/p_2 quando $p_1 = p_2$.

5.2 As escolhas ótimas serão $x_1 = m/p_1$ e $x_2 = 0$ se $p_1/p_2 < b$, $x_1 = 0$ e $x_2 = m/p_2$ se $p_1/p_2 > b$ e qualquer quantia na reta orçamentária se $p_1/p_2 = b$.

5.3 Seja z o número de xícaras de café que um consumidor compra. Sabemos, então, que $2z$ é o número de colheres de chá de açúcar que ele compra. Temos de satisfazer a restrição orçamentária

$$2p_1z + p_2z = m.$$

Ao resolvermos para z , teremos,

$$z = \frac{m}{2p_1 + p_2}.$$

5.4 Sabemos que você consumirá todo o sorvete ou todas as azeitonas. Portanto, as duas escolhas de cestas de consumo ótimas serão $x_1 = m/p_1$, $x_2 = 0$, ou $x_1 = 0$, $x_2 = m/p_2$.

5.5 Essa é uma função de utilidade Cobb-Douglas, de maneira que ela gastará $4/(1+4) = 4/5$ de sua renda no bem 2.

5.6 Para preferências exóticas, tais como complementares perfeitos, em que a variação no preço não induz nenhuma variação na demanda.

6. Demanda

6.1 Não. Se a renda dele aumentar, e ele gastá-la toda, ele deverá estar comprando mais de ao menos um bem.

6.2 A função de utilidade para substitutos perfeitos é $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Portanto, se $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, teremos $x_1 + x_2 > y_1 + y_2$. Segue-se que $tx_1 + tx_2 > ty_1 + ty_2$, de modo que $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$.

6.3 A função de utilidade Cobb-Douglas tem a propriedade de

$$u(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a (tx_2)^{1-a} = t^a t^{1-a} x_1^a x_2^{1-a} = tx_1^a x_2^{1-a} = tu(x_1, x_2).$$

Assim, se $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, saberemos que $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$, de modo que as preferências Cobb-Douglas serão ainda homotéticas.

6.4 A curva de demanda.

6.5 Não. As preferências côncavas só podem gerar cestas de consumo ótimas que envolvam consumo zero de um dos bens.

6.6 Normalmente seriam complementos, pelo menos para os não-vegetarianos.

6.7 Sabemos que $x_1 = m/(p_1 + p_2)$. Ao resolvermos para p_1 em função de outras variáveis, teremos

$$p_1 = \frac{m}{x_1} - p_2.$$

6.8. Falso.

7. Preferência Revelada

7.1 Não. Esse consumidor viola o Axioma Fraco da Preferência Revelada, uma vez que quando ele compra (x_1, x_2) , poderia ter comprado (y_1, y_2) , e vice-versa. Em símbolos:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = 1 \times 1 + 2 \times 2 = 5 > 4 = 1 \times 2 + 2 \times 1 = p_1y_1 + p_2y_2$$

e

$$q_1y_1 + q_2y_2 = 2 \times 2 + 1 \times 1 = 5 > 4 = 2 \times 1 + 1 \times 2 = q_1x_1 + q_2x_2.$$

7.2 Sim. Não ocorreu nenhuma violação do AFPR, uma vez que o consumidor não podia pagar pela cesta y quando a cesta x foi comprada, e vice-versa.

7.3 Como a cesta y era mais cara do que a cesta x quando a cesta x foi comprada, e vice-versa, não há meio de dizer qual delas era a preferida.

7.4 Se ambos os preços variaram na mesma quantidade. Então a cesta do ano-base continuaria a ser ótima.

7.5 Complementares perfeitos.

8. Equação de Slutsky

8.1. Sim. Para ver como isso ocorre, usaremos nosso exemplo favorito dos lápis vermelhos e azuis. Imagine que os lápis vermelhos custam 10 centavos cada um e os azuis, 5 centavos cada e que a consumidora gasta US\$1 com lápis. Então ela consumiria 20 lápis azuis. Se o preço dos lápis azuis cair para 4 centavos cada, ela consumirá 25 lápis azuis, uma mudança decorrente apenas do efeito renda.

8.2. Sim

8.3. Então o efeito renda seria anulado. Tudo o que restaria seria um efeito substituição puro, que automaticamente seria negativo.

8.4. Eles auferem uma receita de tx' e pagam tx , de modo que estão perdendo.

8.5. Uma vez que podem manter o consumo anterior, os consumidores teriam que, pelo menos, ficar em melhor situação. Isto ocorre porque o governo está lhes devolvendo *mais* dinheiro do que o que eles perdem em decorrência do preço mais alto da gasolina.

9. Compra e Venda

9.1 Suas demandas brutas serão $(9, 1)$.

9.2 A cesta $(y_1, y_2) = (3, 5)$ custa mais do que a cesta $(4, 4)$ aos preços vigentes. O consumidor não preferirá necessariamente consumir essa cesta, mas com certeza preferirá tê-la, uma vez que poderia vendê-la e comprar uma que preferisse.

9.3 Com certeza. Isto depende de se ele era um comprador líquido ou um vendedor líquido do bem que se tornou mais caro.

9.4 Sim, mas apenas se os Estados Unidos se tornassem um exportador líquido de petróleo.

9.5 A nova reta orçamentária se deslocaria para fora e continuaria paralela à antiga, uma vez que o aumento de horas do dia constitui puro efeito-dotação.

9.6 A inclinação será positiva.

10. Escolha Intertemporal

10.1 De acordo com a Tabela 10.1, daqui a 20 anos, US\$ 1 valerá 3 centavos de dólar atuais a uma taxa de juros de 20%. Assim, US\$1 milhão valerá $0,03 \times 1.000.000,00 = \text{US\$}30.000,00$ atuais.

10.2 A inclinação da restrição orçamentária intertemporal é igual a $-(1+r)$. Portanto, à medida que r aumentar, a inclinação se tornará mais negativa (mais inclinada).

10.3 Se os bens forem substitutos perfeitos, os consumidores só comprarão o bem mais barato. No caso das compras intertemporais de alimentos, isso implica que o consumidor só compre alimentos em determinado período, o que pode não ser muito realista.

10.4 Para continuar como emprestador após a variação nas taxas de juros, o consumidor tem de escolher um ponto que ele poderia ter escolhido durante as taxas antigas, mas decidiu não fazê-lo. Portanto, o consumidor tem de estar pior. Se o consumidor se torna um tomador de empréstimos após a alteração dos juros, então ele está escolhendo um ponto anteriormente não

disponível que não pode ser comparado com o ponto inicial (uma vez que o ponto inicial não está mais disponível sob a nova restrição orçamentária) e, portanto, a mudança no bem-estar do consumidor é desconhecida.

10.5 A uma taxa de juros de 10%, o valor presente de US\$100,00 será de US\$90,91. A uma taxa de juros de 5%, o valor presente será de US\$95,24.

11. Mercados de Ativos

11.1 O ativo A tem de ser vendido por $11/(1 + 0,10) = \text{US\$ } 10,00$.

11.2 A taxa de retorno é igual a $(10.000 + 10.000)/100.000 = 20\%$.

11.3 Sabemos que a taxa de retorno dos títulos não tributáveis, r , tem de ser tal que $(1 - t)r_t = r$, donde $(1 - 0,40)0,10 = 0,06 = r$.

11.4 O preço atual tem de ser $40/(1 + 0,10)^{10} = \text{US\$ } 15,42$.

12. Incerteza

12.1 Precisamos encontrar um meio de reduzir o consumo no estado mau e aumentá-lo no estado bom. Para tanto, teremos de vender seguro contra perdas ao invés de comprá-lo.

12.2 As funções (a) e (c) têm a propriedade de utilidade esperada (elas são transformações afins das funções analisadas no capítulo), enquanto (b), não.

12.3 Como ele tem aversão ao risco, prefere o valor esperado do jogo, US\$325,00, ao próprio jogo e, portanto, escolheria o pagamento.

12.4 Se o pagamento for de US\$320,00, a decisão dependerá da forma da função de utilidade; não podemos dizer nada em geral.

12.5 Sua figura deveria mostrar uma função que fosse inicialmente convexa, mas que depois se tornasse côncava.

12.6 Para se auto-segurarem, os riscos têm de ser independentes. Entretanto, isto não vale no caso de danos causados por enchentes. Se uma casa de um bairro for atingida por uma enchente, é provável que todas as outras também o sejam.

13. Ativos de Risco

13.1 Para alcançar um desvio-padrão de 2% você precisará investir $x = \sigma x / \sigma_m = 2/3$ da sua riqueza no ativo de risco. Isso resultará numa taxa de retorno igual a $(2/3) 0,09 + (1 - 2/3) 0,06 = 8\%$.

13.2 O preço do risco é igual a $(r_m - r_f) / \sigma_m = (9 - 6) / 3 = 1$. Isto é, para cada percentual adicional de desvio-padrão, você pode ganhar 1% de retorno.

13.3 De acordo com a equação de preço MDPAC, a ação deveria oferecer uma taxa de retorno esperada de $r_f + \beta(r_m - r_f) = 0,05 + 1,5(0,10 - 0,05) = 0,125$ ou 12,5%. A ação deveria estar sendo vendida pelo seu valor presente esperado, que é igual a $100 / 1,125 = \text{US\$ } 88,89$.

14. O Excedente do Consumidor

14.1. O preço de equilíbrio será de US\$ 10, e a quantidade vendida, 100 unidades. Se for lançado um imposto, o preço aumenta para US\$11, e ainda assim serão vendidas 100 unidades. O imposto não implica ônus.

14.2 Queremos calcular a área abaixo da curva de demanda à esquerda da quantidade 6. Dividamos isso na área de um triângulo com base 6 e altura 6 e na de um retângulo com base 6 e altura 4. Ao aplicarmos as fórmulas básicas de geometria do curso colegial, o triângulo terá uma área de 18 e o retângulo uma área de 24. O benefício bruto será, portanto, de 42.

14.3 Quando o preço for 4, o excedente do consumidor será dado pela área do triângulo com base 6 e altura 6; ou seja, o excedente do consumidor será 18. Quando o preço for 6, o triângulo terá base de 4 e altura de 4, o que resultará numa área de 8. Portanto, a variação de preço reduziu o excedente do consumidor em US\$10,00.

14.4 Dez dólares. Como a demanda pelo bem discreto não variou, o que ocorreu foi que o consumidor teve de reduzir seus gastos nos demais bens em US\$ 10,00.

15. Demanda de Mercado

15.1 A curva de demanda inversa será $P(q) = 200 - 2q$.

15.2 A decisão sobre consumir a droga poderia ser sensível aos preços, de modo que o ajuste da demanda do mercado na margem extensiva contribuiria para a elasticidade da demanda de mercado.

15.3 A receita é $R(p) = 12p - 2p^2$, que é maximizada em $p = 3$.

15.4 A receita é $pD(p) = 100$, não importa o preço, de modo que todos os preços maximizam a receita.

15.5 Verdadeiro. A média ponderada das elasticidades-renda tem de ser 1, de maneira que se um bem tiver elasticidade-renda *negativa*, o outro terá de ter uma elasticidade *maior* do que 1 para fazer com que a média seja 1.

16. Equilíbrio

16.1 O subsídio inteiro será transferido para os consumidores se a curva de oferta for plana; se, porém, a curva de oferta for vertical, o subsídio será inteiramente recebido pelos produtores.

16.2 O consumidor.

16.3 Nesse caso, a curva de demanda por lápis vermelhos seria horizontal ao preço p_b , uma vez que isso seria o máximo que eles estariam propensos a pagar por um lápis vermelho. Portanto, se for estabelecido um imposto sobre os lápis vermelhos, os consumidores terminarão pagando p_b por eles, de modo que a quantia total do imposto terminará sendo suportada pelos produtores (se algum lápis vermelho chegar a ser vendido – pode ser que o imposto induza os produtores a abandonarem o mercado).

16.4 Aqui, a curva de oferta de petróleo estrangeiro é plana em US\$25,00. Portanto, o preço para o consumidor tem de aumentar nos US\$5,00 relativos ao imposto, de modo que o preço líquido para o consumidor passará para US\$30,00. Como os petróleos doméstico e estrangeiro são substitutos perfeitos no que tange ao consumidor, os produtores domésticos também venderão seu petróleo por US\$30,00, o que lhes proporcionará um ganho extra de US\$5,00 por barril.

16.5 Zero. O ônus mede o valor da produção perdida. Como a mesma quantidade é ofertada antes e depois do imposto, não há ônus. Colocado de outra forma: os ofertantes pagam o total do imposto, e tudo o que eles pagam vai para o governo. A quantia que os ofertantes pagariam para evitar o imposto é simplesmente a receita que o governo recebe; logo, não há peso excessivo do imposto.

16.6 Receita zero.

16.7 Gera receita negativa, uma vez que nesse caso temos um subsídio líquido do empréstimo.

17. Leilões

17.1 Dado que os colecionadores atribuem valores distintos às colchas e não se preocupam muito com as avaliações dos demais participantes, trata-se de um leilão de valor privado.

17.2 Seguindo a análise do texto, há quatro configurações igualmente prováveis para os participantes do leilão (8,8), (8,10), (10,8) e (10, 10). A preços de reserva iguais a zero, os lances ótimos serão (8, 9, 9, 10), resultando em um lucro esperado de US\$9. O único candidato a preço de reserva seria

US\$10, o que renderia um lucro esperado de $30/4 = \text{US}\$7,50$. Portanto, o preço de reserva que maximizaria o lucro neste leilão seria igual a zero.

17.3 Faça com que cada pessoa escreva um valor, então dê os livros aos dois estudantes que apresentaram os valores mais elevados, mas cobre deles o lance do terceiro valor mais elevado.

17.4 Foi eficiente porque a licença coube à empresa que lhe deu a avaliação mais elevada. Mas isto demorou um ano para acontecer, o que é ineficiente. Um leilão de Vickrey ou um leilão inglês teria alcançado o mesmo resultado mais rapidamente,

17.5 Este é um leilão de valor comum, já que o valor do objeto é o mesmo para todos os participantes. Normalmente, o lance ganhador superestima o número de moedinhas contidas no vidro, ilustrando a maldição do ganhador.

18. Tecnologia

18.1 Retornos crescentes de escala.

18.2 Retornos decrescentes de escala.

18.3 Se $a + b = 1$, temos retornos constantes de escala; se $a + b < 1$, teremos retornos decrescentes de escala; e se $a + b > 1$, os retornos serão crescentes de escala.

18.4 $4 \times 3 = 12$ unidades.

18.5 Certo.

18.6 Sim.

19. Maximização do Lucro

19.1 Os lucros diminuirão.

19.2 O lucro aumentaria, uma vez que a produção aumentaria mais do que o custo dos insumos.

19.3 Se a empresa realmente tivesse retornos decrescentes de escala, a divisão da escala de todos os insumos por 2 geraria um aumento de mais da metade da produção. Portanto, a empresa subdividida obteria lucros maiores do que a empresa grande. Isso é apenas um argumento, porque é implausível ter retornos decrescentes de escala em todos os lugares.

19.4 O jardineiro ignorou os custos de oportunidade. Para contabilizar adequadamente os custos verdadeiros, o jardineiro tem de incluir o custo do seu próprio tempo utilizado na produção da semente, mesmo que nenhum salário explícito lhe tenha sido pago.

19.5 Em geral, não. Pense, por exemplo, no caso da incerteza.

19.6 Aumenta.

19.7 A utilização de x_1 não varia, e os lucros aumentarão.

19.8 Não pode.

20. Minimização do Custo

20.1 Como o lucro é igual à receita total menos os custos, se a empresa não estiver minimizando custos, haverá um meio de aumentar os lucros; isso, porém, contradiz o fato de que a empresa maximiza o lucro.

20.2 Aumentar a utilização do fator 1 e diminuir a utilização do fator 2.

20.3 Como os insumos são substitutos perfeitos com mesmo preço, a empresa será indiferente entre qual deles utilizar. Portanto, a empresa utilizará quaisquer quantidades dos dois insumos, de modo que $x_1 + x_2 = y$.

20.4 A demanda por papel cai ou permanece constante.

20.5 Isso implica que $\sum_{i=1}^n \Delta w_i \Delta x_i \leq 0$, onde $\Delta w_i = w_i^f - w_i^s$ e $\Delta x_i = x_i^f - x_i^s$.

21. Curvas de Custo

21.1 Verdadeiro, verdadeiro, falso.

21.2 Ao simultaneamente aumentar a produção na segunda fábrica e reduzi-la na primeira, a empresa pode reduzir custos.

21.3 Falso.

22. A Oferta da Empresa

22.1 A curva de oferta inversa é $p = 20y$, de modo que a curva de oferta é $y = p/20$.

22.2 Faça com que $CMe = CMa$ para encontrar $10y + 1.000/y = 20y$. Resolva para obter $y^* = 10$.

22.3 Resolva para p para obter $P_s(y) = (y - 100)/20$.

22.4 Em 10 a oferta é 40 e em 20 a oferta é 80. O excedente do produtor é composto de um retângulo de área 10×40 mais um triângulo de área $\frac{1}{2} \times 10 \times 40$, o que resulta numa variação total de 600 no excedente do produtor. Isso é o mesmo que uma variação nos lucros, uma vez que os custos fixos não variam.

22.5 A curva de oferta é dada por $y = p/2$ para todo $p \geq 2$ e $y = 0$ para todo $p \leq 2$. Em $p = 2$, a empresa é indiferente entre ofertar 1 unidade do produto ou não ofertá-lo.

22.6 Principalmente técnico (em modelos mais avançados poderia ser o mercado), mercado, poderia ser mercado ou técnico, técnico.

22.7 Que todas as empresas do setor consideram os preços de mercado como dados.

22.8 Ao preço de mercado. Uma empresa que maximiza lucros fixará seu preço de modo que o custo marginal de produzir a última unidade seja igual à receita marginal, o que no caso de competição pura é igual ao preço de mercado.

22.9 A empresa deveria produzir zero (com ou sem custos fixos).

22.10 No curto prazo, se o preço de mercado for maior do que o custo variável médio, a empresa deve produzir um pouco, mesmo que perca dinheiro. Isto é verdadeiro porque a empresa perderia mais do que se não tivesse produzido, uma vez que teria de pagar os custos fixos. Entretanto, no longo prazo, não há custos fixos e, portanto, qualquer empresa que está perdendo dinheiro pode produzir zero e perder um máximo de zero unidade monetária.

22.11 O preço de mercado tem de ser igual ao custo marginal de produção para todas as empresas da indústria.

23. A Oferta da Indústria

23.1 As curvas de oferta inversas são $P_1(y_1) = 10 + y_1$ e $P_2(y_2) = 15 + y_2$. Quando o preço estiver abaixo de 10, nenhuma das empresas produzirá. Quando o preço for de 15, a empresa 2 entrará no mercado, e a qualquer preço acima de 15, ambas as empresas entrarão no mercado. Portanto, a quebra ocorre ao preço de 15.

23.2 No curto prazo, os consumidores pagam o total do imposto. No longo prazo, ele será pago pelos produtores.

23.3 Falso. Uma afirmativa melhor seria: as lojas de conveniência podem cobrar preços mais altos porque estão próximas do *campus*. Isso, por sua vez, possibilita aos proprietários das lojas cobrarem aluguéis mais elevados pelo uso da localização privilegiada.

23.4 Verdadeiro.

23.5 Os lucros ou os prejuízos das empresas que operam atualmente na indústria.

23.6 Mais plana.

23.7 Não, não viola o modelo. Ao contabilizar os custos, erramos ao não avaliar a renda da licença.

24. Monopólio

24.1 Não. Um monopolista que maximiza lucros nunca produziria onde a demanda pelo seu produto fosse inelástica.

24.2 Primeiro resolva para a curva de demanda inversa para obter $p(y) = 50 - y/2$. A receita marginal será dada, pois, por $RM(y) = 50 - y$. Iguale isso ao custo marginal de 2 e resolva para obter $y = 48$. Para determinar o preço, substitua na função demanda inversa, $p(48) = 50 - 48/2 = 26$.

24.3 A curva de demanda tem uma elasticidade constante de -3 . Com a utilização da fórmula $p[1 + 1/\varepsilon] = CMa$, substituímos para obter $p[1 - 1/3] = 2$. Ao resolvermos, teremos $p = 3$. Substituamos novamente na função demanda para obter a quantidade produzida: $D(3) = 10 \times 3^{-3}$.

24.4 A curva de demanda tem uma elasticidade constante de -1 . Por isso, a receita marginal será zero para todos os níveis de produção e nunca poderá igualar-se ao custo marginal.

24.5 Para uma curva de demanda linear, o preço aumenta em metade do custo. Nesse caso, a resposta é US\$3,00.

24.6 Nesse caso, $p = kCMa$, onde $k = 1/(1 - 1/3) = 3/2$. O preço, portanto, aumenta em US\$9,00.

24.7 O preço será o dobro do custo marginal.

24.8 Um subsídio de 50%, de modo que os custos marginais com os quais o monopolista se defronta sejam metade do custo marginal real. Isto assegurará que o preço se iguale ao custo marginal na escolha de produção do monopolista.

24.9 Um monopolista opera onde $p(y) + y\Delta p/\Delta y = CMa(y)$. Ao rearranjar-mos, teremos $p(y) = CMa(y) - y\Delta p/\Delta y$. Como as curvas de demanda têm inclinação negativa, sabemos que $\Delta p/\Delta y < 0$, o que prova que $p(y) > CMa(y)$.

24.10 Falso. Cobrar um imposto de um monopolista pode fazer com que o preço de mercado suba numa proporção maior, igual ou menor do que o valor do imposto.

24.11 Surgem diversos problemas, entre eles, os de determinar os custos marginais verdadeiros da empresa, de assegurar que todos os clientes serão servidos e de garantir que o monopolista não terá prejuízo aos novos níveis de preço e de produção.

24.12 Algumas condições apropriadas são: custos fixos elevados e custos marginais reduzidos, escala de eficiência mínima elevada em relação ao mercado, facilidade de conluio etc.

25. O Comportamento Monopolista

25.1 Sim, se puder discriminar preços perfeitamente.

25.2 $p_i = \varepsilon_i c / (1 + \varepsilon_i)$ para $i = 1, 2$.

25.3 Se for capaz de discriminar os preços perfeitamente, ele conseguirá extrair todo o excedente do consumidor; se puder cobrar entrada, poderá fazer o mesmo. Assim, o monopolista se sairá bem sob qualquer política de preços. (Na prática, é bem mais fácil cobrar entrada do que cobrar um preço diferente para andar em cada brinquedo.)

25.4 Essa é uma discriminação de preços de terceiro grau. Aparentemente, a Disneylândia acredita que os residentes do sul da Califórnia têm demandas mais elásticas do que os demais visitantes do parque.

26. O Mercado de Fatores

26.1 Com certeza. O monopsonista pode produzir a qualquer nível de elasticidade de oferta.

26.2 Como a demanda por trabalho excederia a oferta a tal salário, é de presumir que houvesse desemprego.

26.3 Encontramos os preços de equilíbrio ao substituímos nas funções de demanda. Como $p = a - by$, podemos utilizar a solução para y para encontrar

$$p = \frac{3a + c}{4}$$

Como $k = a - 2bx$, podemos utilizar a solução para x para encontrar

$$k = \frac{a + c}{2}.$$

27. Oligopólio

27.1 Em equilíbrio, cada empresa produzirá $(a - c)/3b$, de modo que a produção total da indústria será de $2(a - c)/3b$.

27.2 Nada. Como todas as empresas têm o mesmo custo marginal, não importa qual delas produz.

27.3 Não, porque uma das escolhas de uma líder Stackelberg é escolher o nível de produção que teria no equilíbrio de Cournot. Assim, ela seria capaz de estar ao menos tão bem.

27.4 Sabemos, com base no texto, que temos de ter $p[1 - 1/n|\varepsilon|] = CMa$. Como $CMa > 0$ e $p > 0$, temos de ter $1 - 1/n|\varepsilon| > 0$. O rearranjo dessa desigualdade nos fornecerá o resultado.

27.5 Faça $f_2(y_1)$ mais inclinada do que $f_1(y_2)$.

27.6 Em geral, não. O preço só se iguala ao custo marginal no caso da solução de Bertrand.

28. A Teoria dos Jogos

28.1 O segundo jogador burlará em resposta à burla (equivocada) do primeiro jogador. Mas então o primeiro jogador burlará em resposta a isso, e cada jogador continuará a burlar em resposta à burla do outro! Esse exemplo mostra que "olho por olho" pode não ser uma estratégia muito boa quando os jogadores podem errar tanto em suas atitudes quanto em suas percepções dos atos dos demais jogadores.

28.2 Sim e não. Os jogadores preferem jogar a estratégia dominante seja qual for a estratégia de seus oponentes (mesmo que seu oponente jogue sua própria estratégia dominante). Assim, se todos os jogadores utilizarem estratégias dominantes, então todos estarão jogando uma estratégia ótima dada a estratégia de seus oponentes e, portanto, haverá um equilíbrio de Nash. Contudo, nem todos os equilíbrios de Nash são equilíbrios de estratégia dominante; ver, por exemplo, a Tabela 28.2.

28.3 Não necessariamente. Sabemos que a sua estratégia de equilíbrio de Nash é melhor para você uma vez que seu oponente jogue a estratégia de

equilíbrio de Nash dele, mas se ele não jogar, talvez haja uma estratégia melhor para você seguir.

28.4 Formalmente, se os prisioneiros puderem retaliar, os ganhos no jogo podem mudar. Isso poderia resultar num resultado eficiente no sentido de Pareto para o jogo (por exemplo, pense no caso em que ambos os prisioneiros concordam em matar qualquer um que confesse, e suponha que a morte tenha uma utilidade muito pequena).

28.5 A estratégia de equilíbrio de Nash dominante consiste em burlar a cada rodada. Essa estratégia deriva do mesmo processo de indução retrógrada utilizado para derivar o caso finito de dez rodadas. Os resultados de experimentos com a utilização de períodos de tempo bem menores parecem indicar que os jogadores raramente utilizam essa estratégia.

28.6 No equilíbrio, o jogador B escolhe esquerda e o jogador A escolhe alto. O jogador B prefere mover-se primeiro, uma vez que isso resulta num ganho de 9 contra um ganho de 1. (Observe que, no entanto, mover-se antes nem sempre é vantajoso num jogo seqüencial. Você pode pensar num exemplo?)

29. Aplicações da teoria dos jogos

29.1. Cada jogador está dando uma melhor resposta à melhor resposta de seu adversário. Num equilíbrio de estratégia dominante, cada escolha do jogador é uma melhor resposta a qualquer escolha feita pelo outro jogador.

29.2. Não, porque quando $r = 1/3$ há uma infinidade de melhores respostas, e não apenas uma, como é exigido pela definição matemática de função.

29.3. Não necessariamente, depende dos ganhos do jogo. Na "roleta russa" automobilística, se ambos optarem por avançar em linha reta terão o pior ganho possível.

29.4. É o ganho esperado de linha na estratégia de equilíbrio quando chuta para a esquerda com probabilidade 0,7, enquanto coluna pula para a esquerda com probabilidade 0,6. Temos que somar os resultados de linha em quatro eventos: a probabilidade de que linha chute para a esquerda e coluna defenda à esquerda \times o ganho de linha nesse caso e assim por diante. Os números são $(0,7)(0,6)50 + (0,7)(0,4)80 + (0,3)(0,6)90 + (0,3)(0,4)20 = 62$.

29.5. Ele quer dizer que oferecerá um lance baixo para ganhar o contrato, e depois cobrará preços altos em quaisquer alterações do projeto. O cliente terá que aceitar, pois para ele seria oneroso trocar de empreiteiro no meio de uma obra.

30. Economia Comportamental

30.1. É mais provável que o primeiro grupo compre os bilhetes de loteria, devido ao “efeito de contexto”.

30.2. Devido ao “efeito de balizamento”, é mais provável que as refeições escolhidas por Mary sejam mais variadas.

30.3. Do ponto de vista da teoria clássica do consumidor, sempre é melhor ter mais opções de escolha. Mas é perfeitamente possível que um excesso de opções confunda os empregados; logo, 10 opções poderiam implicar uma escolha mais segura. Se você realmente decidir oferecer 50 fundos mútuos, seria bom agrupá-los em um número relativamente pequeno de categorias.

30.4. A probabilidade de três ocorrências sucessivas de caras é $1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/8 = 0,125$. A probabilidade de três ocorrências sucessivas de coroas também é 0,125; logo, a probabilidade de uma seqüência de três caras ou três coroas é 0,25.

30.5. “Inconsistência temporal”.

31. Trocas

31.1 Sim. Por exemplo, imagine uma alocação em que uma pessoa tenha tudo. A outra pessoa estará pior nessa alocação do que estaria numa outra em que possuísse alguma coisa.

31.2 Não. Porque isso significaria que na alocação eficiente no sentido de Pareto examinada existiria um meio de fazer com que todos melhorassem, o que contradiz o pressuposto básico da eficiência de Pareto.

31.3 Se conhecermos a curva de contrato, qualquer troca terminaria sobre essa curva, embora não saibamos onde.

31.4 Sim, mas não sem fazer com que alguém piore.

31.5 A soma do valor do excesso de demanda nos dois outros mercados tem de ser zero.

32. Produção

32.1 Abrir mão de 1 coco libera recursos no valor de US\$6,00 que poderiam ser utilizados para produzir 2 quilos de peixe (que valem US\$6,00).

32.2 Um salário mais alto produziria uma linha isolucro mais inclinada, o que implicaria que o nível de maximização de lucro da empresa ocorreria

num ponto à esquerda do equilíbrio atual, resultando num nível menor de demanda por trabalho. Entretanto, sob esta nova restrição orçamentária, Robinson desejará ofertar mais do que o nível necessário de trabalho (por quê?) e portanto, o mercado de trabalho não estará em equilíbrio.

32.3 De acordo com alguns pressupostos, uma economia que esteja em equilíbrio competitivo será eficiente no sentido de Pareto. Isso é em geral considerado como uma coisa boa para a sociedade, uma vez que implica que não há como melhorar uma pessoa na economia sem piorar outra. A sociedade, no entanto, pode preferir uma distribuição diferente de bem-estar; isto é, pode ser que a sociedade prefira fazer com que um grupo melhore à custa do outro.

32.4 Ele deveria produzir mais peixe. Sua taxa marginal de substituição indica que ele está propenso a abrir mão de duas unidades de coco por uma unidade de peixe. A taxa marginal de transformação implica que ele apenas tem de abrir mão de um coco para obter um peixe a mais. Portanto, ao abrir mão de um coco (embora estivesse disposto a abrir mão de dois), ele pode obter um peixe a mais.

32.5 Ambos teriam de trabalhar 9 horas por dia. Se ambos trabalhassem 6 horas por dia (Robinson produzindo cocos, e Sexta-feira procurando peixes) e dessem metade de sua produção total um para o outro, poderiam alcançar a mesma produção. A redução nas horas de trabalho de 9 para 6 horas por dia deve-se ao rearranjo da produção baseado na vantagem comparativa de cada indivíduo.

33. Bem-Estar

33.1 O principal defeito é que há várias alocações que não podem ser comparadas – não há meio de decidir entre quaisquer duas alocações eficientes no sentido de Pareto.

33.2 Ela teria a forma: $W(u_1, \dots, u_n) = \text{máx}\{u_1, \dots, u_n\}$.

33.3 Como a função de bem-estar Nietzscheana só considera o melhor indivíduo, o máximo de bem-estar para essa alocação normalmente resultaria em que uma pessoa obtinha tudo.

33.4 Suponhamos que não seja esse o caso. Então cada pessoa inveja a outra. Elaboremos uma relação de quem inveja quem. A pessoa A inveja alguém – vamos chamá-lo de B. A pessoa B, por sua vez, inveja alguém – digamos, a pessoa C. E assim por diante. Mas acabaremos por encontrar quem inveje alguém que veio antes na relação. Suponhamos que o ciclo seja “C inveja D, que inveja E, que inveja C”. Examinemos, então, a seguinte troca: C obtém o que D possui, D obtém o que E possui, e E obtém o que

C possui. Cada pessoa no ciclo obtém a cesta que prefere e, portanto, cada pessoa é melhorada. Mas, assim, a alocação original não poderia ser eficiente no sentido de Pareto!

33.5 Vote, primeiro, entre x e z e depois entre o ganhador (z) e y . Coloque primeiro x contra y e então vote entre o ganhador (x) e z . O fato de que as preferências sociais são intransitivas é responsável pelo poder proporcionado a quem estabelece a agenda.

34. Externalidades

34.1 Verdadeiro. Normalmente os problemas de eficiência podem ser eliminados pela delimitação dos direitos de propriedade. Entretanto, quando impomos direitos de propriedade também impomos uma dotação, que pode ter importantes conseqüências distributivas.

34.2 Falso.

34.3 Ora, nem todos os seus colegas de quarto são maus...

34.4 O governo poderia distribuir exatamente o número ótimo de direitos de pastagem. Outra alternativa seria vender os direitos de pastagem (Pergunta: por quanto estes direitos seriam vendidos? Dica: pense nos aluguéis.) O governo poderia também estabelecer um imposto, t , por cabeça, de modo que $f(c^*)/c^* + t = a$.

35. Tecnologia da Informação

35.1 Eles deveriam estar dispostos a pagar até \$50, uma vez que este é o valor presente do lucro que esperam auferir com o cliente no longo prazo.

35.2 Os usuários gravitariam em direção aos pacotes utilizados pelo maior número de pessoas, uma vez que isso lhes facilitaria trocar arquivos e informações sobre como utilizar o programa.

35.3 Nesse caso, as condições de maximização de lucro são idênticas. Se duas pessoas compartilharem um vídeo, o produtor apenas dobrará o preço e auferirá o mesmo lucro.

36. Bens Públicos

36.1 Não será o maior valor. Ao contrário, será o segundo maior valor mais uma unidade monetária. A pessoa que estiver propensa a oferecer o maior lance arrematará o bem, mas terá de pagar apenas o preço da segunda maior oferta mais uma pequena quantia.

36.2 O argumento é semelhante ao do imposto de Clarke. Pense no que ocorre se você aumentar seu lance acima do valor verdadeiro. Se o seu lance fosse o maior, de qualquer forma você não mudaria suas chances de obter o bem. Se o seu lance não fosse o maior, então se você aumentar o lance o suficiente para ultrapassar o valor do maior lance, você arremataria o bem, mas teria de pagar o segundo lance mais alto – que para você é maior do que o valor do bem para você. Um argumento similar pode ser desenvolvido para fazer um lance mais baixo.

36.3 Queremos que a soma das taxas marginais de substituição iguale-se ao custo marginal de prover o bem público. A soma das TMS é de 20 ($= 10 \times 20$) e o custo marginal é de $2x$. Temos, portanto, a equação $2x = 20$, que implica que $x = 10$. Portanto, o número Pareto eficiente de lâmpadas de iluminação pública será de 10.

37. Informação Assimétrica

37.1 Como apenas os carros de baixa qualidade são transacionados no equilíbrio e há um excedente de US\$200,00 por transação, o total de excedente criado será de $50 \times 200 = \text{US\$ } 10.000,00$.

37.2 Se os carros fossem distribuídos de maneira aleatória, o excedente médio por transação seria a propensão média a pagar, US\$ 1.800,00, menos a propensão média a vender, US\$ 1.500,00. Isso proporciona um excedente médio de US\$300,00 por transação. Como há 100 transações, obteremos um excedente total de US\$30.000,00, que é muito melhor do que a solução de mercado.

37.3 Sabemos do texto que o plano de incentivo ótimo tem a forma $s(x) = wx + K$. O salário w tem de ser igual ao produto marginal do trabalhador, que nesse caso é 1. A constante K é escolhida de modo que a utilidade do trabalhador na escolha ótima seja $\bar{u} = 0$. A escolha ótima de x ocorre quando o preço, 1, iguala-se ao custo marginal, x , de maneira que $x^* = 1$. Nesse ponto, o trabalhador obtém uma utilidade de $x^* + K - c(x^*) = 1 + K - 1/2 = 1/2 + K$. Como a utilidade do trabalhador tem de igualar-se a zero, segue-se que $K = -1/2$.

37.4 Vimos na última resposta que os lucros no nível ótimo de produção são de $1/2$. Como $\bar{u} = 0$, o trabalhador estaria disposto a pagar $1/2$ para alugar a tecnologia.

37.5 Se fosse para o trabalhador alcançar um nível de utilidade de 1, a empresa teria de dar a ele um pagamento de montante fixo de $1/2$.