ELSEVIER

HAL R. VARIAN

Microeconomia

Princípios Básicos

Uma Abordagem Moderna

Tradução da 7ª edição

CAMPUS

Convém fazer uma advertência a respeito dessas funções de demanda. Observe que, nesse exemplo, a demanda do bem 1 independe da renda. Isso é uma propriedade geral de uma função de utilidade quase-linear – a demanda do bem 1 permanece constante à medida que a renda varia. Isso, no entanto, só é verdade para alguns valores da renda. A função de demanda não pode ser literalmente independente da renda para *todos* os valores de renda; afinal, quando a renda é zero, todas as demandas têm de ser zero. A função de demanda quase-linear derivada acima só é relevante quando houver consumo de uma quantidade positiva de cada bem. Nos níveis baixos de renda, as demandas adotam uma forma um pouco diferente.

Neste exemplo, quando $m < p_2$, o consumo ótimo do bem 2 será zero. À medida que a renda aumenta, a utilidade marginal do consumo do bem 1 diminui. Quando $m = p_2$, a utilidade marginal do gasto adicional de renda com o bem 1 se torna igual à utilidade marginal do gasto de renda adicional com o bem 2. Após este ponto, o consumidor gasta toda a renda adicional com o bem 2.

De modo que uma maneira melhor de escrever a demanda pelo bem 2 é:

$$x_2 = \begin{cases} 0 & \text{quando } m \leq p_2 \\ m/p_2 - 1 & \text{quando } m > p_2 \end{cases}$$

Veja a análise das funções de demanda quase-lineares em Hal R. Varian, *Microeconomic Analysis*, 3ª ed. Nova York: Norton, 1992.

CAPÍTULO 7

PREFERÊNCIA REVELADA

No Capítulo 6, vimos como é possível usar informações sobre as preferências e a restrição orçamentária do consumidor para conhecer sua demanda. Neste capítulo, invertemos o processo e mostramos como se pode usar informações sobre a demanda do consumidor para saber sobre suas preferências. Até agora, pensamos no que as preferências poderiam nos dizer sobre o comportamento das pessoas. Na vida real, porém, as preferências não são diretamente observáveis: temos de descobrir as preferências das pessoas pela observação de seu comportamento. Neste capítulo, desenvolveremos algumas ferramentas para fazer isso.

Quando falamos sobre conhecer as preferências das pessoas pela observação do comportamento delas, temos de pressupor que as preferências permanecerão imutáveis enquanto observarmos esse comportamento. Em períodos de tempo muito longos, isso não é razoável. Mas para os períodos de meses ou trimestres com os quais os economistas geralmente trabalham, não parece provável que os gostos de um determinado consumidor sofram mudanças radicais. Portanto, utilizaremos a hipótese de que as preferências do consumidor permanecerão estáveis no período em que observarmos seu comportamento de escolha.

7.1 A Idéia de Preferência Revelada

Antes de iniciar essa investigação, adotemos a convenção de que, neste capítulo, as preferências básicas – sejam quais forem – são estritamente convexas. Haverá, pois, uma *única* cesta demandada em cada orçamento. Esse pressuposto não é necessário para a teoria da preferência revelada, mas com ele a exposição será mais simples.

Observe a Figura 7.1, em que representamos uma cesta demandada pelo consumidor, (x_1, x_2), e outra cesta arbitrária, (y_1, y_2), que está abaixo da reta orçamentária do consumidor. Suponhamos que esse seja um consumidor otimizador do tipo que temos estudado. O que podemos dizer sobre as preferências do consumidor entre essas duas cestas de bens?

Bem, a cesta (y_1, y_2) é por certo uma compra possível no orçamento dado – o consumidor poderia ter comprado essa cesta se houvesse desejado fazê-lo e teria até tido uma sobra de dinheiro. Como (x_1, x_2) é a cesta *ótima*, ela deve ser melhor do que qualquer outra que o consumidor possa adquirir. Assim, ela deve ser particularmente melhor que (y_1, y_2).

O mesmo argumento vale para qualquer cesta diferente da cesta demandada e que estiver sobre ou abaixo da reta orçamentária. Como essa cesta *poderia* ter sido comprada com o orçamento dado, mas não foi, a cesta realmente comprada tem de ser melhor. É aqui que utilizamos o pressuposto de que há uma cesta demandada *única* para cada orçamento. Se as preferências não forem estritamente convexas, de modo que as curvas de indiferença tenham pontos planos, pode ser que algumas cestas situadas sobre a reta orçamentária sejam tão boas quanto a cesta demandada. Essa complicação pode ser tratada sem muita dificuldade, mas é mais fácil apenas excluí-la.

Na Figura 7.1, todas as cestas situadas na área sombreada abaixo da reta orçamentária revelam-se piores do que a cesta demandada (x_1, x_2). Isso porque elas poderiam ter sido escolhidas, mas foram rejeitadas em favor de (x_1, x_2). Traduziremos agora em linguagem algébrica essa análise geométrica da preferência revelada.

Seja (x_1, x_2) a cesta comprada aos preços (p_1, p_2) quando o consumidor tem uma renda m. O que significa dizer que (y_1, y_2) pode ser comprada a es-

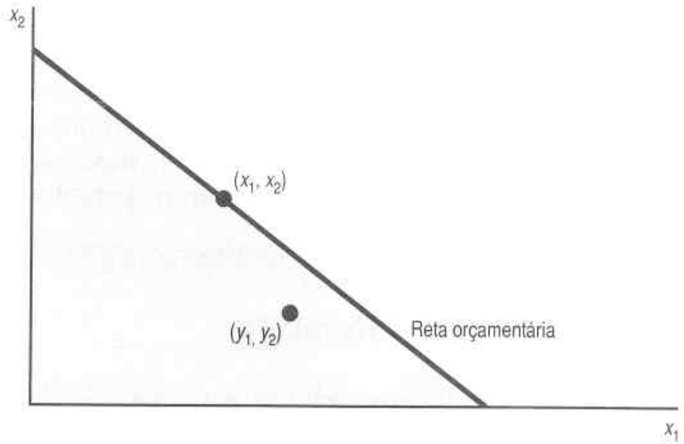

FIGURA 7.1 ***Preferência revelada.*** *A cesta (x_1, x_2) que o consumidor escolhe é revelada como preferida à cesta (y_1, y_2), que ele poderia ter escolhido.*

ses preços e a essa renda? Isso apenas significa que (y_1, y_2) satisfaz a restrição orçamentária

$$p_1y_1 + p_2y_2 \leq m.$$

Como (x_1, x_2) é realmente comprada num orçamento determinado, ela tem de satisfazer a restrição orçamentária com a igualdade

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Juntando essas duas equações, o fato de que (y_1, y_2) pode ser comprada com o orçamento (p_1, p_2, m) significa que:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2.$$

Se a desigualdade acima for satisfeita e (y_1, y_2) for realmente uma cesta diferente de (x_1, x_2), dizemos que (x_1, x_2) é **diretamente revelada como preferida** a (y_1, y_2).

Observe que o lado esquerdo dessa desigualdade refere-se ao gasto com a cesta que for *realmente escolhida* aos preços (p_1, p_2). A preferência revelada consiste, portanto, numa relação entre a cesta realmente demandada em determinado orçamento e as cestas que *poderiam ter sido* demandadas nesse orçamento.

Na verdade, o termo "preferência revelada" é um pouco enganador, pois em si não tem nada a ver com preferências, embora já tenhamos visto que se o consumidor fizer escolhas ótimas, as duas idéias têm uma relação estreita entre si. Em vez de dizermos que "X é revelada como preferida a Y", seria melhor dizer "X é escolhida em vez de Y". Quando dizemos que X é revelada como preferida a Y, tudo o que afirmamos é que X é escolhida quando Y podia ter sido escolhida; isto é, que $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$.

7.2 Da Preferência Revelada à Preferência

Podemos resumir a seção anterior de maneira bem simples. Decorre de nosso modelo de comportamento do consumidor – de que as pessoas escolhem as melhores coisas que podem adquirir – que as escolhas feitas são preferidas às escolhas que poderiam ter sido feitas. Ou, na terminologia da última seção, se (x_1, x_2) *for diretamente revelada como preferida* a (y_1, y_2), então (x_1, x_2) será, de fato, *preferida* a (y_1, y_2). Afirmemos esse princípio de maneira mais formal:

O Princípio da Preferência Revelada. *Que* (x_1, x_2) *seja a cesta escolhida quando os preços são* (p_1, p_2) *e que* (y_1, y_2) *seja alguma outra cesta de modo que* $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$. *Assim, se o consumidor escolher a cesta mais preferida que puder adquirir, teremos de ter* $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.

A primeira vez que nos deparamos com esse princípio, ele pode parecer circular. Se *X* revelar-se como preferida a *Y*, não significará isso automaticamente que *X* é preferida a *Y*? A resposta é: não. A "preferência revelada" significa apenas que *X* foi escolhida quando *Y* estava disponível; "preferência" significa que o consumidor considera *X* superior a *Y*. Se o consumidor escolhe as melhores cestas que pode adquirir, então, a "preferência revelada" implica "preferência", mas isso é conseqüência do modelo de comportamento e não das definições dos conceitos.

Por isso, seria melhor dizer que uma cesta é "escolhida em detrimento" de outra, como sugerimos anteriormente. Assim, enunciaríamos o princípio da preferência revelada dizendo que: "Se uma cesta *X* for escolhida em detrimento da cesta *Y*, então, *X* deve ser preferida a *Y*." Nesse enunciado, fica claro como o modelo de comportamento nos permite usar escolhas observadas para inferir algo sobre as preferências básicas.

Seja qual for a terminologia usada, o essencial está claro: se observarmos que uma cesta é escolhida quando outra poderia ser adquirida, teremos então aprendido algo sobre as preferências de escolha entre as duas cestas: isto é, que a primeira é preferida à segunda.

Suponhamos agora que saibamos que (y_1, y_2) é uma cesta demandada aos preços (q_1, q_2) e que (y_1, y_2) seja revelada como preferida a alguma outra cesta (z_1, z_2). Ou seja,

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1z_1 + q_2z_2.$$

Sabemos, então, que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ e que $y_1, y_2 \succ z_1, z_2$. Com base no pressuposto da transitividade, podemos concluir que $(x_1, x_2) \succ (z_1, z_2)$.

A Figura 7.2 ilustra esse argumento. A preferência revelada e a transitividade dizem que (x_1, x_2) deve ser melhor que (z_1, z_2) para o consumidor que fez as escolhas ilustradas na figura.

É natural dizer que, nesse caso, (x_1, x_2) é **indiretamente revelada como preferida** a (z_1, z_2). É claro que a "cadeia" de escolhas observadas pode ser mais longa: se a cesta *A* for diretamente revelada como preferida a *B* e *B* a *C* e *C* a *D*... e assim por diante até chegar, digamos, a *M*, então a cesta *A* ainda será indiretamente revelada como preferida a *M*. A cadeia de comparações diretas poderá ter qualquer comprimento.

Se uma cesta for direta ou indiretamente revelada como preferida a outra cesta, diremos que a primeira cesta é **revelada como preferida** à segunda. A idéia de preferência revelada é simples, mas surpreendentemente poderosa. Uma simples olhadela nas escolhas do consumidor pode fornecer muita informação sobre as preferências básicas. Observe, por exemplo,

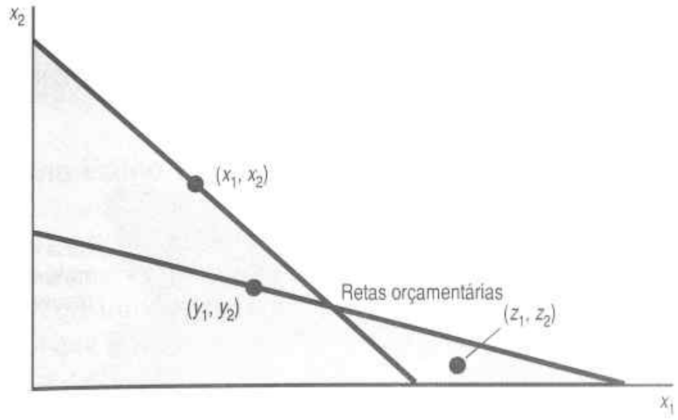

FIGURA 7.2 ***Preferências indiretamente reveladas.*** *A cesta (x_1, x_2) é indiretamente revelada como preferida à cesta (z_1, z_2).*

a Figura 7.2. Nela, temos várias observações de cestas demandadas em diferentes orçamentos. Essas observações permitem-nos concluir que como (x_1, x_2) é revelada como preferida, direta ou indiretamente, a todas as cestas da área sombreada, (x_1, x_2) é de fato *preferida* àquelas cestas pelo consumidor que fez as escolhas. Outra forma de dizer isso é observar que a curva de indiferença que passa por (x_1, x_2), seja qual for, tem de situar-se acima da região sombreada.

7.3 Recuperação de Preferências

Ao observarmos as escolhas feitas pelo consumidor, podemos aprender sobre as suas preferências. À medida que observamos mais e mais escolhas, podemos ter uma estimativa cada vez melhor sobre essas preferências.

Esse tipo de informação sobre preferências pode ser muito importante para a tomada de decisões sobre políticas. A maioria das políticas econômicas implica em trocar alguns tipos de bens por outros: se criarmos um imposto sobre sapatos e subsidiarmos as roupas, provavelmente acabaremos por ter um consumo maior de roupas e menor de sapatos. Para avaliar a desejabilidade de uma política como essa, é importante ter uma noção das preferências do consumidor com respeito a sapatos e roupas. O exame das escolhas do consumidor permite extrair alguma informação sobre isso, mediante o uso da preferência revelada e outras técnicas afins.

Se estivermos dispostos a acrescentar mais pressupostos sobre as preferências do consumidor, poderemos obter estimativas mais precisas sobre a forma das curvas de indiferença. Suponhamos, por exemplo, que observamos duas cestas, *Y* e *Z*, reveladas como preferidas a *X*, como na Figura 7.3, e

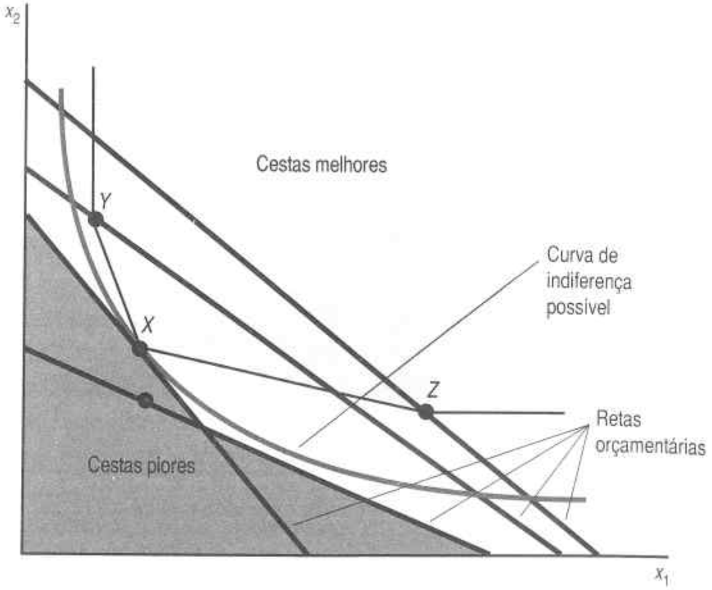

FIGURA 7.3 ***"Estimando"* a curva de indiferença.*** *A área sombreada em cima é formada pelas cestas preferidas a X, e a área sombreada embaixo, pelas cestas reveladas como piores do que X. A curva de indiferença que passa por X tem de situar-se em algum lugar entre as áreas sombreadas.*

que as preferências sejam convexas. Sabemos também que todas as médias ponderadas de Y e Z são preferidas a X. Se supusermos que as preferências são monotônicas, então todas as cestas que tenham mais de ambos os bens do que X, Y e Z – ou quaisquer de suas médias ponderadas – também serão preferidas a X.

Na Figura 7.3, a região rotulada como "Cestas piores", representa todas as cestas para as quais a preferência revelada é igual a X. Isto é, essa região é constituída por todas as cestas que custam menos do que X, bem como todas aquelas que custam menos do que as cestas que custam menos do que X, e assim por diante.

Assim, na Figura 7.3 podemos concluir que todas as cestas da área sombreada superior são melhores do que X e que todas as cestas da área sombreada inferior são piores do que X, de acordo com as preferências do consumidor que fez as escolhas. A curva de indiferença que passa por X tem de situar-se em algum lugar entre os dois conjuntos sombreados. Conseguimos, assim, "estimar" a curva de indiferença de modo bastante preciso pela simples aplicação inteligente da idéia da preferência revelada e de algumas poucas hipóteses sobre as preferências.

* A palavra em inglês *trapping* indica "prática da caça por meio de armadilhas". Por analogia, a caça no texto seria obter estimativas mais precisas sobre a forma das curvas de indiferença, e a armadilha utilizada no caso seria a idéia de preferência revelada. (N.R.T.)

7.4 O Axioma Fraco da Preferência Revelada

Tudo o que foi exposto acima baseia-se nas suposições de que o consumidor *tem* preferências e que escolhe sempre a melhor cesta de bens que pode adquirir. Se o consumidor não agir desse modo, a "estimativa" das curvas de indiferença que acabamos de elaborar não fará sentido. Daí decorre, naturalmente, uma pergunta: como podemos saber se o consumidor segue o modelo de maximização? Ou, de modo inverso: que tipo de observação nos levaria a concluir que o consumidor *não* maximiza?

Observe a situação ilustrada na Figura 7.4. Será que ambas as escolhas ilustradas poderiam ser geradas por um consumidor maximizador? Segundo a lógica da preferência revelada, a Figura 7.4 nos leva a concluir duas coisas: (1) (x_1, x_2) é preferida a (y_1, y_2); e (2) (y_1, y_2) é preferida a (x_1, x_2). Isso é um flagrante absurdo. Na Figura 7.4, o consumidor aparentemente escolheu (x_1, x_2), quando poderia ter escolhido (y_1, y_2), o que indica que (x_1, x_2) foi preferida a (y_1, y_2); mas então ele escolheu (y_1, y_2) quando poderia ter escolhido (x_1, x_2) – o que indica o contrário!

Obviamente, esse consumidor não pode ser maximizador. Ou ele não está escolhendo a melhor cesta que pode adquirir ou não percebemos a ocorrência de mudança em algum outro aspecto do problema da escolha. Talvez os gostos do consumidor ou qualquer outra característica de seu

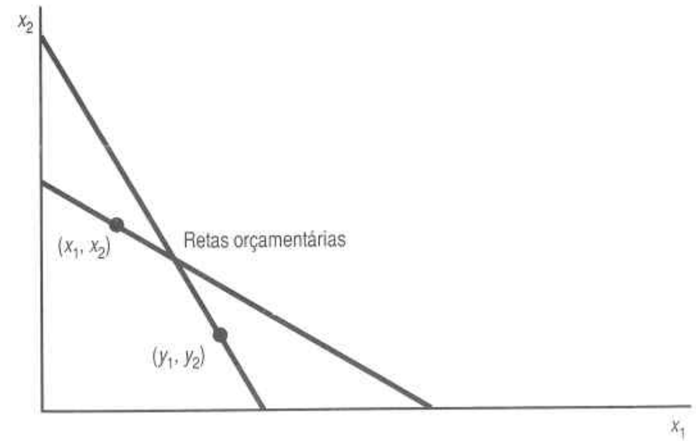

FIGURA 7.4 ***Violação do Axioma Fraco da Preferência Revelada.*** *O consumidor que escolhe tanto (x_1, x_2) quanto (y_1, y_2) viola o Axioma Fraco da Preferência Revelada.*

ambiente econômico tenham mudado. De qualquer forma, uma violação desse tipo não é coerente com o modelo da escolha do consumidor num ambiente inalterado.

A teoria da escolha do consumidor implica que essas observações não ocorrerão. Se os consumidores escolhem as melhores coisas que podem adquirir, as que puderem ser adquiridas, mas não forem escolhidas, devem ser piores do que as coisas escolhidas. Os economistas formularam esse ponto simples num axioma básico da teoria do consumidor:

Axioma Fraco da Preferência Revelada (AFrPR). *Se* (x_1, x_2) *for diretamente revelada como preferida a* (y_1, y_2) *e se as duas cestas não forem idênticas, então, não pode acontecer que* (y_1, y_2) *seja diretamente revelada como preferida a* (x_1, x_2).

Em outras palavras, se a cesta (x_1, x_2) for comprada aos preços (p_1, p_2), e se uma cesta diferente (y_1, y_2) for comprada aos preços (q_1, q_2), então, se

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2,$$

não podemos ter que

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1x_1 + q_2x_2.$$

Em bom português: se a cesta Y puder ser adquirida quando a cesta X for realmente comprada, então, quando a cesta Y for comprada, a cesta X não estará ao alcance do orçamento do consumidor.

O consumidor da Figura 7.4 *violou* o AFrPR. Logo, sabemos que o comportamento desse consumidor não pode ter sido maximizador.

Não se poderia traçar na Figura 7.4 nenhum conjunto de curvas de indiferença capaz de fazer com que ambas as cestas fossem maximizadoras. Por outro lado, o consumidor da Figura 7.5 satisfaz o AFrPR. Nesse caso, é possível encontrar curvas de indiferença em que o consumidor apresente um comportamento ótimo. A figura ilustra uma escolha possível das curvas de indiferença.

7.5 Verificação do AFrPR

Opcional

É importante compreender que o AFrPR é uma condição que tem de ser satisfeita pelo consumidor que escolha sempre as melhores coisas que possa adquirir. O Axioma Fraco da Preferência Revelada é uma implicação lógica desse modelo e, portanto, pode ser usado para verificar se um determinado consumidor – ou uma entidade econômica que pudéssemos querer modelar como um consumidor – é ou não coerente com nosso modelo econômico.

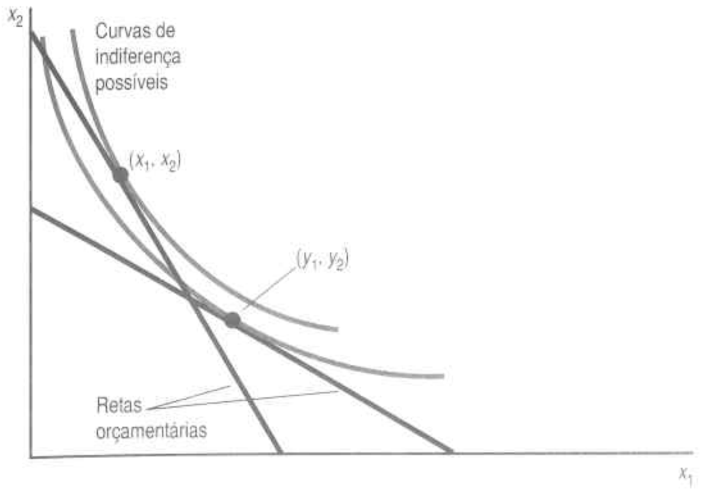

FIGURA 7.5 *Satisfazendo o AFrPR. As escolhas dos consumidores que satisfazem o Axioma Fraco da Preferência Revelada e algumas curvas de indiferença possíveis.*

Vejamos como poderíamos, na prática, testar o AFrPR de maneira sistemática. Suponhamos que observamos diversas escolhas de cestas de bens a diferentes preços. Utilizemos (p_1^t, p_2^t) para representar a t-ésima observação dos preços e (x_1^t, x_2^t) para representar a t-ésima observação das escolhas. Para empregar um exemplo específico, utilizemos os dados da Tabela 7.1.

Observação	p_1	p_2	x_1	x_2
1	1	2	1	2
2	2	1	2	1
3	1	1	2	2

TABELA 7.1 *Alguns dados sobre o consumo*

Com esses dados, podemos calcular quanto custaria para o consumidor adquirir cada cesta de bens a cada diferente conjunto de preços, como fizemos na Tabela 7.2. Por exemplo, a entrada na terceira linha, coluna 1, indica quanto dinheiro o consumidor teria de gastar para adquirir a primeira cesta de bens no terceiro conjunto de preços.

		Cestas		
		1	2	3
	1	5	4*	6
Preços	2	4*	5	6
	3	3*	3*	4

TABELA 7.2 *O custo de cada cesta a cada conjunto de preços*

Os termos na diagonal da Tabela 7.2 medem quanto dinheiro o consumidor está gastando em cada escolha. As entradas em cada linha medem quanto o consumidor teria gastado, caso houvesse comprado uma cesta diferente. Assim, poderemos ver se, digamos, a cesta 3 é revelada como preferida à cesta 1 apenas ao olhar se a entrada na linha 3, coluna 1 (quanto o consumidor teria de gastar para adquirir a primeira cesta no terceiro conjunto de preços), é menor do que a entrada na linha 3, coluna 3 (quanto o consumidor realmente gastou para comprar a terceira cesta no terceiro conjunto de preços). Nesse caso específico, a cesta 1 podia ser adquirida quando a cesta 3 foi comprada, o que significa que a cesta 3 era revelada como preferida à cesta 1. Logo, marcamos um asterisco na linha 3, coluna 1 da tabela.

Do ponto de vista matemático, apenas colocamos um asterisco na entrada da linha s, coluna t, se o número daquela entrada for menor que o número da linha s, coluna s.

Podemos usar essa tabela para procurar violações do AFrPR. Nesse contexto, a violação do AFrPR consiste em duas observações t e s de modo que tanto a linha t e a coluna s quanto a linha s e a coluna t contenham um asterisco. Isso porque, nesse caso, a cesta comprada em s seria revelada como preferida à cesta comprada em t, e vice-versa.

Podemos agora usar um computador (ou um estagiário) para verificar se há pares de observações como esses nas escolhas observadas. Se houver, as escolhas serão incompatíveis com a teoria econômica do consumidor. Ou a teoria estará errada para esse consumidor específico, ou mudou alguma coisa no ambiente econômico que escapou a nosso controle. Assim, o Axioma Fraco da Preferência Revelada permite-nos verificar com facilidade se algumas escolhas observadas são coerentes com a teoria econômica do consumidor.

Na Tabela 7.2, observamos que tanto a linha 1, coluna 2 quanto a linha 2, coluna 1 contêm um asterisco. Isto quer dizer que a observação 2 poderia ter sido escolhida quando o consumidor, na realidade, escolheu a observação 1, e vice-versa. Isso constitui uma violação do Axioma Fraco da Preferência Revelada. Podemos concluir que os dados descritos nas Tabelas 7.1 e 7.2 não podem ter sido gerados por um consumidor com preferências estáveis que escolha sempre o melhor que pode adquirir.

7.6 O Axioma Forte da Preferência Revelada

O Axioma Fraco da Preferência Revelada, descrito na última seção, fornece uma condição observável que tem de ser satisfeita por todos os consumidores otimizadores. Há, porém, uma condição mais forte que às vezes é útil.

Já observamos que se uma cesta de bens X for revelada como preferida à cesta Y e se Y, por sua vez, for revelada como preferida à cesta Z, então X deve ser preferida a Z. Se o consumidor tiver preferências coerentes, nunca poderemos observar uma seqüência de escolhas em que a cesta Z seja diretamente revelada como preferida a X.

O Axioma Fraco da Preferência Revelada requer que se X for *diretamente* revelada como preferida a Y, não deveremos nunca observar Y como *diretamente* revelada como preferida a X. O **Axioma Forte da Preferência Revelada (AFoPR)** exige que o mesmo tipo de condição seja válido para a preferência *indiretamente* revelada. De maneira mais formal, temos o seguinte:

Axioma Forte da Preferência Revelada (AFoPR). *Se* (x_1, x_2) *for revelada como preferida a* (y_1, y_2), *direta ou indiretamente, e* (y_1, y_2) *for diferente de* (x_1, x_2), *então,* (y_1, y_2) *não poderá ser nem direta nem indiretamente revelada como preferida a* (x_1, x_2).

É claro que se o comportamento observado for otimizador, ele deverá satisfazer o AFoPR. Isso porque se o consumidor for otimizador e (x_1, x_2) for direta ou indiretamente revelada como preferida a (y_1, y_2), teremos então de ter que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$. Assim, se (x_1, x_2) fosse revelada como preferida a (y_1, y_2) e (y_1, y_2) fosse revelada como preferida a (x_1, x_2), isso implicaria que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ e que $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$, o que é uma contradição. Poderíamos, então, concluir que ou o consumidor não estaria otimizando ou algum outro aspecto do ambiente do consumidor – seus gostos, outros preços e assim por diante – teria mudado.

Grosso modo, como as preferências básicas do consumidor têm de ser transitivas, segue-se que as preferências *reveladas* do consumidor têm de ser transitivas. O AFoPR é, portanto, uma condição *necessária* para o comportamento otimizador: se o consumidor escolher sempre as melhores coisas que puder adquirir, então seu comportamento observado terá de satisfazer o AFoPR. O mais surpreendente é que qualquer comportamento que satisfaça o Axioma Forte pode ser encarado como sendo gerado pelo comportamento otimizador no seguinte sentido: se as escolhas observadas satisfizerem o AFoPR, encontraremos sempre preferências boas e bem-comportadas que *poderiam haver* gerado as escolhas observadas. Nesse sentido, o AFoPR é uma condição *suficiente* do comportamento otimizador: se as escolhas observadas satisfizerem o AFoPR, então será sempre possível encontrar preferências para as quais o comportamento observado seja otimizador. Embora a prova dessa afirmação esteja, infelizmente, além do escopo deste livro, isso não impede que avaliemos sua importância.

Isso porque o AFoPR proporciona *todas* as restrições ao comportamento impostas pelo modelo do consumidor otimizador. Se as escolhas observadas satisfizerem o AFoPR, poderemos "construir" as preferências que poderiam haver gerado tais escolhas. Logo, o AFoPR é uma condição necessária e suficiente para que as escolhas observadas sejam compatíveis com o modelo econômico da escolha do consumidor.

Isso prova que as preferências construídas realmente geraram as escolhas observadas? É claro que não. Como com qualquer proposição científica, pode-se apenas demonstrar que o comportamento observado não é incoerente com a proposição. Não podemos provar que o modelo econômico esteja correto; só podemos descobrir as implicações desse modelo e verificar se as escolhas observadas são coerentes com essas implicações.

7.7 Como Verificar o AFoPR

Opcional

Suponhamos que temos uma tabela como a Tabela 7.2, que apresente um asterisco na linha t e um na coluna s se a observação t for diretamente revelada como preferida à observação s. Como podemos usar essa tabela para verificar o AFoPR?

A maneira mais fácil é primeiro transformar a tabela. A Tabela 7.3 fornece um exemplo. Essa tabela é exatamente igual à Tabela 7.2; apenas utiliza um conjunto diferente de números. Aqui, os asteriscos indicam a preferência diretamente revelada. O asterisco entre parênteses será explicado adiante.

		Cestas		
		1	2	3
Preços	1	20	10*	22(*)
	2	21	20	15*
	3	12	15	10

TABELA 7.3 *Como verificar o AFoPR*

Agora observamos de maneira sistemática as entradas da tabela e vemos se há *cadeias* de observações que façam com que alguma cesta seja indiretamente revelada como preferida àquela outra. Por exemplo, a cesta 1 é diretamente revelada como preferida à 2 uma vez que há um asterisco na linha 1, coluna 2. E a cesta 2 é diretamente revelada como preferida à cesta 3 porque há um asterisco na linha 2, coluna 3. Portanto, a cesta 1 é *indiretamente* revelada como preferida à cesta 3, o que é indicado pela colocação de um asterisco (entre parênteses) na linha 1, coluna 3.

Em geral, se tivermos muitas observações, teremos de procurar cadeias de extensão arbitrárias para ver se uma observação é indiretamente revelada como preferida à outra. Embora o modo de fazer isso possa não ser muito óbvio, há programas simples de computador que calculam a relação de preferência indiretamente revelada com base na tabela que descreve a relação de preferência diretamente revelada. O computador coloca um asterisco na entrada st da tabela caso a observação s seja revelada como preferida à observação t por quaisquer cadeias de outras observações.

Uma vez feitos esses cálculos, poderemos testar o AFoPR com facilidade. Basta observar se há uma situação em que haja um asterisco na linha t, coluna s e, também, um asterisco na linha s, coluna t. Se isso ocorrer, teremos encontrado uma situação em que a observação t é revelada como preferida à observação s, direta ou indiretamente, e, ao mesmo tempo, a observação s é revelada como preferida à observação t. Isso constitui uma violação do Axioma Forte da Preferência Revelada.

Por outro lado, se não encontrarmos essas violações, saberemos que nossas observações são consistentes com a teoria econômica do consumidor. Essas observações poderiam ter sido feitas por um consumidor otimizador com preferências bem-comportadas. Temos, portanto, um teste completamente operacional para verificar se a ação de um consumidor específico é ou não consistente com a teoria econômica.

Isso é importante porque nos permite modelar vários tipos de unidades econômicas como se estivessem se comportando como consumidores. Imagine, por exemplo, uma família composta por várias pessoas. Será que as escolhas de consumo dessa família maximizam "a utilidade familiar"? Se dispusermos de alguns dados sobre as escolhas de consumo familiares, poderemos utilizar o Axioma Forte da Preferência Revelada para verificar isso. Outra unidade econômica em que poderíamos pensar como se agisse como um consumidor é uma organização não-lucrativa, como um hospital ou uma universidade. As universidades maximizam uma função de utilidade ao efetuar suas escolhas econômicas? Se tivermos uma lista das escolhas econômicas que uma universidade faz ao defrontar-se com diferentes preços, poderemos, em princípio, responder esse tipo de pergunta.

7.8 Números-índices

Suponhamos que estejamos examinando as cestas de consumo de um consumidor relativas a dois períodos diferentes e que desejamos comparar a variação do consumo entre um período e outro. Seja b o período-base, e t algum outro período. Como o consumo "médio" do ano t se apresenta em relação ao consumo do período-base?

Suponhamos que no período t os preços sejam (p_1^t, p_2^t) e que o consumidor escolha (x_1^t, x_2^t). No período-base b, os preços são (p_1^b, p_2^b), e a escolha do consumidor é (x_1^b, x_2^b). Queremos saber qual a variação do consumo "médio" do consumidor.

Se utilizarmos w_1 e w_2 como "pesos" para calcular uma "média", poderemos observar o seguinte tipo de índice de quantidade:

$$I_q = \frac{w_1 x_1^t + w_2 x_2^t}{w_1 x_1^b + w_2 x_2^b}$$

Se I_q for maior que 1, poderemos dizer que o consumo "médio" aumentou no movimento entre os períodos b e t; se I_q for menor que 1, poderemos dizer que o consumo "médio" diminuiu.

O problema é: que pesos utilizar? A escolha natural consistirá em usar os preços dos bens considerados, uma vez que eles medem, em certo sentido, a importância relativa dos dois bens. Mas aqui há dois conjuntos de preços: qual deles usar?

Se usarmos como pesos os preços do período-base, teremos o chamado índice de **Laspeyres**, e se empregarmos os preços do período t, teremos o chamado índice de **Paasche**. Ambos os índices respondem à pergunta sobre o que aconteceu com o consumo "médio"; eles apenas usam pesos diferentes no processo de cálculo da média.

Se substituirmos os preços do período t pelos pesos, veremos que o **índice de quantidade de Paasche** é dado por

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b},$$

e se substituirmos os preços do período b, veremos que o **índice de quantidade de Laspeyres** é dado por

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

A grandeza dos índices Laspeyres e Paasche pode dizer algumas coisas interessantes sobre o bem-estar do consumidor. Suponhamos que tenhamos uma situação em que o índice de quantidade de Paasche seja maior do que 1:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1.$$

O que se pode concluir quanto ao bem-estar do consumidor no período t, com respeito à sua situação no período b?

A resposta é dada pela preferência revelada. Basta fazer a multiplicação cruzada dessa desigualdade para chegar a

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b,$$

o que logo mostra que o consumidor tem de estar melhor no período t do que no período b, uma vez que ele poderia haver consumido a cesta de consumo b na situação t, mas preferiu não fazê-lo.

E se o índice de Paasche for menor do que 1? Teríamos então

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t < p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b,$$

o que diz que, quando o consumidor escolheu a cesta (x_1^t, x_2^t), a cesta (x_1^b, x_2^b) não podia ser comprada com o orçamento disponível. Contudo, isso não diz nada sobre como o consumidor classifica essas cestas. Só porque alguma coisa custa mais caro do que se pode pagar, isso não quer dizer que se vá preferi-la ao que se consome hoje.

E o índice de Laspeyres? Ele funciona de maneira semelhante. Suponhamos que o índice de Laspeyres seja menor que 1:

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1.$$

A multiplicação cruzada resulta em

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t,$$

o que diz que (x_1^b, x_2^b) é revelada como preferida a (x_1^t, x_2^t). Assim, o consumidor estará melhor no período b do que no período t.

7.9 Índices de Preços

Os índices de preços funcionam de modo bem semelhante. Em geral, um índice de preços será uma média ponderada dos preços:

$$I_p = \frac{p_1^t w_1 + p_2^t w_2}{p_1^b w_1 + p_2^b w_2}.$$

Nesse caso, é natural escolher as quantidades como pesos para calcular as médias. Dependendo da escolha que fizermos dos pesos, obteremos dois índices diferentes. Se escolhermos como pesos as quantidades do período t, obteremos o **índice de preços de Paasche**:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t},$$

e se escolhermos as quantidades do período-base, obteremos o **índice de preços de Laspeyres**:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Suponhamos que o índice de preços de Paasche seja menor do que 1; o que a preferência revelada tem a dizer sobre a situação do consumidor, em termos de bem-estar, nos períodos t e b?

Nada. O problema é que agora aparecem diferentes preços no numerador e no denominador das razões que definem os índices, de modo que a comparação da preferência revelada não pode ser feita.

Definamos um novo índice da variação do gasto total por

$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Essa é a razão entre o gasto total no período t e o gasto total no período b.

Suponhamos agora que lhe digam que o índice de preços de Paasche é maior do que M. Isso significa que

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} > \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Ao cancelarmos os numeradores de ambos os lados dessa expressão e realizarmos a multiplicação cruzada, teremos

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t.$$

Essa proposição diz que a cesta escolhida no ano b é revelada como preferida à cesta escolhida no ano t. Essa análise implica que, se o índice de preços de Paasche for maior do que o índice de gasto, o consumidor terá de estar melhor no ano b que no ano t.

Isso é um tanto intuitivo. Afinal, se os preços aumentam mais do que a renda ao passarem do período b para o período t, é de esperar que isso tenderá a piorar a situação do consumidor. A análise da preferência revelada feita acima confirma essa intuição.

Podemos fazer um enunciado semelhante para o índice de preços de Laspeyres. Se ele for menor do que M, o consumidor terá de estar melhor no ano t do que no ano b. Mais uma vez, isso vem apenas confirmar a intuição de que se os preços aumentarem menos do que a renda, o consumidor ficará melhor. No caso dos índices de preços, o que interessa não é se o índice é maior ou menor do que 1, mas sim se é maior ou menor do que o índice de gastos.

EXEMPLO: A Indexação dos Pagamentos da Previdência Social

Muitas pessoas idosas têm nos pagamentos da Previdência Social sua única fonte de renda. Por causa disso já se fizeram diversas tentativas para ajustar os pagamentos da Previdência Social para manter constante o poder aquisitivo, mesmo com a mudança dos preços. Como o valor dos pagamentos depende da movimentação de algum índice, seja de preços ou do custo de vida, esse tipo de esquema é chamado **indexação**.

Eis uma proposta de indexação: num determinado ano-base b, os economistas medem a cesta média de consumo da população idosa. A cada ano subseqüente, o sistema de Previdência Social reajusta os pagamentos para manter constante o "poder de compra" do beneficiário médio no sentido de que essa pessoa tem apenas condição de adquirir a cesta de consumo disponível no ano b, conforme descrito na Figura 7.6.

Um resultado curioso desse esquema de indexação é que o idoso médio estará quase sempre melhor do que estava no ano-base b. Suponhamos que o ano b seja escolhido como o ano-base do índice de preços. Então, a cesta (x_1^b, x_2^b) será a cesta ótima aos preços (p_1^b, p_2^b). Isso significa que aos preços (p_1^b, p_2^b) a reta orçamentária tem de tangenciar a curva de indiferença que passa por (x_1^b, x_2^b).

Suponhamos agora que os preços variem. Para sermos mais específicos, suponhamos que os preços aumentem de modo que a reta orçamentária, na ausência de Previdência Social, se desloque para dentro e se incline. O movimento para dentro é causado pelo aumento dos preços; a inclinação deve-se à variação dos preços relativos. O programa de indexação aumentaria o pagamento da Previdência Social para fazer com que a cesta original (x_1^b, x_2^b) pudesse ser comprada aos novos preços. Isso significa, porém, que a reta orçamentária cortaria a curva de indiferença e que haveria alguma outra cesta sobre a reta orçamentária que seria estritamente preferida a (x_1^b, x_2^b). Assim, o consumidor em geral teria a possibilidade de escolher uma cesta melhor do que a escolhida no ano-base.

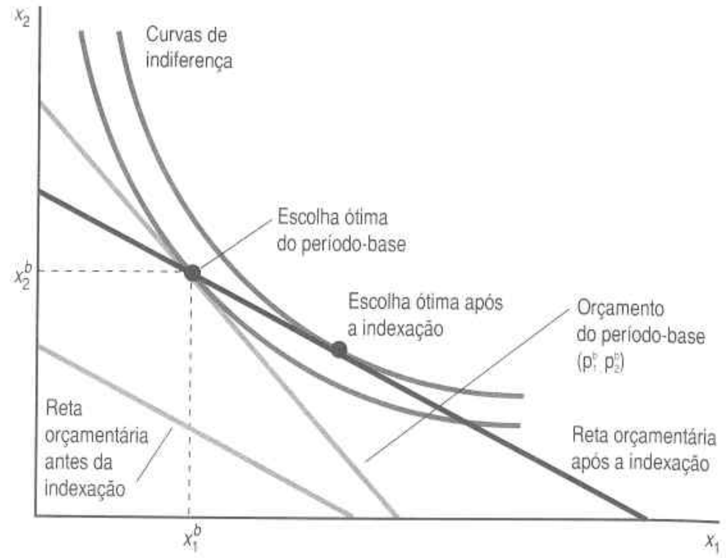

FIGURA 7.6 ***Previdência social.*** *As variações dos preços em geral deixarão o consumidor numa situação melhor do que a do ano-base.*

Resumo

1. Se uma cesta for escolhida quando outra poderia ter sido escolhida, diz-se que a primeira é revelada como preferida à segunda.

2. Se o consumidor escolhe sempre as cestas preferidas que pode adquirir, isso significa que as cestas escolhidas têm de ser preferidas às que eram acessíveis mas não foram escolhidas.

3. A observação das escolhas dos consumidores pode nos permitir "recuperar" ou estimar as preferências que se escondem por trás dessas escolhas. Quanto mais escolhas observarmos, com maior exatidão poderemos estimar as preferências básicas que geraram tais escolhas.

4. O Axioma Fraco da Preferência Revelada (AFrPR) e o Axioma Forte da Preferência Revelada (AFoPR) são condições necessárias que as escolhas do consumidor têm de obedecer para serem coerentes com o modelo econômico da escolha ótima.

Questões de Revisão

1. Quando os preços são $(p_1, p_2) = (1, 2)$, o consumidor demanda $(x_1, x_2) = (1, 2)$ e quando os preços são $(q_1, q_2) = (2, 1)$, o consumidor demanda $(y_1, y_2) = (2, 1)$. Esse comportamento é consistente com o modelo de comportamento maximizador?

2. Quando os preços são $(p_1, p_2) = (2, 1)$, o consumidor demanda $(x_1, x_2) = (1, 2)$ e quando os preços são $(q_1, q_2) = (1, 2)$, o consumidor demanda $(y_1, y_2) = (2, 1)$. Esse comportamento é coerente com o modelo de comportamento maximizador?

3. No exercício anterior, qual cesta é preferida pelo consumidor, a cesta X ou a cesta Y?

4. Vimos que o ajustamento da Previdência Social para as variações de preços tipicamente fariam com que os beneficiários ficassem pelo menos tão bem quanto estavam no ano-base. Que tipo de variações de preços deixaria os beneficiários exatamente na mesma situação, independentemente de suas preferências?

5. No mesmo contexto da questão anterior, que tipo de preferências deixaria o consumidor exatamente como no ano-base, para *todas* as variações de preços?

A EQUAÇÃO DE SLUTSKY

Os economistas preocupam-se com freqüência em saber como o comportamento do consumidor se altera em resposta às variações no ambiente econômico. Neste capítulo, examinaremos como a escolha de um bem pelo consumidor responde às variações de preço. É natural pensar que quando o preço de um bem aumenta, a demanda por ele diminui. No entanto, como vimos no Capítulo 6, e possível elaborar exemplos nos quais a demanda ótima por um bem *diminui* quando o preço cai. O bem que apresenta essa propriedade é chamado de **bem de Giffen**.

De características bem peculiares, os bens de Giffen constituem, sobretudo, uma curiosidade teórica, mas há situações em que as variações nos preços podem ter efeitos "perversos" que, pensando bem, não parecem ser assim tão absurdos. Por exemplo, costuma-se pensar que, se as pessoas receberem um salário maior, trabalharão mais. Mas e se o seu salário aumentasse de US$10 por hora para US$1.000 por hora? Você realmente trabalharia mais? Ou será que resolveria trabalhar menos horas e usar parte do dinheiro ganho para fazer outras coisas? E se o salário fosse de US$1.000.000 por hora? Você não trabalharia menos?

Como um outro exemplo, imagine o que aconteceria com a sua demanda de maçãs quando o preço aumentasse. Você provavelmente consumiria menos maçãs. No entanto, o que aconteceria com uma família que produzisse maçãs para vender? Se o preço subisse, a renda dessa família poderia aumentar tanto que ela agora poderia pensar em consumir mais de suas próprias maçãs. Para os consumidores dessa família, a subida do preço poderia provocar o aumento do consumo de maçãs.

O que ocorre aqui? De que maneira as mudanças nos preços podem ter esses efeitos ambíguos na demanda? Neste capítulo e no próximo, tentaremos classificar esses efeitos.

8.1 O Efeito Substituição

Quando o preço de um bem varia, há dois tipos de efeitos: a taxa à qual podemos trocar um bem por outro varia, e o poder aquisitivo total da renda é alterado. Se, por exemplo, o bem 1 ficar mais barato, isso significa que temos de dar menos do bem 2 para comprar o bem 1. A variação no preço do bem 1 alterou a taxa à qual o mercado permite que se "substitua" o bem 2 pelo bem 1. Ou seja, mudaram as condições de troca de um bem por outro que o mercado oferece ao consumidor.

Ao mesmo tempo, se o bem 1 ficar mais barato, isso significa que nossa renda monetária comprará mais do bem 1. O poder aquisitivo de nosso dinheiro aumentou; embora a quantidade de dinheiro que temos continue a mesma, cresceu a quantidade de bens que esse dinheiro pode comprar.

O primeiro efeito – a variação na demanda devido à variação da taxa à qual os dois bens são trocados – é chamado **efeito substituição**. Já o segundo – a variação na demanda pelo aumento do poder aquisitivo – denomina-se **efeito renda**. Essas são apenas definições vagas dos dois efeitos. Para chegarmos a definições mais precisas, é preciso examiná-los com maior detalhe.

Faremos isso mediante a divisão do movimento do preço em duas etapas: primeiro deixaremos que os preços *relativos* variem e ajustaremos a renda monetária para manter constante o poder aquisitivo; depois deixaremos que o poder aquisitivo se ajuste enquanto mantemos constantes os preços relativos.

Isso é mais bem explicado na Figura 8.1. Nela, temos uma situação em que o preço do bem 1 diminuiu. Isso significa que a reta orçamentária gira ao redor do intercepto vertical m/p_2 e se torna mais plana. Podemos dividir esse movimento da reta orçamentária em duas etapas: primeiro *girar* a reta orçamentária tendo como centro a cesta *original* e depois *deslocar* a reta resultante na direção da *nova* cesta demandada.

Essa operação de "giro e deslocamento" proporciona uma forma conveniente de decompor a variação na demanda em duas etapas. A primeira etapa – o giro – é um movimento no qual a inclinação da reta orçamentária varia enquanto o poder aquisitivo permanece constante; a segunda etapa é um movimento no qual a inclinação permanece constante enquanto o poder aquisitivo varia. Essa decomposição é apenas uma construção hipotética – o consumidor simplesmente observa uma variação do preço e, em resposta, escolhe uma nova cesta de bens. Mas ao analisar a variação da escolha do consumidor, é útil imaginar que a reta orçamentária varia em duas etapas – primeiro, o giro; depois, o deslocamento.

Qual o sentido econômico das retas orçamentárias giradas e deslocadas? Examinemos primeiro a reta girada. Temos aqui uma reta orçamentária com a mesma inclinação e, portanto, os mesmos preços relativos da reta orçamentária final. No entanto, a renda monetária associada a essa reta orçamentária é diferente, uma vez que o intercepto vertical é diferente. Como

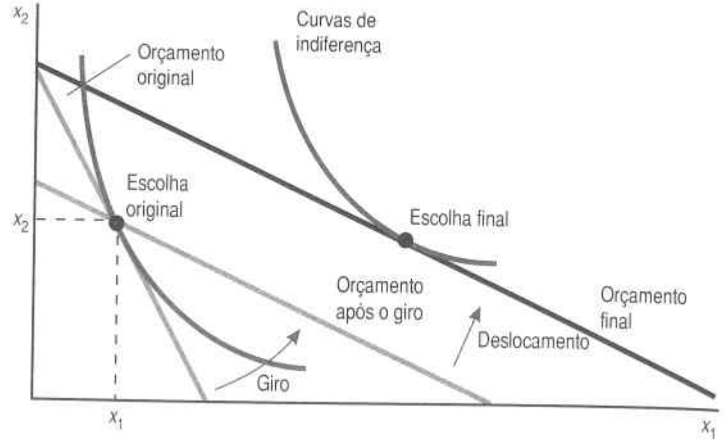

FIGURA 8.1 ***Giro e deslocamento.*** *Quando o preço do bem 1 varia e a renda permanece fixa, a reta orçamentária gira em torno do eixo vertical. Esse ajuste ocorre em duas etapas: primeiro, a reta orçamentária gira em torno da escolha original e depois se desloca para fora em direção à nova cesta demandada.*

a cesta de consumo original, (x_1, x_2) está sobre a reta orçamentária girada, essa cesta pode ser exatamente adquirida. O poder de compra do consumidor permaneceu constante no sentido de que a cesta de bens original pode ser exatamente adquirida à nova reta girada.

Calculemos em quanto teremos de ajustar a renda monetária para permitir que a antiga cesta possa ser adquirida. Seja m' a quantidade de renda monetária exatamente suficiente para comprar a cesta de consumo original; essa será a quantidade de renda monetária associada à reta orçamentária girada. Como $(x_1, x_2,)$ pode ser adquirida tanto a (p_1, p_2, m) quanto a (p'_1, p_2, m'), teremos

$$m' = p'_1x_1 + p_2$$

$$m = p_1x_1 + p_2x_2.$$

Ao subtrairmos a segunda equação da primeira, teremos

$$m' - m = x_1[p'_1 - p_1].$$

Essa equação diz que a variação na renda monetária necessária para que a cesta original possa ser comprada aos novos preços é exatamente igual à quantidade original de consumo do bem 1 multiplicada pela variação no preço desse bem.

Se representarmos por $\Delta p_1 = p'_1 - p_1$ a variação no preço do bem 1, e por $\Delta m = m' - m$ a variação na renda necessária para que a cesta original possa ser adquirida, teremos

$$\Delta m = x_1\Delta p_1. \tag{8.1}$$

Observe que as variações da renda e do preço terão sempre a mesma direção: se o preço subir, teremos de aumentar a renda para que a mesma cesta continue acessível.

Utilizemos alguns números concretos. Suponhamos que o consumidor originalmente consuma 20 doces ao preço unitário de US\$0,50. Se o preço do doce aumentar US\$0,10 a unidade – de modo que $\Delta p_1 = 0{,}60 - 0{,}50 = 0{,}10$ – quanto a renda terá de variar para permitir que a cesta anterior ainda possa ser comprada?

Podemos aplicar a fórmula dada anteriormente. Se a renda do consumidor fosse de mais US\$2, ele poderia consumir exatamente a mesma quantidade de doces; ou seja, 20. Em termos da fórmula:

$$\Delta m = \Delta p_1 \times x_1 = 0{,}10 \times 20 = \text{US\$}2.$$

Temos agora uma fórmula para a reta orçamentária girada: é apenas a reta orçamentária ao novo preço, com a renda aumentada em Δm. Observe que, se o preço do bem 1 diminuir, o ajuste da renda será negativo. Quando um preço diminui, o poder aquisitivo aumenta, de modo que teremos de reduzir a renda do consumidor para manter constante seu poder aquisitivo. Da mesma forma, quando um preço aumenta, o poder de compra diminui, de maneira que a variação de renda necessária para manter constante o poder aquisitivo terá de ser positiva.

Embora (x_1, x_2) ainda esteja acessível, ela em geral não é a compra ótima com a reta orçamentária girada. Na Figura 8.2, designamos por um Y a compra ótima com a reta girada. Essa cesta é a cesta de bens ótima quando variamos o preço e ajustamos a renda monetária para manter acessível a cesta antiga. O movimento de X para Y é chamado **efeito substituição**. Ele indica como o consumidor "substitui" um bem por outro quando o preço varia, mas o poder aquisitivo permanece constante.

Mais precisamente, o efeito substituição, Δx_1^s, é a variação na demanda do bem 1 quando o preço do bem muda para p'_1 e, ao mesmo tempo, a renda monetária muda para m':

$$\Delta x_1^s = x_1(p'_1, m') - x_1(p_1, m).$$

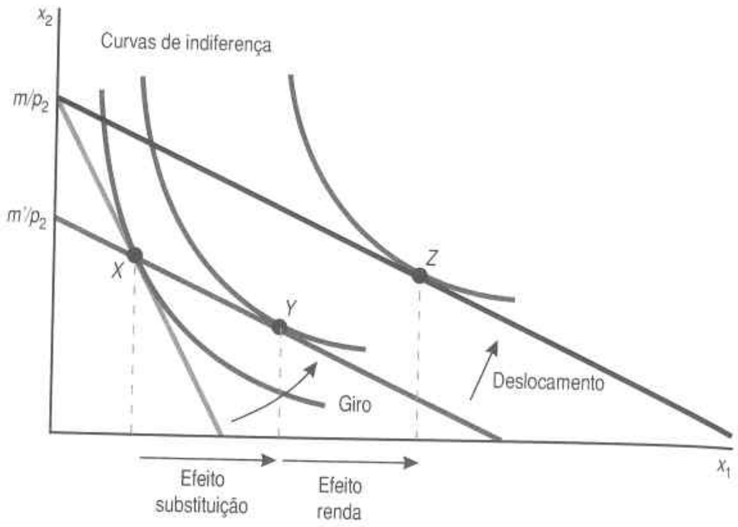

FIGURA 8.2 ***Efeito substituição e efeito renda.*** *O giro proporciona o efeito substituição e o deslocamento, o efeito renda.*

Para conhecer o efeito substituição, temos de usar a função de demanda do consumidor para calcular as escolhas ótimas em (p'_1, m') e (p_1, m). A variação na demanda do bem 1 pode ser pequena ou grande, dependendo da forma das curvas de indiferença do consumidor. Mas, uma vez dada a função de demanda, é preciso apenas inserir os números para calcular o efeito substituição. (É claro que a demanda do bem 1 pode depender também do preço do bem 2, mas o preço do bem 2 permanece constante nesse exercício; deixamo-lo fora da função de demanda para não complicar a notação.)

O efeito substituição é às vezes chamado de variação na **demanda compensada**. A idéia é de que o consumidor é compensado pelo aumento de preço ao receber dinheiro suficiente para comprar sua antiga cesta. Naturalmente, se o preço diminuir, ele será "compensado" pela subtração de parte de seu dinheiro. Empregaremos, em geral, o termo "substituição" para manter a coerência, mas a terminologia "compensação" é amplamente usada.

EXEMPLO: Cálculo do Efeito Substituição

Suponhamos que o consumidor tenha uma função de demanda de leite com a forma

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

Sua renda original é de US\$120 por semana, e o preço do leite é de US\$3 por litro. Assim, sua demanda de leite será de 10 + 120/(10 x 3) = 14 litros por semana.

Suponhamos agora que o preço do leite caia para US\$2 por litro. A esse novo preço, a demanda desse consumidor de leite será de 10 + 120/(10 x 2) = 16 litros de leite por semana. A variação *total* da demanda será de + 2 litros por semana.

Para calcular o efeito substituição, temos de calcular primeiro quanto a renda terá de variar para permitir que o consumo atual de leite, ao preço de US\$2 por litro, se iguale ao consumo original. Ao aplicarmos a fórmula (8.1), teremos:

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 14 \times (2 - 3) = -\text{ US\$}14.$$

Assim, o nível de renda necessário para manter constante o poder aquisitivo é $m' = m + \Delta m = 120 - 14 = 106$. Qual a demanda de leite desse consumidor ao novo preço, US\$2 por litro, e a esse nível de renda? Basta inserir os números na função de demanda para encontrar

$$x_1(p'_1, m') = x_1(2, 106) = 10 + \frac{106}{10 \times 2} = 15{,}3.$$

Dessa forma, o efeito substituição será

$$\Delta x_1^s = x_1(2, 106) - x_1(3, 120) = 15{,}3 - 14 = 1{,}3.$$

8.2 O Efeito Renda

Analisemos agora a segunda etapa do ajuste de preço – o deslocamento. Esse é também muito fácil de interpretar do ponto de vista econômico. Sabemos que o deslocamento paralelo da reta orçamentária é o movimento que ocorre quando a renda varia enquanto os preços relativos permanecem constantes. Portanto, a segunda etapa do ajuste de preço é chamada **efeito renda**. Apenas variamos a renda do consumidor de m' para m enquanto deixamos os preços fixos em (p'_1, p_2). Na Figura 8.2, essa variação nos conduz do ponto (y_1, y_2) para (z_1, z_2). É natural chamar esse último movimento de efeito renda, uma vez que tudo o que se faz é variar a renda enquanto se mantêm os preços fixos em seus novos valores.

Mais precisamente, o efeito renda, Δx_1^n, é a variação da demanda do bem 1 quando variamos a renda de m' para m e mantemos o preço do bem 1 constante no valor p'_1:

$$\Delta x_1^n = x_1(p'_1, m) - x_1(p'_1, m').$$

Já examinamos o efeito renda na seção 6.1. Nela, vimos que o efeito renda pode operar em ambos os sentidos: ele tende a aumentar ou diminuir a demanda do bem 1, dependendo de se o bem que tivermos seja normal ou inferior.

Quando o preço de um bem diminui, precisamos diminuir a renda para manter constante o poder aquisitivo. Se o bem for normal, essa diminuição de renda provocará um decréscimo na demanda. Se o bem for inferior, a diminuição da renda provocará um acréscimo na demanda.

EXEMPLO: Cálculo do Efeito Renda

No exemplo dado anteriormente neste capítulo, vimos que:

$$x_1(p'_1, m) = - x_1\ (2, 120) = 16$$

$$x_1(p'_1, m') = x_1(2, 106) = 15{,}3.$$

O efeito renda para esse problema será, pois,

$$\Delta x_1^n = x_1\ (2, 120) - x_1(2, 106) = 16 - 15{,}3 = 0{,}7.$$

Como o leite é um bem normal para esse consumidor, a demanda de leite aumenta quando a renda aumenta.

8.3 Sinal do Efeito Substituição

Vimos acima que o efeito renda pode ser positivo ou negativo, dependendo de se o bem for normal ou inferior. E o efeito substituição? Se o preço de um bem diminuir, como na Figura 8.2, a variação da demanda desse bem devido ao efeito substituição *tem* de ser não-negativa. Ou seja, se $p_1 > p'_1$, *temos* de ter $x_1(p'_1, m') \geq x_1(p_1, m)$, de modo que $\Delta x_1^s \geq 0$.

A prova dessa afirmação é a seguinte: na Figura 8.2, observe os pontos sobre a reta orçamentária girada, nos quais a quantidade consumida do bem 1 é menor do que na cesta X. Essas cestas podiam todas ter sido adquiridas aos preços antigos (p_1, p_2), mas não o foram. No lugar delas, comprou-se a cesta X. Se o consumidor sempre escolhe a melhor cesta que seu orçamento permite comprar, X deve ser preferida a todas as cestas na parte da reta girada que está dentro do conjunto orçamentário original.

Isso significa que a escolha ótima sobre a reta orçamentária girada não pode ser uma das cestas que estão abaixo da reta orçamentária original. A escolha ótima sobre a reta orçamentária girada deverá ser X ou algum outro ponto à direita de X. Mas isso significa que a nova escolha ótima deve implicar um consumo do bem 1 pelo menos idêntico ao original, justamente como queríamos mostrar. No caso ilustrado na Figura 8.2, a escolha ótima sobre a reta orçamentária girada é a cesta Y, que certamente implica um consumo do bem 1 maior do que no ponto original de consumo, X.

O efeito substituição sempre se move em sentido contrário ao do movimento de preços. Dizemos que o *efeito substituição é negativo* porque a variação na demanda devida ao efeito substituição é oposta à variação no preço: se este aumentar, diminui a demanda do bem devido ao efeito substituição.

8.4 A Variação Total na Demanda

A variação total na demanda, Δx_1, é a variação na demanda devida à variação no preço, mantida fixa a renda:

$$\Delta x_1 = x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m).$$

Vimos acima como essa variação pode ser dividida em duas: o efeito substituição e o efeito renda. Em termos da simbologia definida acima, teremos

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$$

$$x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m) = [x_1(p'_1, m') - x_1(p_1, m)]$$
$$+ [x_1(p'_1, m) - x_1(p'_1, m')].$$

Em palavras, essa equação diz que a variação total na demanda é igual ao efeito substituição mais o efeito renda. Essa equação é chamada **identidade de Slutsky**.[1] Observe que ela é uma identidade: é verdadeira para todos os valores de p_1, p'_1, m e m'. O primeiro e o quarto termos do lado direito eliminam-se, de modo que esse lado é *idêntico* ao lado esquerdo.

[1] Assim chamada em homenagem a Eugen Slutsky (1880-1948), economista russo que investigou a teoria da demanda.

A essência da identidade de Slutsky não reside apenas na identidade algébrica, que é uma trivialidade matemática. A essência resulta da interpretação dos dois termos do lado direito: o efeito substituição e o efeito renda. Sobretudo, podemos usar o que sabemos sobre os sinais dos efeitos renda e substituição para conhecer o sinal do efeito total.

Embora o efeito substituição tenha sempre de ser negativo – o oposto da variação do preço –, o efeito renda pode ter qualquer sinal. Assim, o efeito total poderia ser negativo ou positivo. No entanto, se tivermos um bem normal, o efeito substituição e o efeito renda seguem na mesma direção. Se o preço aumentar, a demanda cairá em conseqüência do efeito substituição. O aumento do preço equivale à diminuição da renda, que, no caso de um bem normal, provoca a diminuição da demanda. Ambos os efeitos reforçam-se mutuamente. Em termos da nossa notação, a variação na demanda em virtude de um aumento de preço de um bem normal significa que

$$\underset{(-)}{\Delta x_1} = \underset{(-)}{\Delta x_1^s} + \underset{(-)}{\Delta x_1^n}.$$

(O sinal de menos abaixo dos termos indica que cada termo nessa expressão é negativo.)

Observe atentamente o sinal do efeito renda. Como estamos examinando uma situação de aumento de preço, isso implica uma diminuição do poder de compra – para um bem normal, isso implicará uma diminuição da demanda.

Por outro lado, se tivermos um bem inferior, pode acontecer que o efeito renda seja maior do que o efeito substituição, de modo que a variação total na demanda associada a um aumento de preço seja, na verdade, positiva. Esse seria um caso em que

$$\underset{(?)}{\Delta x_1} = \underset{(-)}{\Delta x_1^s} + \underset{(+)}{\Delta x_1^n}.$$

Se o segundo termo do lado direito – o efeito renda – for suficientemente grande, a variação total da demanda poderia ser positiva. Isso significaria que o aumento do preço resultaria no aumento da demanda. É o caso perverso Giffen que descrevemos anteriormente: o aumento do preço reduziu tanto o poder de compra do consumidor que o fez aumentar o consumo do bem inferior.

A identidade de Slutsky mostra, porém, que esse tipo de efeito perverso só pode ocorrer com bens inferiores: com o bem normal, os efeitos renda e substituição reforçam-se mutuamente, de modo que a variação total da demanda ocorre sempre na direção "correta".

Portanto, o bem de Giffen tem de ser um bem inferior. Mas um bem inferior não é, necessariamente, um bem de Giffen: o efeito renda não somente tem de ter o sinal "errado", como ainda tem de ser grande o suficiente para superar o sinal "correto" do efeito substituição. É por isso que os bens de Giffen são tão raros na vida real: eles não teriam só de ser bens inferiores, mas *muito* inferiores.

A Figura 8.3 ilustra isso de modo gráfico. Nela, mostramos a operação de giro-deslocamento usual para encontrar o efeito substituição e o efeito renda. Em ambos os casos, o bem 1 é um bem inferior e o efeito renda é, portanto, negativo. Na Figura 8.3A, o efeito renda – por ser grande o suficiente para superar o efeito substituição – produz um bem de Giffen. Já na Figura 8.3B, o efeito renda é menor, e, portanto, o bem 1 responde da maneira habitual às variações de seu preço.

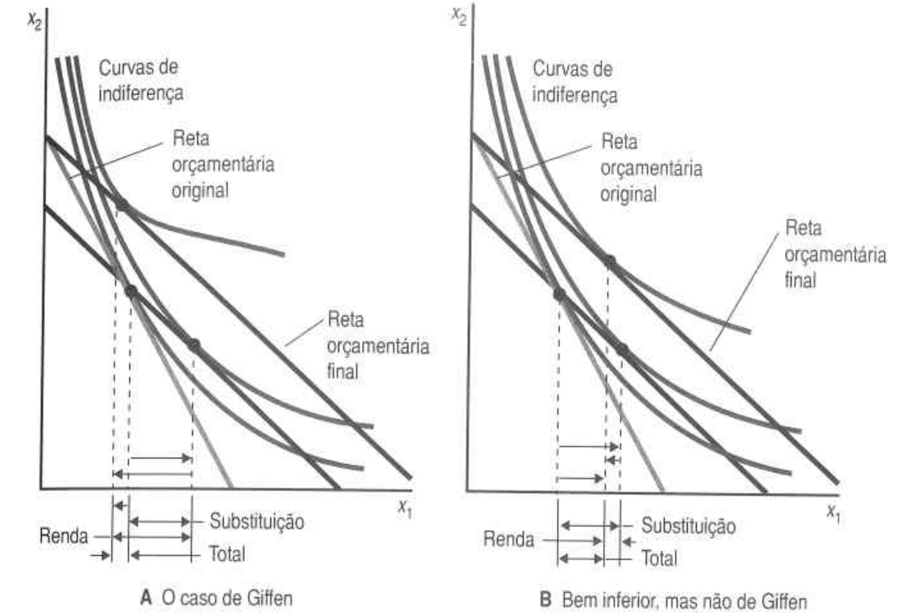

FIGURA 8.3 ***Bens inferiores.*** *O painel (A) mostra um bem que é inferior o suficiente para causar o caso de Giffen. Já o painel (B) descreve um bem que, embora seja inferior, não tem um efeito suficientemente forte para criar um bem de Giffen.*

8.5 Taxas de Variação

Já vimos que os efeitos renda e substituição podem ser descritos de modo gráfico como uma combinação de giros e deslocamentos ou, algebricamente, pela identidade de Slutsky

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n,$$

que apenas diz que a variação total na demanda é o efeito substituição mais o efeito renda. A identidade de Slutsky é enunciada aqui em termos de variações absolutas, mas é mais comum expressá-la em termos de *taxas* de variação.

Quando expressamos a identidade de Slutsky em termos de taxas de variação, convém definir Δx_1^m como a *negativa* do efeito renda:

$$\Delta x_1^m = x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m) = -\Delta x_1^n.$$

Dada essa definição, a identidade de Slutsky torna-se

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s - \Delta x_1^m.$$

Se dividirmos cada lado da identidade por Δp_1, teremos

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1}. \tag{8.2}$$

O primeiro termo do lado direito é a taxa de variação da demanda quando o preço varia e a renda é ajustada para manter acessível a cesta antiga – o efeito substituição. Analisemos o segundo termo. Como temos uma variação de renda no numerador, seria bom ter uma variação de renda no denominador.

Lembre-se de que a variação da renda, Δm, e a variação do preço, Δp_1, estão relacionadas pela fórmula

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1.$$

Resolvendo para Δp_1, encontramos

$$\Delta p_1 = \frac{\Delta m}{x_1}.$$

Substituamos agora essa expressão no último termo de (8.2) para obtermos nossa fórmula final:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1} x_1.$$

Essa é a identidade de Slutsky em termos de taxas de variação. Podemos interpretar cada termo da seguinte maneira:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p'_1, m) - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

é a taxa de variação da demanda à medida que o preço se altera, mantendo-se inalterada a renda:

$$\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

é a taxa de variação na demanda à medida que o preço se altera, ajustando-se a renda para que ainda seja possível comprar a cesta anterior. Isto é, o efeito substituição; e

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m)}{m' - m} x_1 \tag{8.3}$$

é a taxa de variação da demanda, mantendo-se os preços fixos e ajustando-se a renda. Ou seja, o efeito renda.

O próprio efeito renda é composto de duas partes: como a demanda varia à medida que a renda varia, vezes o nível original da demanda. Quando o preço tem uma variação Δp_1, a variação da demanda em conseqüência do efeito renda é

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m)}{\Delta m} x_1 \Delta p_1.$$

Mas esse último termo, $x_1 \Delta p_1$, é justamente a variação da renda necessária para manter acessível a cesta antiga. Ou seja, $x_1 \Delta p_1 = \Delta m$, de modo que a variação da demanda devida ao efeito renda reduz-se a

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m)}{\Delta m} \Delta m,$$

exatamente como tínhamos anteriormente.

8.6 A Lei da Demanda

No Capítulo 5, expressamos certa preocupação com o fato de que a teoria do consumidor parecia não ter um conteúdo específico: a demanda podia aumentar ou diminuir tanto quando o preço subia, como quando a renda crescia. Se a teoria não impuser algum tipo de restrição ao comportamento observável, não será realmente uma teoria. Um modelo compatível com qualquer comportamento não tem valor real.

No entanto, sabemos que a teoria do consumidor tem algum conteúdo – vimos que as escolhas geradas pelo consumidor maximizador têm de satisfazer o Axioma Forte da Preferência Revelada. Vimos também que toda variação de preço pode ser decomposta em duas partes: um efeito substituição, que é com certeza negativo – na direção oposta da variação do preço – e um efeito renda, cujo sinal depende de se o bem é normal ou inferior.

Embora a teoria do consumidor não imponha restrições nem às variações da demanda quando os preços variam, nem às variações da demanda quando varia a renda, ela restringe a forma como esses dois tipos de variações interagem. Temos, em especial, o seguinte:

A Lei da Demanda. *Se a demanda de um bem aumenta quando a renda aumenta, a demanda desse bem tem de diminuir quando seu preço subir.*

Isso decorre diretamente da equação de Slutsky: se a demanda aumentar quando a renda subir, teremos um bem normal. E se temos um bem normal, o efeito substituição e o efeito renda reforçam-se mutuamente, e um aumento do preço certamente reduzirá a demanda.

8.7 Exemplos dos Efeitos Renda e Substituição

Vamos agora examinar alguns exemplos de variações de preços para determinados tipos de preferências e decompor as variações da demanda em seus efeitos renda e substituição.

Começaremos com o caso dos complementares perfeitos. A decomposição de Slutsky é ilustrada na Figura 8.4. Quando giramos a reta orçamentária em volta do ponto escolhido, a escolha ótima na nova reta orçamentária é idêntica à escolha na reta anterior. Isso significa que o efeito substituição é zero. A variação da demanda deve-se inteiramente ao efeito renda.

E quanto aos substitutos perfeitos, ilustrados na Figura 8.5? Nesse caso, quando inclinamos a reta orçamentária, a cesta de demanda salta do eixo vertical para o horizontal. Não há o que deslocar! A variação deve-se por inteiro ao efeito substituição.

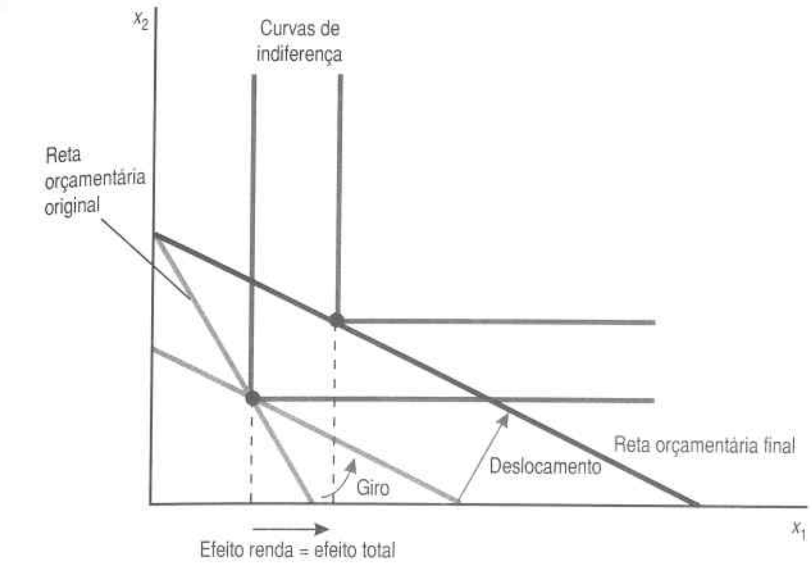

FIGURA 8.4 ***Complementares perfeitos.*** *A decomposição de Slutsky com complementares perfeitos.*

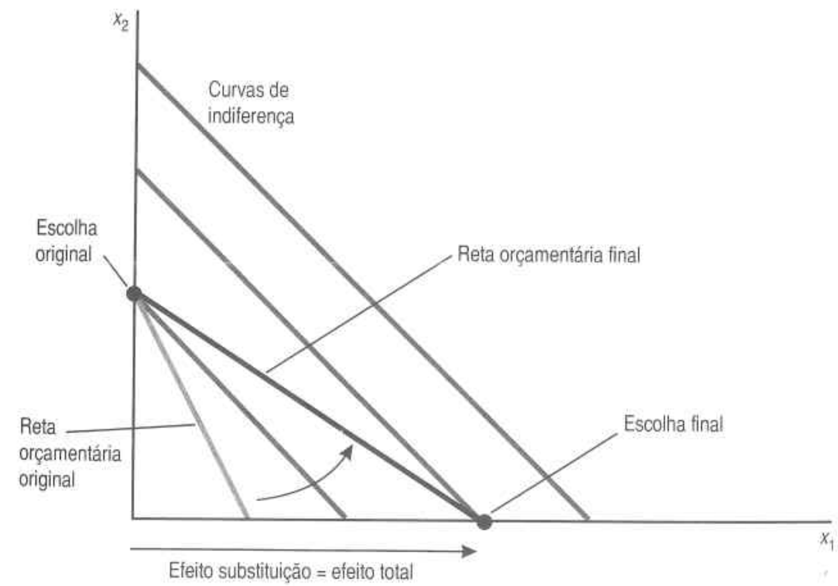

FIGURA 8.5 ***Substitutos perfeitos.*** *A decomposição de Slutsky com substitutos perfeitos.*

Como terceiro exemplo, examinemos o caso das preferências quase-lineares. A situação é um tanto peculiar. Já vimos que o deslocamento da renda não causa variação na demanda do bem 1 quando as preferências são quase-lineares. Isso significa que toda a variação da demanda do bem 1 deve-se ao efeito substituição e que o efeito renda é zero, conforme ilustra a Figura 8.6.

EXEMPLO: Restituição de um Imposto

Em 1974, a Organização de Países Exportadores de Petróleo (Opep) impôs um embargo contra os Estados Unidos. Por várias semanas, a Opep conseguiu impedir os embarques de petróleo para os portos americanos. A vulnerabilidade dos Estados Unidos a esse tipo de acontecimento teve grande impacto sobre os poderes legislativo e executivo do país e propuseram-se vários planos para reduzir a dependência americana com relação ao petróleo estrangeiro.

Um desses planos consistia em aumentar os impostos sobre a gasolina. O aumento do custo faria com que os consumidores diminuíssem o consumo desse combustível e a redução na demanda de gasolina reduziria, por sua vez, a demanda de petróleo estrangeiro.

No entanto, um imposto direto sobre a gasolina afetaria um ponto sensível dos consumidores – o bolso – e, por isso, esse plano não seria politicamente viável. Sugeriu-se, então, que a receita arrecadada dos consumidores

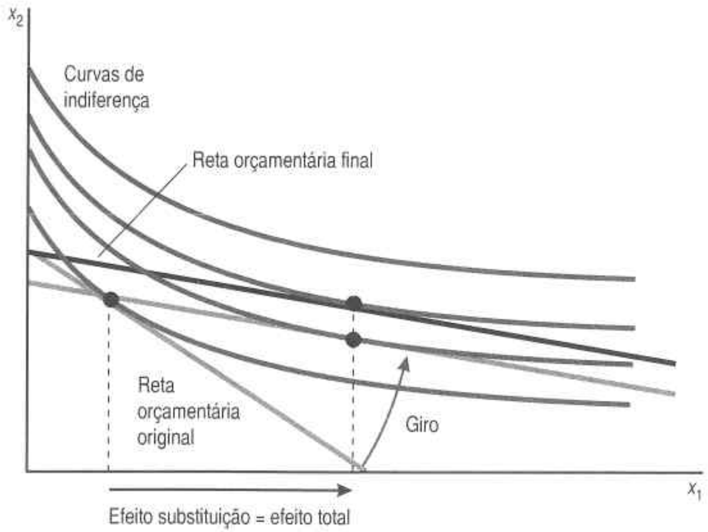

FIGURA 8.6 ***Preferências quase-lineares.*** *No caso das preferências quase-lineares, toda a variação na demanda deve-se ao efeito substituição.*

com o imposto fosse devolvida aos consumidores sob a forma de pagamentos diretos em dinheiro, ou através da redução de algum outro imposto.

Os críticos dessa proposta argumentaram que a devolução da receita do imposto aos consumidores eliminaria o efeito sobre a demanda, uma vez que os consumidores poderiam utilizar o dinheiro devolvido para comprar mais gasolina. O que a análise econômica tem a dizer sobre esse plano?

Suponhamos, para simplificar, que o imposto sobre a gasolina fosse repassado por inteiro aos consumidores, de modo que o preço da gasolina aumentasse exatamente na mesma proporção do imposto. (Em geral, somente uma parte seria repassada, mas ignoraremos essa complicação.) Suponhamos que o imposto elevasse o preço da gasolina de p para $p' = p + t$, e que o consumidor médio respondesse com a redução de sua demanda de x para x'. O consumidor médio pagaria US$$t$ a mais por litro de gasolina e consumiria x' litros de gasolina após o estabelecimento do imposto, de modo que a quantidade de imposto paga pelo consumidor médio seria:

$$R = tx' = (p' - p)x'.$$

Observe que a receita do imposto dependerá da quantidade real de gasolina que o consumidor *acabe* por consumir, x', e não da quantidade anteriormente consumida, x.

Se representarmos por y o gasto em todos os outros bens e fixarmos seu preço em 1, a restrição orçamentária original será

$$px + y = m, \tag{8.4}$$

e a restrição orçamentária após o estabelecimento do plano de restituição do imposto será

$$(p + t)x' + y' = m + tx'. \tag{8.5}$$

Na restrição orçamentária (8.5), o consumidor médio escolhe as variáveis do lado esquerdo (o consumo de cada bem), mas as variáveis do lado direito (sua renda e a restituição por parte do governo) são tidas como fixas. A restituição dependerá das ações de todos os consumidores e não do consumidor médio. Nesse caso, a restituição acabará por ser o imposto arrecadado do consumidor médio – mas isto ocorre porque ele se situa precisamente na média e não por alguma relação causal.

Se cancelarmos tx' de ambos os lados da equação (8.5), teremos

$$px' + y' = m.$$

Assim, (x', y') é uma cesta que poderia ter sido adquirida na restrição orçamentária original mas foi rejeitada em favor de (x, y). Portanto, (x, y) tem de ser preferida a (x', y'): esse plano faz piorar a situação do consumidor. Talvez seja por isso que ele nunca foi aplicado!

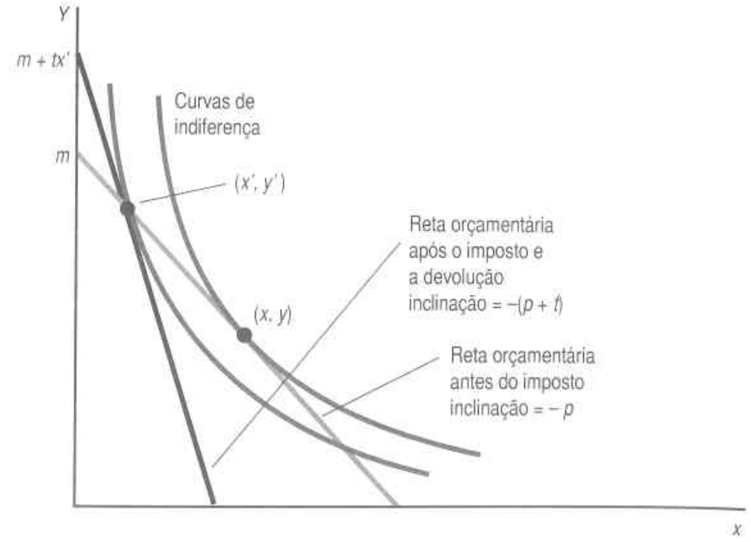

FIGURA 8.7 ***Restituição de imposto.*** *Taxar os consumidores e restituir-lhes as receitas do imposto faz com que eles piorem.*

A Figura 8.7 ilustra o equilíbrio com restituição de imposto. O imposto torna o bem 1 mais caro, e a restituição aumenta a renda monetária. A cesta original não pode mais ser comprada, e a situação do consumidor certamente piora. Com o plano de restituição de imposto, a escolha do consumidor resulta em consumir menos gasolina e mais de "todos os outros bens".

O que se pode dizer sobre a quantidade de gasolina consumida? O consumidor médio poderia manter o antigo consumo de gasolina, mas como o imposto fez com que ela ficasse mais cara, em geral o consumidor escolherá consumir menos.

EXEMPLO: Determinação de preços em tempo real voluntária

A geração de eletricidade apresenta um sério problema de capacidade: é relativamente barata até o ponto em que toda a capacidade de geração está sendo utilizada, e uma vez atingido este ponto é impossível, por definição, gerar mais. A construção de instalações de geração é extremamente dispendiosa, de modo que encontrar formas de reduzir o uso de eletricidade nos períodos de pico da demanda é algo muito atrativo do ponto de vista econômico.

Em estados de clima mais quente, como a Georgia, cerca de 30% do uso de energia elétrica nos horários de pico é destinado ao ar condicionado. Além disso, é relativamente fácil prever a temperatura com um dia de antecedência de modo que os usuários em potencial poderão ajustar os aparelhos de ar condicionado à temperatura mais elevada, vestir roupas mais leves e assim por diante. O desafio está em formular um sistema de determinação de preços que incentive os usuários com condições de reduzir seu consumo de energia elétrica a fazê-lo.

Uma forma de fazê-lo é por meio do sistema de Determinação de Preços em Tempo Real (RTP, sigla em inglês). Num programa de Determinação de Preços em Tempo Real, grandes usuários industriais são equipados com medidores especiais que permitem que o preço da eletricidade varie de minuto para minuto, dependendo de sinais transmitidos pela empresa geradora. Quando a demanda por eletricidade se aproxima do limite da capacidade instalada, a empresa geradora aumenta o preço de modo a incentivar a redução do consumo. O esquema de preços é elaborado em função da demanda total de eletricidade.

A Georgia Power Company proclama que conduz o maior programa de determinação de preços em tempo real do mundo. Em 1999 conseguiu reduzir a demanda em 750 megawatts em dias de preço alto ao induzir alguns grandes usuários a reduzir a demanda em até 60%.

A Georgia Power formulou diversas variações interessantes em torno do modelo básico de determinação de preços. Em um dos planos, atribui-se aos clientes uma quantidade-base que representa o seu uso normal. Quando há escassez de oferta e o preço em tempo real aumenta, os usuários pagam mais pelo consumo que exceder a quantidade-base. Mas também recebem um desconto se consumirem menos do que a quantidade-base.

A Figura 8.8 mostra como isso afeta a linha orçamentária dos usuários. O eixo vertical representa "dinheiro a ser gasto em outras coisas que não eletricidade" e a linha horizontal, "uso de eletricidade". Em épocas normais, os usuários determinam seu consumo de eletricidade de modo a maximizar a utilidade dentro da restrição orçamentária dada pelo preço de eletricidade vigente para a quantidade-base. A escolha resultante é seu consumo básico.

Quando a temperatura aumenta, o preço em tempo real aumenta, tornando a eletricidade mais cara. Mas este aumento de preço é bom para os consumidores que podem reduzir seu consumo, pois eles recebem o desconto com base no preço em tempo real de cada quilowatt que deixa de ser consumido. Se o consumo se mantém igual à quantidade-base, a conta de eletricidade do usuário não muda.

Não é difícil perceber que esse plano de determinação de preços é um giro de Slutsky em torno do consumo básico. Assim podemos estar confiantes que o consumo cairá e que os usuários estarão pelo menos na mesma situação ao preço em tempo real quanto ao preço básico. De fato, esse programa se tornou bastante popular com mais de 1.600 participantes voluntários.

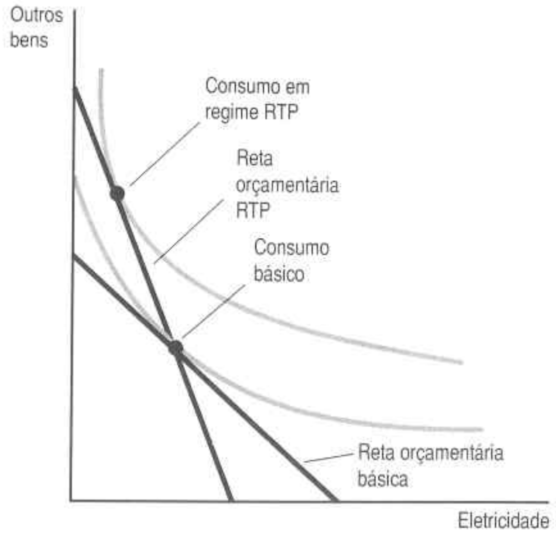

FIGURA 8.8 ***Determinação de preços em tempo real voluntária.*** *Os usuários pagam mais pela eletricidade adicional quando o preço em tempo real aumenta, mas eles também recebem descontos sobre esse preço se reduzem seu consumo de eletricidade. Isto resulta num giro em torno da reta básica e tende a melhorar a situação dos usuários.*

8.8 Outro Efeito Substituição

O efeito substituição é o nome que os economistas dão à variação na demanda quando os preços se alteram mas o poder aquisitivo do consumidor permanece constante, de modo que a cesta original continua acessível. Pelo menos essa é *uma* definição do efeito substituição. Há também outra definição que pode ser útil.

A definição que estudamos acima é chamada de efeito **substituição de Slutsky**. A definição que descreveremos nesta seção é chamada de efeito **substituição de Hicks**.[2]

Suponhamos que, em vez de girarmos a reta orçamentária em volta da cesta original, *rolemos* a reta orçamentária em torno da curva de indiferença que passa pela cesta original, conforme ilustra a Figura 8.9. Desse modo, apresentamos ao consumidor uma nova reta orçamentária que tem os mesmos preços relativos que a reta orçamentária final, mas que corresponde a um nível de renda diferente. O poder aquisitivo que ele tem sob essa reta orçamentária não lhe permitirá mais comprar a cesta de bens original – mas será suficiente para comprar uma cesta que, para o consumidor, é exatamente *indiferente* à cesta original.

[2] O conceito recebeu esse nome em homenagem a Sir John Hicks, cidadão inglês que recebeu o prêmio Nobel de Economia.

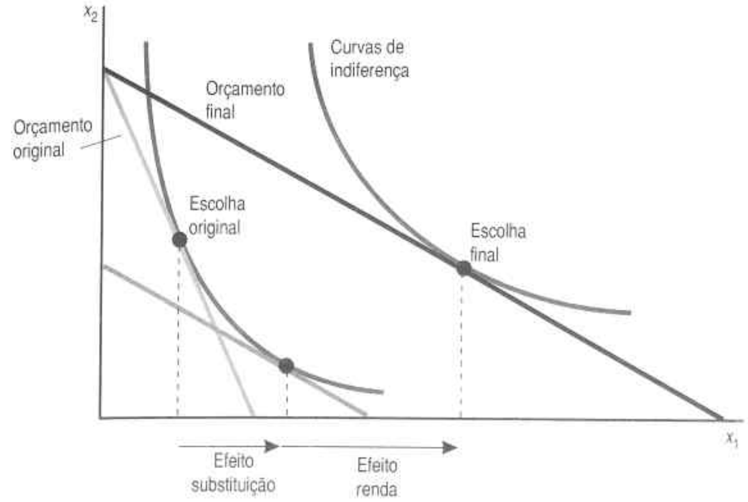

FIGURA 8.9 ***O efeito substituição de Hicks.*** *Neste gráfico, giramos a reta orçamentária em torno da curva de indiferença em vez de girá-la em volta da escolha original.*

Assim, o efeito substituição de Hicks mantém constante a *utilidade*, em vez de manter constante o poder aquisitivo. O efeito substituição de Slutsky fornece ao consumidor o dinheiro exatamente necessário para voltar a seu nível original de consumo; o efeito substituição de Hicks fornece ao consumidor a quantidade de dinheiro exatamente necessária para que retorne à sua antiga curva de indiferença. Apesar dessa diferença nas definições, o efeito substituição de Hicks tem de ser negativo – no sentido de que ele opera na direção contrária da variação do preço –, exatamente igual ao efeito substituição de Slutsky.

Mais uma vez, a prova é dada pela preferência revelada. Seja (x_1, x_2) uma cesta demandada a preços (p_1, p_2) e seja (y_1, y_2) uma cesta demandada a preços (q_1, q_2). Suponhamos que a renda seja tal que o consumidor seja indiferente entre (x_1, x_2) e (y_1, y_2). Como o consumidor é indiferente entre (x_1, x_2) e (y_1, y_2), nenhuma das cestas pode ser revelada como preferida à outra.

Utilizando-se a definição de preferência revelada, isso significa que as duas desigualdades seguintes *não* são verdadeiras:

$$p_1x_1 + p_2x_2 > p_1y_1 + p_2y_2$$

$$q_1y_1 + q_2y_2 > q_1x_1 + q_2x_2.$$

Segue-se daí que essas desigualdades *são* verdadeiras:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq p_1y_1 + p_2y_2$$

$$q_1y_1 + q_2y_2 \leq q_1x_1 + q_2x_2.$$

Se somarmos essas desigualdades e as reordenarmos, teremos

$$(q_1 - p_1)\,(y_1 - x_1) + (q_2 - p_2)\,(y_2 - x_2) \leq 0.$$

Essa é uma proposição geral sobre como as demandas variam quando os preços variam, sempre que a renda for ajustada para que o consumidor permaneça na mesma curva de indiferença. No caso particular em exame, só alteramos o primeiro preço. Portanto, $q_2 = p_2$ e ficamos com

$$(q_1 - p_1)\,(y_1 - x_1) \;\leq 0.$$

Essa equação diz que a variação na quantidade demandada tem de ter o sinal contrário ao da variação do preço, que é o que queríamos mostrar.

A variação total na demanda ainda é igual ao efeito substituição mais o efeito renda – mas agora trata-se do efeito substituição de Hicks. Como o efeito substituição de Hicks também é negativo, a equação de Slutsky possui exatamente a mesma forma que vimos anteriormente e tem exatamente a mesma interpretação. Tanto a definição de Slutsky quanto a de Hicks têm seu lugar, e a que é mais útil depende do problema em questão. Pode-se demonstrar que para pequenas variações de preço, os dois efeitos substituição são praticamente idênticos.

8.9 Curvas de Demanda Compensadas

Vimos como a quantidade demandada varia quando os preços variam em três contextos diferentes: com a renda fixa (o caso-padrão), com o poder aquisitivo fixo (o efeito substituição de Slutsky) e com a utilidade fixa (o efeito substituição de Hicks). Podemos traçar a relação entre o preço e a quantidade demandada ao mantermos fixas quaisquer dessas três variáveis. Isso proporciona três curvas de demanda diferentes: a curva de demanda padrão, a curva de demanda de Slutsky e a curva de demanda de Hicks.

A análise deste capítulo mostra que as curvas de demanda de Slutsky e de Hicks são sempre curvas de inclinação descendente. Além disso, a curva de demanda comum tem inclinação descendente no caso dos bens normais. No entanto, a análise de Giffen mostra que é teoricamente possível que a curva de demanda comum tenha inclinação ascendente quando se tratar de um bem inferior.

A curva de demanda hicksiana – aquela em que a utilidade permanece constante – é às vezes chamada **curva de demanda compensada**. Essa terminologia surge com naturalidade se pensarmos em traçar uma curva de demanda hicksiana ajustando-se a renda à medida que o preço varia, para manter constante a utilidade do consumidor. Desse modo, o consumidor é "compensado" pelas variações de preços, e sua utilidade continua a mesma em qualquer ponto da curva de demanda hicksiana. Essa situação contrasta com a da curva de demanda comum, em que o consumidor fica pior ao enfrentar preços altos do que preços baixos, uma vez que sua renda permanece constante.

A curva de demanda compensada é muito útil em cursos avançados, sobretudo na análise do custo-benefício. Nesse tipo de análise, é natural perguntar que volume de pagamentos é necessário para compensar os consumidores por alguma alteração de política econômica. A magnitude desses pagamentos fornece uma estimativa útil do custo da alteração da política. Entretanto, o cálculo real das curvas de demanda compensadas exige um ferramental matemático mais extenso do que o desenvolvido neste texto.

Resumo

1. Quando o preço de um bem diminui, há dois efeitos sobre o consumo. A variação dos preços relativos faz com que o consumidor queira aumentar o consumo do bem mais barato. O aumento do poder aquisitivo em decorrência do preço menor pode aumentar ou diminuir o consumo, dependendo de se o bem for normal ou inferior.

2. A variação na demanda ocorrida em conseqüência da variação dos preços relativos é chamada de efeito substituição; a variação resultante da alteração do poder aquisitivo é chamada de efeito renda.

3. O efeito substituição mostra como a demanda varia quando os preços mudam e o poder aquisitivo é mantido constante, no sentido de que a cesta original permanece acessível ao consumidor. Para manter constante o poder aquisitivo, a renda monetária tem de variar. A variação necessária na renda monetária é dada por $\Delta m = x_1 \Delta p_1$.

4. A equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma do efeito substituição com o efeito renda.

5. A Lei da Demanda diz que os bens normais têm de ter curvas de demanda com inclinação descendente.

Questões de Revisão

1. Imagine que uma consumidora tenha preferências quanto a dois bens que são substitutos perfeitos. Seria possível mudar seus preços de tal forma que toda a resposta da demanda seja devida ao efeito renda?

2. Suponhamos que as preferências sejam côncavas. O efeito substituição continuará negativo?

3. No caso do imposto sobre a gasolina, o que aconteceria se a restituição do imposto ao consumidor se baseasse em seu consumo original de gasolina, x, em vez de no consumo final, x'?

4. No caso descrito na questão anterior, o governo pagaria mais ou menos do que recebeu com a receita de imposto?

5. Nesse caso, os consumidores estariam melhor ou pior se o imposto com restituição baseada no consumo original estivesse em vigor?

Apêndice

Derivemos a equação de Slutsky com o uso do cálculo. Consideremos a definição de Slutsky do efeito substituição, na qual a renda é ajustada para dar ao consumidor dinheiro exatamente suficiente para comprar a cesta de consumo original, que representaremos por $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$. Se os preços forem (p_1, p_2), a escolha real do consumidor com esse ajuste da renda dependerá de (p_1, p_2) e de $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$. Denominemos essa relação de **função de demanda de Slutsky** pelo bem 1 e a representemos por $x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)$.

Suponhamos que a cesta originalmente demandada fosse $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ aos preços $(\overline{p}_1, \overline{p}_2)$ e renda $\overline{m}$. A função de demanda de Slutsky diz o que o consumidor demandaria ao enfrentar um conjunto diferente de preços (p_1, p_2) e uma renda $p_1\overline{x}_1, p_2\overline{x}_2$. A função de demanda de Slutsky em $(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)$ é, pois, a demanda comum aos preços (p_1, p_2) e à renda $p_1\overline{x}_1, p_2\overline{x}_2$. Ou seja,

$$x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2) \equiv x_1(p_1, p_2, p_1\overline{x}_1 + p_2\overline{x}_2).$$

Essa equação diz que a demanda de Slutsky aos preços (p_1, p_2) é a quantidade que o consumidor demandaria se tivesse renda suficiente para comprar sua cesta original de bens $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$. Essa é justamente a definição da função de demanda de Slutsky.

Se diferenciarmos essa identidade com respeito a p_1, teremos

$$\frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial m}\overline{x}_1.$$

Ao rearrumarmos os termos, teremos

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial m}\overline{x}_1.$$

Observe nesse cálculo o uso da regra de cadeia.

Essa é uma forma derivada da equação de Slutsky. Ela diz que o efeito total da variação de um preço é composto de um efeito substituição (em que a renda é ajustada para que a cesta original $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ continue factível) e um efeito renda. Conforme vimos no texto, o efeito substituição é negativo, e o sinal do efeito renda depende de se o bem considerado é inferior ou não. Como podemos ver, essa é exatamente a equação de Slutsky examinada no texto, com a diferença de que substituímos os Δ's pelos símbolos de derivadas.

E o efeito substituição de Hicks? Também é possível definir uma equação de Slutsky para ele. Digamos que $x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})$ seja a função de demanda hicksiana, a qual mede quanto o consumidor demanda o bem 1 aos preços (p_1, p_2), se a renda é ajustada para manter a utilidade constante no nível original $\overline{u}$. Nesse caso, a equação de Slutsky assume a forma

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial m}\overline{x}_1.$$

A prova dessa equação baseia-se no fato de que

$$\frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)}{\partial p_1},$$

para variações infinitesimais de preço. Ou seja, para tais variações do preço, os efeitos substituição de Slutsky e de Hicks são idênticos. A prova dessa afirmação não é assim tão difícil, mas requer alguns conceitos que se situam além do escopo deste livro. Uma prova relativamente simples é oferecida em Hal R. Varian, *Microeconomic Analysis*, 3ª ed. (Nova York: Norton, 1992).

EXEMPLO: Restituição de um Pequeno Imposto

Podemos usar a versão diferencial da equação de Slutsky para ver como as escolhas de consumo reagiriam a uma pequena variação num imposto quando as receitas desse imposto são restituídas aos consumidores.

Suponhamos, como anteriormente, que o imposto faça o preço aumentar no valor total do imposto. Seja x a quantidade de gasolina, p seu preço original e t a quantidade do imposto. A variação no consumo será dada por

$$dx = \frac{\partial x}{\partial p}t + \frac{\partial x}{\partial m}tx.$$

O primeiro termo avalia como a demanda responde à variação do preço multiplicada pela quantidade da variação do preço – o que nos dá o efeito preço do imposto. O segundo termo diz quanto a demanda responde a uma variação da renda multiplicada pela quantidade em que a renda tem variado – a renda tem um aumento igual à quantidade da receita do imposto restituída ao consumidor.

Empreguemos agora a equação de Slutsky para expandir o primeiro termo do lado direito para obter os efeitos substituição e renda da própria variação de preço:

$$dx = \frac{\partial x^s}{\partial p}t - \frac{\partial x}{\partial m}tx + \frac{\partial x}{\partial m}tx = \frac{\partial x^s}{\partial p}t.$$

O efeito renda é cancelado, e tudo o que resta é o efeito substituição puro. Impor um pequeno imposto e devolver as receitas equivale a impor uma variação de preço e ajustar a renda para que a cesta de consumo original continue factível – sempre que o imposto for pequeno o bastante para que a aproximação diferencial seja válida.

CAPÍTULO 9

COMPRANDO E VENDENDO

No modelo simples do consumidor que examinamos nos capítulos anteriores, a renda do consumidor era dada. Na verdade, as pessoas ganham sua renda ao venderem coisas que possuem: objetos que produziram, ativos que acumularam ou, mais freqüentemente, o próprio trabalho. Neste capítulo, examinaremos como o modelo anterior deve ser modificado para descrever esse tipo de comportamento.

9.1 Demandas Líquidas e Brutas

Como antes, limitar-nos-emos ao modelo de dois bens. Suporemos agora que o consumidor inicia com uma **dotação** dos dois bens, que representaremos por (ω_1, ω_2)[1]. Isso representa quanto o consumidor possui dos dois bens *antes* de ingressar no mercado. Imagine um fazendeiro que entra no mercado com ω_1 unidades de cenoura e ω_2 unidades de batata. O fazendeiro pesquisa os preços do mercado e então decide quanto quer comprar e vender dos dois bens.

Façamos agora uma distinção entre a **demanda bruta** do consumidor e sua **demanda líquida**. A demanda bruta de um bem é a quantidade que o consumidor realmente acaba por consumir: a quantidade de cada bem que ele leva do mercado para casa. Já a demanda líquida de um bem é a *diferença* entre o que o consumidor acaba levando (a demanda bruta) e a dotação inicial de bens. A demanda líquida é simplesmente a quantidade comprada ou vendida do bem.

[1] Letra grega "ômega".

$$\frac{\partial x_1(p_1, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1)}{\partial p_1} - \frac{\partial x(p_1, m)}{\partial m} x_1. \tag{9.7}$$

Introduzindo-se a equação (9.6) na equação (9.5), teremos

$$\frac{dx_1(p_1, m(p_1))}{dp_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1)}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1, m)}{\partial m}(w_1 - x_1),$$

que é a forma da equação de Slutsky desejada.

CAPÍTULO 10

ESCOLHA INTERTEMPORAL

Neste capítulo, prosseguiremos com nossa análise do comportamento do consumidor examinando as escolhas relacionadas à poupança e ao consumo ao longo do tempo. As escolhas de consumo ao longo do tempo são chamadas de **escolhas intertemporais**.

10.1 A Restrição Orçamentária

Imaginemos um consumidor que escolha o quanto consumirá de certo bem em dois períodos de tempo. Em geral, tendemos a conceber esse bem como sendo um bem composto, conforme descrito no Capítulo 2, mas você pode imaginá-lo como sendo uma mercadoria específica, se assim o desejar. Representaremos a quantidade de consumo em cada período por (c_1, c_2) e suporemos que os preços de consumo em cada período permanecem constantes e iguais a 1. A quantidade de dinheiro que o consumidor terá em cada período será representada por (m_1, m_2).

Suponhamos, de início, que a única forma que o consumidor tem para transferir dinheiro do período 1 para o período 2 é poupá-lo sem receber juros. Suponhamos também, por enquanto, que o consumidor não tenha a possibilidade de pegar dinheiro emprestado, de modo que o máximo que ele pode gastar no período 1 é m_1. A restrição orçamentária do consumidor terá então a forma mostrada na Figura 10.1.

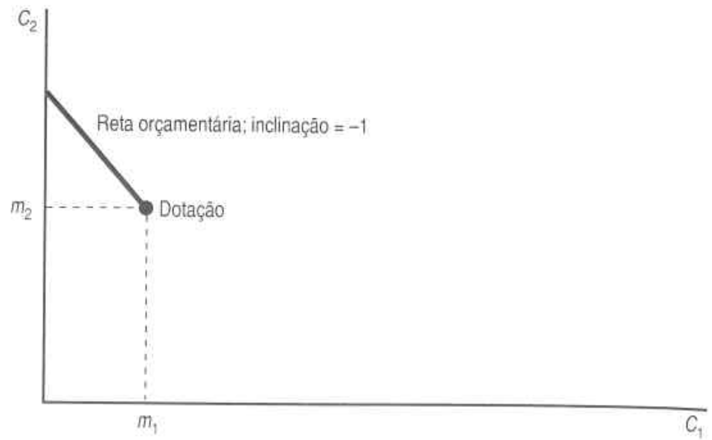

FIGURA 10.1 ***Restrição orçamentária.*** *Esta é a restrição orçamentária quando a taxa de juros é zero, e não são permitidos os empréstimos. Quanto menos a pessoa consumir no período 1, mais ela poderá fazê-lo no período 2.*

Vemos, então, que há dois tipos de escolha possíveis. O consumidor resolve consumir em (m_1, m_2), o que significa que ele consome exatamente sua renda em cada período, ou resolve consumir menos do que sua renda no primeiro período. Nesse último caso, o consumidor pouparia parte do consumo do primeiro período para consumi-la depois.

Permitamos agora ao consumidor emprestar e pegar emprestado a uma taxa de juros r. Por conveniência, fixemos em 1 os preços do consumo em cada período e derivemos a restrição orçamentária. Suponhamos primeiro que o consumidor decida ser poupador, de modo que seu consumo no primeiro período, c_1, seja menor do que sua renda nesse período, m_1. Nesse caso, ele receberá juros pela quantidade poupada, $m_1 - c_1$, à taxa de juros r. A quantidade que ele pode consumir no período seguinte é dada por

$$\begin{aligned} c_2 &= m_2 + (m_1 - c_1) + r(m_1 - c_1) \qquad (10.1)\\ &= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1). \end{aligned}$$

Isso nos diz que a quantidade que o consumidor pode consumir no período 2 é igual a sua renda nesse período mais o que ele poupou no período 1, mais os juros que recebeu pela poupança.

Suponhamos agora que o consumidor seja tomador de empréstimos, de modo que seu consumo no primeiro período seja maior do que sua renda do primeiro período. O consumidor será tomador de empréstimos se $c_1 > m_1$, e os juros que terá de *pagar* no segundo período serão iguais a $r(c_1 - m_1)$. É claro que ele também terá de pagar a quantia que tomou emprestada, $c_1 - m_1$. Isso significa que sua restrição orçamentária é dada por

$$\begin{aligned} c_2 &= m_2 - r(c_1 - m_1) - (c_1 - m_1)\\ &= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1), \end{aligned}$$

o que é exatamente igual ao que tínhamos antes. Se $m_1 - c_1$ for positivo, o consumidor receberá juros por sua poupança; já se $m_1 - c_1$ for negativo, pagará juros pelos empréstimos que contraiu.

Se $c_1 = m_1$, então necessariamente $c_2 = m_2$, e o consumidor nem tomará nem receberá empréstimos. Poderíamos chamar essa posição de consumo de "ponto de Polônio".*

Podemos rearrumar a restrição orçamentária do consumidor, para obter duas formas alternativas úteis:

$$(1 + r)c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2 \qquad (10.2)$$

e

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}. \qquad (10.3)$$

Observe que ambas as equações têm a forma

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1m_1 + p_2m_2.$$

Na equação (10.2), $p_1 = 1 + r$ e $p_2 = 1$. Na equação (10.3), $p_1 = 1$ e $p_2 = 1/(1 + r)$.

Dizemos que a equação (10.2) expressa a restrição orçamentária em termos de **valor futuro**, e a equação (10.3) expressa a restrição orçamentária em termos de **valor presente**. A razão dessa terminologia é que a primeira restrição iguala a 1 o preço do consumo futuro, enquanto a segunda iguala a 1 o preço do consumo presente. A primeira restrição orçamentária mede o preço do período 1 *em relação ao* do período 2, enquanto a segunda faz o contrário.

* "Não tomes por empréstimo e tampouco emprestes, Que o empréstimo nos faz perder dinheiro e amigo, E o gume da poupança as dívidas embotam." *Hamlet*, Ato 1, cena iii; Polônio aconselha seu filho. (Transcrevemos aqui a tradução de Péricles Eugênio da Silva Ramos para a coleção "Teatro Vivo", Abril Cultural, São Paulo, 1976. [N.T.])

A interpretação geométrica do valor presente e do valor futuro é dada na Figura 10.2. O valor presente de uma dotação de dinheiro em dois períodos é a quantidade de dinheiro no período 1 que geraria o mesmo conjunto orçamentário que a dotação. Esse é exatamente o intercepto horizontal da reta orçamentária, que indica a quantidade máxima possível de consumo no primeiro período. Se examinarmos a restrição orçamentária, veremos que essa quantidade é $\bar{c}_1 = m_1 + m_2/(1 + r)$, que é o valor presente da dotação.

Do mesmo modo, o intercepto vertical é a quantidade máxima de consumo do segundo período que ocorre quando $c_1 = 0$. Mais uma vez podemos resolver, a partir da restrição orçamentária, o valor futuro da dotação para essa quantidade $\bar{c}_2 = (1 + r)m_1 + m_2$.

A forma do valor presente é o modo mais importante de expressar a restrição orçamentária intertemporal, uma vez que ela mede o futuro em relação ao presente, que é nossa maneira natural de pensar nisso.

Qualquer uma das equações nos permite distinguir com facilidade a forma dessa restrição orçamentária. A reta orçamentária passa por (m_1, m_2) porque esse é um padrão de consumo sempre *acessível*, e a reta orçamentária tem uma inclinação de $-(1 + r)$.

10.2 Preferências de Consumo

Examinemos agora as preferências do consumidor, representadas por suas curvas de indiferença. A forma das curvas de indiferença indica os gostos de consumo do consumidor nos diversos períodos. Se traçarmos

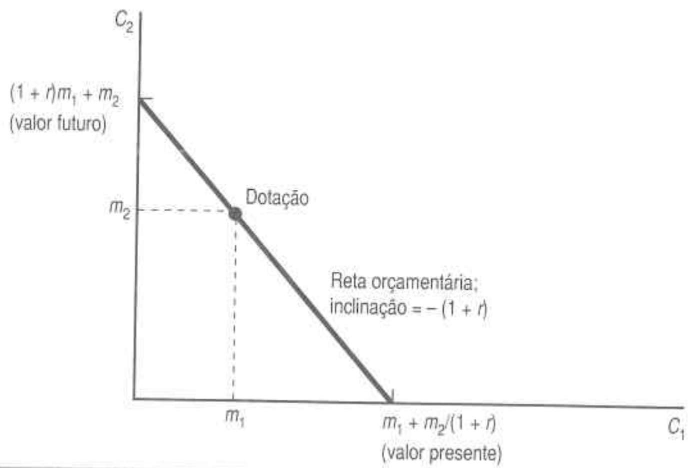

FIGURA 10.2 ***Valores presente e futuro.*** *O intercepto vertical da reta orçamentária mede o valor futuro, enquanto o horizontal mede o valor presente.*

curvas de indiferença com uma inclinação constante de –1, por exemplo, elas representarão os gostos de um consumidor que não se importa entre consumir hoje ou amanhã. Sua taxa marginal de substituição entre hoje e amanhã é de –1.

Se traçássemos curvas de indiferença para complementares perfeitos, isso indicaria que o consumidor quer consumir quantidades iguais hoje e amanhã. Esse consumidor não estaria disposto a substituir o consumo de um período pelo do outro, não importa se valesse ou não a pena fazer isso.

Como de costume, o caso intermediário das preferências bem-comportadas é a situação mais razoável. O consumidor está disposto a substituir certa quantidade de consumo de hoje pelo de amanhã, e a quantidade que ele está disposto a substituir depende de seu padrão específico de consumo.

A convexidade de preferências é muito natural nesse contexto, uma vez que ela diz que o consumidor preferiria ter uma quantidade "média" de consumo em cada período a ter muito hoje e nada amanhã, e vice-versa.

10.3 Estática Comparativa

Dada a restrição orçamentária de um consumidor e suas preferências de consumo em cada um dos dois períodos, podemos examinar a escolha ótima de consumo (c_1, c_2). Se o consumidor escolher um ponto onde $c_1 < m_1$, diremos que ele é **emprestador**; e se $c_1 > m_1$, diremos que ele é **tomador de empréstimos**. Na Figura 10.3A, ilustramos o caso em que o consumidor é um tomador de empréstimos, e na Figura 10.3B, ilustramos o caso do emprestador.

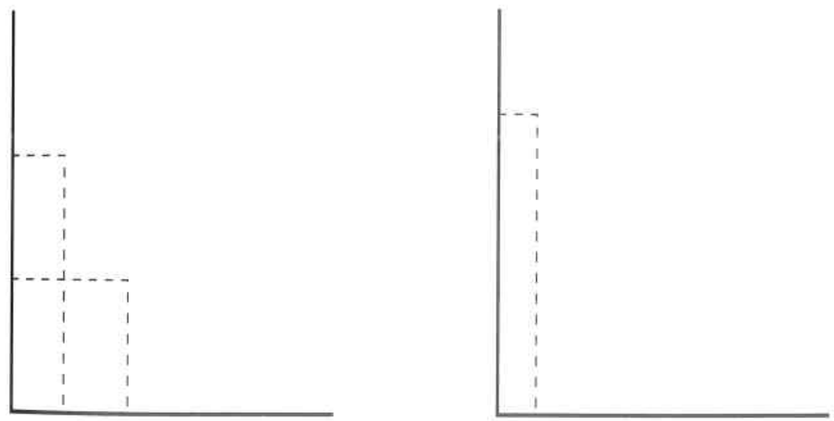

FIGURA 10.3 ***O tomador de empréstimos e o emprestador.*** *O painel A representa o tomador de empréstimos, uma vez que $c_1 > m_1$. Já o painel B representa o emprestador, desde que $c_1 < m_1$.*

Examinemos agora como o consumidor reagiria a uma mudança da taxa de juros. Pela equação (10.1), vemos que o aumento da taxa de juros fará com que a reta orçamentária se incline para ficar numa posição mais íngreme: para uma determinada redução em c_1, obter-se-á mais consumo no segundo período se a taxa de juros for mais elevada. É claro que a dotação continua sempre acessível, de modo que a inclinação constitui, na verdade, um giro em torno da dotação.

Podemos também dizer algo sobre como a decisão entre ser emprestador ou tomador de empréstimos se altera, à medida que a taxa de juros varia. Existem dois casos, dependendo de se o consumidor é, de início, emprestador ou tomador de empréstimos. Suponhamos primeiro que ele seja emprestador. Assim, se a taxa de juros aumentar, o consumidor deverá continuar como emprestador.

A Figura 10.4 ilustra esse argumento. Se o consumidor começar como emprestador, sua cesta de consumo estará à esquerda do ponto de dotação. Deixemos agora a taxa de juros aumentar. Será possível que o consumidor se desloque para um novo ponto de consumo à *direita* da sua dotação?

Não, porque isso violaria o princípio da preferência revelada: as escolhas à direita do ponto de dotação estavam disponíveis para o consumidor no conjunto orçamentário original, mas foram rejeitadas em favor do ponto escolhido. Como a cesta ótima original ainda está disponível na nova

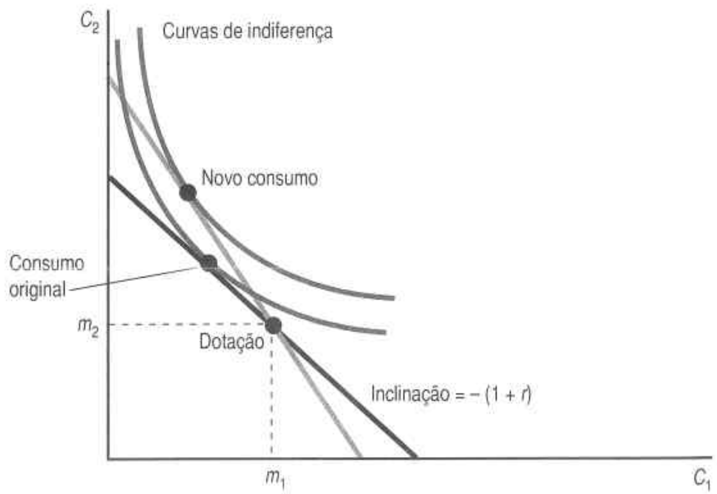

FIGURA 10.4 ***Se alguém for emprestador e a taxa de juros aumentar, essa pessoa continuará a ser emprestadora.*** *O aumento da taxa de juros faz com que a reta orçamentária gire em torno da dotação para uma posição mais íngreme; a preferência revelada implica que a nova cesta de consumo tem de situar-se à esquerda da dotação.*

reta orçamentária, a nova cesta ótima tem de ser um ponto *fora* do antigo conjunto orçamentário – o que significa que ela tem de estar à esquerda da dotação. O consumidor terá de continuar como emprestador quando a taxa de juros aumentar.

Para os tomadores de empréstimos o efeito é semelhante: se o consumidor começar como tomador de empréstimos e a taxa de juros diminuir, ele continuará como tomador de empréstimos. (O leitor poderia desenhar um diagrama semelhante ao da Figura 10.4 e ver se consegue descrever o argumento.)

Assim, se uma pessoa for emprestadora e a taxa de juros aumentar, a pessoa continuará como emprestadora. Se for tomadora de empréstimos e a taxa de juros diminuir, ela continuará como tomadora de empréstimos. Por outro lado, se a pessoa for emprestadora e a taxa de juros diminuir, ela poderá decidir tornar-se tomadora de empréstimos; do mesmo modo, o aumento da taxa de juros pode induzir o tomador de empréstimos a transformar-se em emprestador. A preferência revelada não diz nada sobre esses dois últimos casos.

A preferência revelada também pode ser utilizada para avaliar como o bem-estar do consumidor é afetado pelas variações da taxa de juros. Se o consumidor começar como tomador de empréstimos, a taxa de juros aumentar e ele decidir continuar como tomador de empréstimos, sua situação deverá piorar com a nova taxa de juros. A Figura 10.5 ilustra esse argumento; se o consumidor permanecer como tomador de empréstimos,

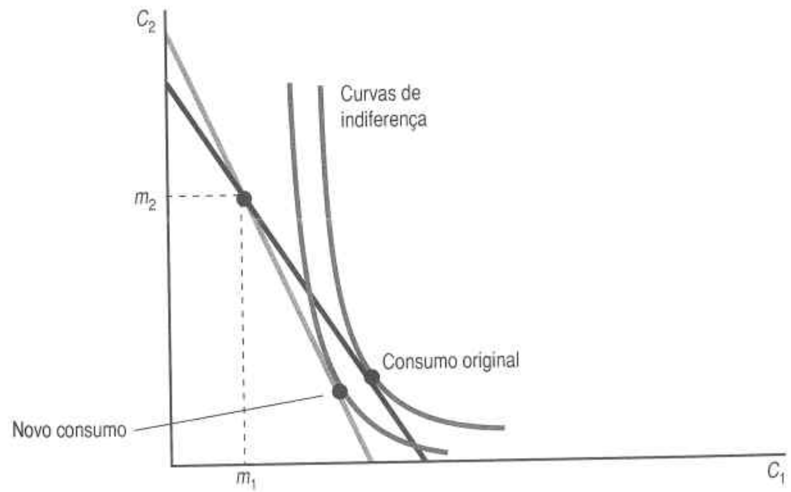

FIGURA 10.5 ***A situação do tomador de empréstimos piora com o aumento da taxa de juros.*** *Quando aumenta a taxa de juros com a qual o tomador de empréstimos se depara e ele resolve continuar como tomador, sua situação certamente piora.*

ele terá de operar num ponto que era acessível no antigo conjunto orçamentário, mas foi rejeitado, o que implica que a situação do consumidor tem de estar pior.

10.4 A Equação de Slutsky e a Escolha Intertemporal

A equação de Slutsky pode ser utilizada para decompor a variação da demanda resultante da variação da taxa de juros nos efeitos renda e substituição, exatamente como no Capítulo 9. Suponhamos que a taxa de juros aumente. Que efeito isso terá sobre o consumo em cada período?

Esse caso pode ser analisado com maior facilidade com o emprego da restrição orçamentária de valor futuro do que com o uso da restrição de valor presente. Em termos de restrição orçamentária de valor futuro, o aumento da taxa de juros equivale exatamente a elevar o preço do consumo de hoje em comparação com o consumo de amanhã. Ao escrevermos a equação de Slutsky, teremos que

$$\underset{(?)}{\frac{\Delta c_1^t}{\Delta p_1}} = \underset{(-)}{\frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1}} + \underset{(?)}{(m_1 - c_1)} \underset{(+)}{\frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}}.$$

O efeito substituição, como sempre, trabalha em sentido contrário ao do preço. Nesse caso, o preço do consumo do período 1 aumenta, o que leva o efeito substituição a dizer que o consumidor deveria consumir menos no primeiro período. Esse é o significado do sinal negativo sob o efeito substituição. Suponhamos que o consumo desse período seja um bem normal, de modo que o último termo – que indica como o consumo varia à medida que a renda varia – seja positivo. Colocamos, então, um sinal positivo embaixo do último termo. Assim, o sinal da expressão total dependerá do sinal de $(m_1 - c_1)$. Se a pessoa for tomadora de empréstimos, esse termo será negativo e, portanto, toda a expressão também será negativa – para o tomador de empréstimos, o aumento da taxa de juros tem de diminuir o consumo atual.

Por que isso acontece? Quando a taxa de juros aumenta, há sempre um efeito substituição que leva a diminuir o consumo atual. Para um tomador de empréstimos, o aumento da taxa de juros significa que ele terá de pagar mais juros amanhã. Esse efeito o induz a contrair menos empréstimos e, portanto, a consumir menos no primeiro período.

Já para o emprestador o efeito é ambíguo. O efeito total é a soma do efeito substituição negativo e do efeito renda positivo. Do ponto de vista do emprestador, um aumento da taxa de juros pode lhe proporcionar um aumento tão grande de renda, que ele preferirá consumir ainda mais no primeiro período.

Os efeitos das variações da taxa de juros não são assim tão misteriosos. Há um efeito renda e um efeito substituição como em qualquer outra variação de preço. Mas sem uma ferramenta como a equação de Slutsky para separar os vários efeitos, pode ser difícil desenredar essas variações. Com essa ferramenta, porém, fica bem fácil classificar esses efeitos.

10.5 Inflação

Toda a análise acima foi realizada em termos de um bem de "consumo" geral. Abrir mão de Δc unidades de consumo hoje possibilita comprar $(1 + r)\Delta c$ unidades de consumo amanhã. Essa análise traz implícita a hipótese de que o "preço" do consumo não varia – não há inflação nem deflação.

No entanto, não é difícil modificar a análise para lidar com a inflação. Suponhamos que o bem de consumo tenha agora um preço diferente em cada período. Convém chamar de 1 o preço atual de consumo e representar como p_2 o preço futuro de consumo. Também é bom imaginar a dotação como sendo medida em unidades de bens de consumo, de modo que o valor monetário da dotação no período 2 seja de p_2m_2. Assim, a quantidade de dinheiro que o consumidor pode gastar no segundo período será dada por

$$p_2c_2 = p_2m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1),$$

e a quantidade de consumo disponível no segundo período será de

$$c_2 = m_2 + \frac{1+r}{p_2}(m_1 - c_1).$$

Observe que essa equação é muito semelhante à equação dada anteriormente – utilizamos apenas $(1 + r)/p_2$ no lugar de $1 + r$.

Expressemos essa restrição orçamentária em termos da taxa de inflação, π, que é apenas a taxa à qual os preços crescem. Lembrando que $p_1 = 1$, temos que

$$p_2 = 1 + \pi,$$

o que nos dá

$$c_2 = m_2 + \frac{1+r}{1+\pi}(m_1 - c_1).$$

Criemos uma nova variável, ρ[1], a **taxa de juros real**, definida por:

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}$$

de modo que a restrição orçamentária torna-se

$$c_2 = m_2 + (1 + \rho)(m_1 - c_1).$$

A taxa de juros real, D, mais 1, mede quanto de *consumo* adicional podemos obter no período 2 se abrirmos mão de alguma quantidade de consumo no período 1. É por isso que essa taxa é chamada de taxa de juros real: ela diz quanto de consumo extra – e não apenas quantas unidades monetárias adicionais – é possível obter.

A taxa de juros em unidades monetárias é chamada taxa de juros **nominal**. Como vimos acima, a relação entre as duas taxas de juros é dada por

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}.$$

Para obtermos uma expressão explícita para ρ, escrevemos essa equação na forma

$$\rho = \frac{1 + r}{1 + \pi} - 1 = \frac{1 + r}{1 + \pi} - \frac{1 + \pi}{1 + \pi}$$

$$= \frac{r - \pi}{1 + \pi}.$$

Essa é uma expressão exata para a taxa de juros real, mas é comum utilizar uma aproximação. Se a taxa de inflação não for muito alta, o denominador da expressão será só um pouco maior do que 1. Assim, a taxa de juros real será dada aproximadamente por:

$$\rho \approx \mathrm{r} - \pi,$$

o que diz que a taxa de juros real equivale aproximadamente à taxa nominal menos a taxa de inflação. (O símbolo $\approx$ significa "aproximadamente igual a".) Isso faz muito sentido: se a taxa de juros for 18% e os preços crescerem à taxa de 10%, a taxa de juros real – o consumo extra que poderemos comprar no próximo período se abrirmos mão de algum consumo agora – será de aproximadamente 8%.

[1] Letra grega "rô".

É claro que, ao fazermos planos de consumo, sempre olhamos para o futuro. Geralmente conhecemos a taxa nominal de juros para o próximo período, mas não a taxa de inflação. A taxa de juros real é tida normalmente como a taxa atual de juros menos a taxa *esperada* de inflação. Como as pessoas têm diferentes estimativas sobre a taxa de inflação do próximo ano, suas estimativas a respeito da taxa real de inflação também serão diferentes. Essas diferenças poderão não ser muito grandes caso se consiga prever a inflação com razoável margem de acerto.

10.6 Valor Presente: Uma Visão mais Minuciosa

Voltemos agora às duas formas da restrição orçamentária descritas nas equações (10.2) e (10.3) da seção 10.1:

$$(1 + r)c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2$$

e

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}.$$

Observe o lado direito dessas duas equações. Dissemos que o da primeira equação expressa o valor da dotação em termos do valor futuro e que o da segunda o expressa em termos de valor presente.

Examinemos primeiro o conceito de valor futuro. Se pudermos tomar empréstimos e emprestar a uma taxa de juros r, qual será o equivalente, no futuro, de US\$1,00 atual? A resposta é $(1 + r)$ dólares. Ou seja, US\$1,00 hoje pode se transformar em US\$$(1 + r)$ no próximo período, apenas mediante o seu empréstimo ao banco a uma taxa de juros r. Em outras palavras, US\$$(1 + r)$ no próximo período equivalem a US\$1,00 hoje, uma vez que essa é a quantia que se tem de pagar para comprar – isto é, tomar emprestado – US\$1,00 hoje. O valor $(1 + r)$ é apenas o preço de US\$1,00 hoje em relação a US\$1,00 no próximo período. Isso pode ser visto com facilidade na primeira restrição orçamentária: ela é expressa em termos de unidades monetárias futuras – as unidades monetárias do segundo período têm um preço igual a 1 e as do primeiro período são medidas em relação a elas.

E quanto ao valor presente? É apenas o oposto: tudo é medido em termos de unidades monetárias de hoje. Quanto valerá US\$1,00 no próximo período em termos do dólar de hoje? A resposta é: $1/(1 + r)$ dólares. Isso porque $1/(1 + r)$ dólares podem se transformar em US\$1,00 no período seguinte apenas por serem poupados à taxa de juros r. O *valor presente* do dólar a ser entregue no próximo período é $1/(1 + r)$.

O conceito de valor presente proporciona outro modo de expressar o orçamento para um problema de consumo em dois períodos: um plano de consumo é acessível se *o valor presente do consumo for igual ao valor presente da renda*.

A idéia de valor presente tem uma implicação importante que se relaciona intimamente com uma observação feita no Capítulo 9: se o consumidor puder comprar e vender bens livremente e a preços constantes, ele preferirá sempre uma dotação mais alta a uma de menor valor. No caso de decisões intertemporais, esse princípio implica que, *se o consumidor puder emprestar e tomar emprestado livremente a uma taxa de juros constante, ele preferirá sempre um padrão de renda com um valor presente maior do que com um valor presente menor*.

Isso é verdade pela mesma razão pela qual era verdadeira a afirmação no Capítulo 9: uma dotação com valor maior produz uma reta orçamentária mais para fora. O novo conjunto orçamentário contém o conjunto orçamentário anterior, o que significa que o consumidor tem todas as opções de consumo que tinha anteriormente, mais algumas outras. Os economistas dizem às vezes que a dotação com um valor presente maior **domina** a dotação com um valor presente menor, no sentido de que o consumidor pode ter maior consumo em *todos* os períodos, se vender a dotação com maior valor presente que ele possa obter ao vender a dotação com o menor valor presente.

Naturalmente, se o valor de uma dotação for maior do que o de outra, o valor futuro também será maior. Mas, como o valor presente é o modo mais conveniente de medir o poder aquisitivo de uma dotação de dinheiro ao longo do tempo, será essa a medida a que dedicaremos maior atenção.

10.7 Análise do Valor Presente para Vários Períodos

Examinemos um modelo de três períodos. Suponhamos que seja possível emprestar ou tomar emprestado dinheiro a uma taxa de juros r em cada período e que essa taxa de juros permaneça constante ao longo dos três períodos. Assim, o preço do consumo no período 2 em termos do consumo no período 1 será $1/(1 + r)$, exatamente como antes.

Qual será o preço do consumo do período 3? Bem, se eu aplicar US\$1,00 hoje, essa quantia crescerá até US\$$(1 + r)$ no período seguinte; e se eu deixar essa nova quantia aplicada, o dinheiro crescerá até US\$$(1 + r)^2$ no terceiro período. Portanto, se eu começar com US\$ $1/(1 + r)^2$ hoje, poderei transformá-los em US\$1,00 no período 3. O preço do consumo do período 3 em relação ao consumo do período 1 será, portanto, de $1/(1 + r)^2$. Cada dólar adicional de consumo no período 3 custar-me-á hoje $1/(1 + r)^2$. Isso implica que a restrição orçamentária tenha a forma

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} + \frac{c_3}{(1+r)^2} = m_1 + \frac{m_2}{1+r} + \frac{m_3}{(1+r)^2}.$$

Isso é muito parecido com as restrições orçamentárias que vimos antes, nas quais o preço de consumo do período t em termos do consumo de hoje é dado por

$$p_t = \frac{1}{(1+r)^{t-1}}.$$

Como antes, todos os consumidores irão preferir uma dotação com valor presente maior para esses preços, uma vez que uma variação dessas necessariamente deslocaria a reta orçamentária para fora.

Derivamos essa restrição orçamentária no pressuposto da existência de taxas de juros constantes, mas é fácil generalizar para o caso das taxas de juros variáveis. Suponhamos, por exemplo, que os juros ganhos com a poupança do período 1 ao período 2 sejam iguais a r_1, e que a poupança feita entre os períodos 2 e 3 proporcione ganhos de r_2. Assim, US\$1,00 aplicado no período 1 crescerá para US\$$(1 + r_1)(1 + r_2)$ no período 3. O valor presente de US\$1,00 no período 3 será, portanto, de $1/(1 + r_1)(1 + r_2)$. Isso implica que a forma correta da restrição orçamentária seja

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r_1} + \frac{c_3}{(1+r_1)(1+r_2)} = m_1 + \frac{m_2}{1+r_1} + \frac{m_3}{(1+r_1)(1+r_2)}.$$

Não é muito difícil lidar com essa expressão, mas em geral nos limitaremos à análise do caso de taxas de juros constantes.

A Tabela 10.1 apresenta alguns exemplos do valor presente de US\$1,00 num prazo futuro de T anos, a diferentes taxas de juros. O fato notável dessa tabela é a rapidez com que o valor presente diminui para atingir taxas de juros "razoáveis". Por exemplo, a uma taxa de juros de 10%, o valor de US\$1,00 daqui a vinte anos será de apenas US\$0,15.

Taxa	1	2	5	10	15	20	25	30
0,05	0,95	0,91	0.78	0,61	0,48	0,37	0,30	0,23
0,10	0,91	0,83	0,62	0,39	0,24	0,15	0,09	0,06
0,15	0,87	0,76	0,50	0,25	0,12	0,06	0,03	0,02
0,20	0,83	0,69	0,40	0,16	0,06	0,03	0,01	0,00

TABELA 10.1 *O valor presente de US\$1,00* t *anos no futuro*

10.8 Uso do Valor Presente

Comecemos por enunciar um importante princípio geral: *o valor presente é a única forma correta de converter determinado fluxo de pagamentos em unidades monetárias de hoje*. Esse princípio decorre diretamente da definição de valor presente: o valor presente mede o valor de uma dotação de dinheiro do consumidor. Enquanto o consumidor puder tomar empréstimos e emprestar livremente a uma taxa de juros constante, uma dotação com maior valor presente sempre poderá gerar *mais* consumo em todos os períodos do que uma dotação com um valor presente menor. Independentemente de seus gostos pelo consumo em diferentes períodos, você preferirá sempre um fluxo de dinheiro com valor presente maior a um fluxo com valor presente menor – uma vez que o primeiro fluxo sempre lhe proporciona maior possibilidade de consumo em todos os períodos.

A Figura 10.6 ilustra esse argumento. Nela, (m'_1, m'_2) é uma cesta de consumo pior do que a dotação original do consumidor, (m_1, m_2), uma vez que ela se situa abaixo da curva de indiferença que passa pela dotação. Mesmo assim, o consumidor preferirá (m'_1, m'_2) a (m_1, m_2), se puder emprestar e contrair empréstimos à taxa de juros r. Isso porque, com a dotação (m'_1, m'_2), o consumidor pode consumir uma cesta como (c_1, c_2), que, sem dúvida, é melhor do que sua cesta de consumo atual.

Uma aplicação muito útil do valor presente é a avaliação dos fluxos de renda oferecidos por distintos investimentos. Se você quiser comparar dois investimentos distintos – que geram diferentes fluxos de pagamentos – para ver qual o melhor, basta calcular os valores presentes e escolher o maior. O investimento com o maior valor presente oferece sempre mais possibilidades de consumo.

Às vezes é preciso comprar um fluxo de renda mediante um fluxo de pagamentos ao longo do tempo. Por exemplo, uma pessoa pode comprar

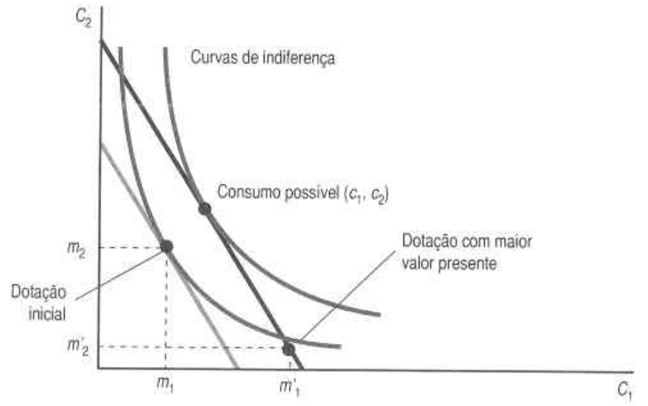

FIGURA 10.6 ***Valor presente mais alto.*** *Uma dotação com valor presente mais alto proporciona ao consumidor mais possibilidades de consumo em cada período se ele pode tomar empréstimos e emprestar à taxa de juros de mercado.*

um prédio de apartamentos tomando dinheiro emprestado ao banco e pagando prestações durante certo número de anos. Suponhamos que o fluxo de renda (M_1, M_2) possa ser comprado fazendo-se um fluxo de pagamentos (P_1, P_2).

Nesse caso, podemos avaliar o investimento pela comparação do valor presente do fluxo de renda com o valor presente do fluxo de pagamentos. Se

$$M_1 + \frac{M_2}{1+r} > P_1 + \frac{P_2}{1+r}, \tag{10.4}$$

o valor presente do fluxo de renda excede o valor presente de seu custo, de modo que esse seria um bom investimento – ele aumentaria o valor presente de nossa dotação.

Um modo equivalente de calcular o valor do investimento é usar a idéia de **valor presente líquido**. Para chegarmos a esse valor, calculamos o fluxo de caixa líquido em cada período e em seguida deduzimos esse fluxo de volta para o presente. Nesse exemplo, o fluxo de caixa líquido é $(M_1 - P_1, M_2 - P_2)$, e o valor presente líquido é:

$$VPL = M_1 - P_1 + \frac{M_2 - P_2}{1+r}.$$

Se compararmos isso com a equação (10.4), veremos que o investimento só deverá ser realizado se o seu valor presente líquido for positivo.

O cálculo do valor presente líquido é muito conveniente, pois permite somar todos os fluxos de caixa, positivos e negativos, de todos os períodos e então cortar a corrente de fluxos de caixa resultante.

EXEMPLO: Cálculo de um Fluxo de Pagamentos

Suponhamos que estejamos examinando dois investimentos, A e B. O investimento A gera US\$100,00 agora e US\$200,00 no próximo ano. O investimento B gera US\$0,00 agora e US\$310,00 no próximo ano. Qual deles é o melhor investimento?

A resposta vai depender da taxa de juros. Se a taxa de juros for zero, a resposta é óbvia – basta somar os pagamentos. Isso porque, se a taxa de juros for zero, o cálculo do valor presente reduz-se à soma dos pagamentos. Se a taxa de juros for zero, o valor presente do investimento A será

$$VP_A = 100 + 200 = 300,$$

e o valor presente do investimento B será

$$VP_B = 0 + 310 = 310,$$

de modo que B será o investimento preferido.

Mas se a taxa de juros fosse suficientemente alta, obteríamos resposta contrária. Suponhamos, por exemplo, que a taxa de juros seja 20%. Então, o cálculo do valor presente seria

$$VP_A = 100 + \frac{200}{1{,}20} = 266{,}67$$

$$VP_B = 0 + \frac{310}{1{,}20} = 258{,}33$$

Agora, *A* é o melhor investimento. O fato de A retornar mais dinheiro e mais cedo significa que ele terá um valor presente maior quando a taxa de juros for suficientemente alta.

EXEMPLO: Custo Verdadeiro de um Cartão de Crédito

Pegar dinheiro emprestado no cartão de crédito custa caro: muitas empresas cobram juros anuais de 15 a 21%, mas o modo de calcular esses encargos financeiros faz com que a verdadeira taxa de juros dos débitos dos cartões de crédito seja muito mais elevada do que isso.

Suponhamos que um usuário de cartão de crédito faça uma compra de US$2.000,00 no primeiro dia do mês e que o encargo financeiro seja de 1,5% ao mês. Se o consumidor quitar o valor total no fim do mês, não terá de pagar os encargos financeiros. Se, contudo, não pagar nem um pouco dos US$2.000,00, terá de arcar com um encargo financeiro de US$2.000,00 × 0,015 = US$30,00 no início do mês seguinte. O que acontece se o consumidor pagar US$1.800,00 do saldo de US$2.000,00 no último dia do mês? Nesse caso, o consumidor pegou emprestado apenas US$200,00, de modo que o encargo financeiro deverá ser de US$3,00. Ocorre que muitas empresas de cartão de crédito cobram dos consumidores uma importância muito maior. Isso porque muitas delas baseiam sua cobrança no "saldo médio mensal", mesmo quando parte desse saldo é paga no final do mês. Nesse exemplo, o saldo médio mensal seria de aproximadamente US$2.000,00 (30 dias do saldo de US$2.000,00 e um dia do saldo de US$200,00). O encargo financeiro seria, portanto, de pouco menos de US$30,00, embora o consumidor haja tomado apenas US$200,00 de empréstimo. Com base na quantia real de dinheiro emprestado, isso representa uma taxa de juros de 15% ao mês!

10.9 Bônus

Os **títulos** são instrumentos financeiros que prometem determinados padrões de escalonamento de pagamentos. Há muitos tipos de instrumentos financeiros porque as pessoas querem muitos tipos de escalonamento de pagamentos. Os mercados financeiros oferecem às pessoas a oportunidade de negociar diferentes padrões de fluxo de caixa ao longo do tempo. Esses fluxos de caixa são normalmente usados para financiar o consumo em um ou em outro período.

O tipo específico de título que examinaremos aqui é um **bônus**. Emitidos pelos governos e pelas empresas, os bônus são basicamente uma forma de tomar dinheiro emprestado. O tomador de empréstimo – o agente que emite o bônus – promete pagar uma quantidade fixa x de unidades monetárias (o **cupom**) num determinado período até uma certa data T (a **data de maturidade**), quando o tomador de empréstimo pagará uma quantidade F (o **valor de face**) ao portador do bônus.

Portanto, o fluxo de pagamentos de um bônus tem a forma $(x, x, x, ..., F)$. Se a taxa de juros for constante, será fácil calcular o valor presente desse bônus. Esse valor é dado por

$$VP = \frac{x}{(1+r)} + \frac{x}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{F}{(1+r)^T}.$$

Observe que o valor presente de um bônus diminuirá se a taxa de juros aumentar. Por quê? Quando a taxa de juros aumenta, o preço atual de uma unidade monetária entregue no futuro diminui. Assim, os pagamentos futuros do bônus valerão menos agora.

O mercado de bônus é amplo e desenvolvido. O valor de mercado dos bônus de maior expressão flutuará de acordo com a taxa de juros, uma vez que o valor presente do fluxo de pagamentos representado pelo bônus variará.

Um tipo de bônus especialmente interessante é o bônus que faz pagamentos para sempre. Eles são chamados de **consols** ou **perpetuidades**. Suponhamos que estejamos examinando uma perpetuidade que prometa pagar US$$x$ por ano para sempre. Para calcularmos o valor dessa perpetuidade, temos de calcular a soma infinita:

$$VP = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \ldots$$

O truque para calcular isso é colocar em evidência o fator $1/(1 + r)$, para obter

$$VP = \frac{1}{1+r}\left[x + \frac{x}{(1+r)} + \frac{x}{(1+r)^2} + \dots\right].$$

Mas o termo encerrado em colchetes é tão-somente x mais o valor presente! Se substituirmos e resolvermos para VP, teremos

$$VP = \frac{1}{(1+r)}[x + PV]$$

$$= \frac{x}{r}.$$

Esse cálculo não foi muito difícil de fazer, mas há um modo mais fácil de obter a resposta de maneira direta. Quanto dinheiro, V, você precisaria, a uma taxa de juros r, para obter um ganho perpétuo de x unidades monetárias? Basta escrever a equação:

$$Vr = x,$$

que diz que os juros sobre V têm de ser iguais a x. Mas então o valor de tal investimento é dado por

$$V = \frac{x}{r}.$$

Logo, o valor presente de uma perpetuidade que promete pagar US$$x$ para sempre tem de ser dado por x/r.

Para uma perpetuidade, é fácil ver de modo direto como o aumento da taxa de juros reduz o valor de um bônus. Suponhamos, por exemplo, que uma perpetuidade seja emitida quando a taxa de juros for de 10%. Então, se ela prometer pagar US$10,00 por ano para sempre, seu valor presente será de US$100,00 – uma vez que US$100,00 gerariam juros anuais de US$10,00.

Suponhamos agora que a taxa de juros suba para 20%. O valor dessa perpetuidade deve cair para US$50,00, posto que só se precisa de US$50,00 para ganhar US$10,00 por ano a uma taxa de juros de 20%.

A fórmula da perpetuidade pode ser utilizada para calcular o valor aproximado de um bônus de longo prazo. Se a taxa de juros for de 10%, por exemplo, daqui a trinta anos US$1,00 valeria apenas US$0,06. Para o tamanho das taxas de juros que normalmente encontramos, trinta anos podem ser uma eternidade.

EXEMPLO: Empréstimos Parcelados

Suponhamos que você pegue US$1.000,00 emprestados, com o compromisso de pagá-los em 12 prestações mensais de US$100,00 cada uma. Quanto você pagará de juros?

À primeira vista, parece que a taxa é 20%: você pegou US$1.000,00 e terá de devolver US$1.200,00. Essa análise, porém, não está correta, pois, na verdade, você não pegou US$1.000,00 emprestados por um ano inteiro. Você pegou os US$1.000,00 emprestados por um mês e, então, paga US$100,00. Portanto, você pegou emprestados US$900,00 e só tem de pagar os juros de um mês sobre esses US$900,00. Você pega esses US$900,00 emprestados por um mês e paga outros US$100,00, e assim por diante.

O fluxo de pagamentos que queremos avaliar é:

$$(1.000, -100, -100, \dots, -100).$$

Com o auxílio de uma calculadora ou um computador podemos achar a taxa de juros que faz com que o valor presente desse fluxo seja igual a zero. A taxa de juros que você realmente pagará com essas prestações é de aproximadamente 35%!

10.10 Impostos

Nos Estados Unidos, a renda recebida como pagamento de juros é tributada como renda comum. Isso significa que se paga o mesmo imposto tanto pela renda proveniente de juros quanto pela obtida com o trabalho. Suponhamos que sua alíquota marginal seja t, de modo que cada dólar *adicional* de renda, Δm, aumenta em $t\Delta m$ seu imposto a pagar. Assim, se você aplicar US$$X$ num ativo, receberá um pagamento de juros de rX. Mas terá também de pagar impostos de trX sobre essa renda, o que lhe deixará com apenas US$$(1 - t)rX$ de renda depois dos impostos. Chamamos a taxa $(1 - t)r$ de **taxa de juros após os impostos**.

E se você decidisse pegar emprestados US$$X$ em vez de emprestá-los? Nesse caso, você teria de pagar US$$rX$ de juros. Nos Estados Unidos, alguns pagamentos de juros são dedutíveis do imposto a pagar e outros não. Por exemplo, os pagamentos de juros de uma hipoteca podem ser deduzidos do imposto a pagar, mas os pagamentos de juros por empréstimos do crédito ao consumidor não podem. Por outro lado, as empresas podem deduzir a maior parte dos juros que pagam.

Se determinado pagamento de juros for dedutível do imposto a pagar, você poderá subtrair o pagamento de juros do total de sua renda e pagar impostos apenas pelo restante. Portanto, os US$$rX$ que você pagará de juros reduzirão o imposto a pagar em US$$trX$. O custo total dos US$$X$ que você pegou emprestados será de $rX - trX = (1 - t)rX$.

Assim, a taxa de juros após os impostos é a mesma quando se empresta ou pega emprestado, para pessoas na mesma faixa de tributação. O imposto sobre a poupança reduzirá a quantidade de dinheiro que a pessoa quer poupar, mas o subsídio à tomada de empréstimos aumentará a quantidade de dinheiro que a pessoa deseja pegar emprestado.

EXEMPLO: As Bolsas de Estudos e a Poupança

Muitos estudantes nos Estados Unidos recebem algum tipo de auxílio financeiro para custear seus estudos. A quantidade de ajuda que recebem depende de muitos fatores, mas um dos mais importantes é a capacidade da família de pagar as despesas escolares. A maioria das faculdades e universidades americanas utiliza uma medida padronizada de cálculo da capacidade de pagar, calculada pela Junta de Exame de Admissão à Faculdade (College Entrance Examination Board – CEEB).

Se o aluno quiser solicitar o auxílio financeiro, sua família tem de preencher um questionário em que explica sua situação financeira. A CEEB utiliza as informações sobre a renda e os ativos dos pais para elaborar uma medida de "renda disponível ajustada". A parcela dessa renda disponível ajustada com que os pais terão de contribuir varia entre 22 e 47%, dependendo da renda. Em 1985, os pais com uma renda total antes dos impostos de cerca de US$35.000,00 deveriam pagar cerca de US$7.000,00 de despesas com instrução.

Cada dólar adicional de ativos que os pais venham a acumular faz aumentar o valor da contribuição e diminuir a quantidade de auxílio financeiro recebido pelo filho. A fórmula empregada pela CEEB impõe, na verdade, um imposto aos pais que poupam para custear os estudos de seus filhos. Martin Feldstein, presidente do Escritório Nacional de Pesquisa Econômica (National Bureau of Economic Research – NBER), calculou a grandeza desse imposto.[2]

Imaginemos a situação de pais que desejem poupar um dólar a mais exatamente quando sua filha entra para a faculdade. A uma taxa de juros de 6%, daqui a seis anos US$1,00 valerá US$1,26. Como é preciso pagar impostos federais e estaduais sobre a renda proveniente de juros, esse US$1,00 proporcionará em quatro anos US$1,19 de renda após os impostos. Mas como cada dólar adicional de poupança aumenta o total de ativos dos pais, a quantidade de auxílio recebida pela filha diminui a *cada um* de seus quatro anos de faculdade. Esse "imposto sobre a educação" tem o efeito de reduzir o valor futuro do dólar para apenas US$0,87 ao fim de quatro anos. Isso equivale a um imposto de renda de 150%!

Feldstein também examinou o comportamento com relação à poupança de uma amostra de famílias de classe média com filhos com idade próxima à de entrar para a faculdade. Ele estima que o efeito combinado dos impostos federais, estaduais e "de educação" faz com que uma família com uma renda anual de US$40.000,00 e dois filhos em idade de ingressar na faculdade economize cerca de 50% a menos do que o faria se não tivesse filhos na faculdade.

[2] Martin Feldstein, "College Scholarship Rules and Private Savings", *American Economic Review*, 85:3, junho de 1995.

10.11 A Escolha da Taxa de Juros

Na discussão anterior, falamos sobre a "taxa de juros". Na vida real, há muitas taxas de juros: taxas nominais, taxas reais, taxas antes dos impostos, taxas depois dos impostos, taxas de curto prazo, taxas de longo prazo e assim por diante. Qual a taxa "certa" para analisar o valor presente?

Para responder essa questão é preciso pensar nos princípios básicos. A idéia de valor presente descontado surgiu porque queríamos converter o dinheiro de determinado ponto no tempo numa quantia equivalente em outro ponto no tempo. A "taxa de juros" consiste no retorno de um investimento que nos permite transferir fundos desse modo.

Se quisermos aplicar essa análise quando há uma diversidade de taxas de juros disponíveis, precisamos indagar qual delas tem as propriedades mais semelhantes às do fluxo de pagamentos que tentamos avaliar. Se o fluxo de pagamentos não for tributado, deveremos utilizar uma taxa de juros depois dos impostos. Se o fluxo de pagamentos continuar por trinta anos, deveremos utilizar uma taxa de juros de longo prazo. Se o fluxo de pagamentos tiver algum risco, deveremos usar a taxa de juros de uma aplicação com grau de risco semelhante. (Mais tarde, teremos mais a dizer sobre o verdadeiro significado dessa última afirmação.)

A taxa de juros mede o **custo de oportunidade** dos recursos – o valor dos usos alternativos de seu dinheiro. Portanto, todo fluxo de pagamentos deveria ser comparado à melhor alternativa possível com características semelhantes em termos de impostos, grau de risco e liquidez.

Resumo

1. A restrição orçamentária do consumo intertemporal pode ser expressa em termos de valor presente ou valor futuro.

2. Os resultados de estática comparativa derivados anteriormente para os problemas de escolha geral também podem ser aplicados ao consumo intertemporal.

3. A taxa de juros real mede o consumo adicional que se pode obter no futuro ao se abrir mão de algum consumo hoje.

4. O consumidor que puder emprestar e tomar empréstimos a uma taxa de juros constante preferirá sempre a dotação com valor presente maior à dotação com valor presente menor.

Questões de Revisão

1. Quanto valem hoje US$1.000.000,00 a serem entregues dentro de 20 anos a uma taxa de juros de 20%?

2. À medida que a taxa de juros aumenta, a restrição orçamentária intertemporal torna-se mais íngreme ou mais plana?

3. A hipótese de que os bens sejam substitutos perfeitos deveria valer num estudo sobre as compras intertemporais de alimentos?

4. Um consumidor, que começou como emprestador, continua a ser emprestador mesmo após o declínio da taxa de juros. Como estará a situação desse consumidor após a variação da taxa de juros: melhor ou pior? E se o consumidor tornar-se tomador de empréstimos após a variação, ficará em melhor ou pior situação?

5. Qual o valor presente de US$100,00 daqui a um ano, à taxa de juros de 10%? E qual o valor presente se a taxa for de 5%?

CAPÍTULO 11

MERCADOS DE ATIVOS

Ativos são bens que proporcionam um fluxo de serviços ao longo do tempo. Os ativos podem fornecer um fluxo de serviços de consumo, como os serviços de habitação, ou um fluxo de dinheiro, que pode ser usado para comprar consumo. Ativos que fornecem um fluxo monetário são chamados **ativos financeiros**.

Os bônus, sobre os quais falamos no capítulo anterior, são exemplos de ativos financeiros. O fluxo de serviços que eles proporcionam é o fluxo de pagamento de juros. Outros tipos de ativos financeiros, tais como as ações de empresas, proporcionam padrões diferentes de fluxo de caixa. Neste capítulo, examinaremos o funcionamento dos mercados de ativos sob condições de completa certeza sobre o fluxo futuro de serviços oferecido pelo ativo.

11.1 Taxas de Rendimento

Sob essa hipótese obviamente extrema, temos um princípio simples com relação às taxas de rendimento dos ativos: se não houver incerteza quanto ao fluxo de caixa oferecido pelo ativo, então todos os ativos têm de ter a mesma taxa de rendimento. A razão é óbvia: se um ativo tivesse uma taxa de rendimento maior que a de outro e os ativos fossem idênticos nos demais aspectos, ninguém desejaria comprar o ativo com a taxa de rendimento menor. Assim, numa situação de equilíbrio, todos os ativos que realmente estejam no mercado deverão pagar a mesma taxa de rendimento.

Examinemos o processo pelo qual essas taxas de rendimento se ajustam. Imaginemos um ativo A que tenha hoje um preço de p_0 e que amanhã deva ter um preço p_1. Todos têm certeza sobre o preço do ativo hoje e tam-

Em geral, se os juros forem pagos n vezes por ano, você terá US$$(1 + r/n)^{nT}$ após T anos. É natural perguntar quanto dinheiro você terá se os juros forem pagos *continuamente*. Isto é, queremos saber qual o limite dessa expressão se n for ao infinito. Esse limite é dado pela seguinte expressão:

$$e^{rT} = \lim_{n \to \infty}(1 + r/n)^{nT},$$

em que e é 2,7183..., a base dos logaritmos naturais.

Essa expressão de correspondência contínua é muito conveniente para cálculos. Por exemplo, verifiquemos a afirmação do texto de que o período ótimo para derrubar uma floresta é quando a taxa de crescimento iguala a taxa de juros. Como a floresta valerá $F(T)$ no período T, o valor presente da floresta derrubada no período T será

$$V(T) = \frac{F(T)}{e^{rT}} = e^{-rT} F(T).$$

Para maximizar o valor presente, diferenciaremos essa expressão com respeito a T e igualaremos a zero a expressão resultante, o que dará

$$V'(T) = e^{-rT} F'(T) - re^{-rT} F(T) = 0,$$

ou

$$F'(T) - rF(T) = 0.$$

Essa expressão pode ser rearrumada para formar o resultado:

$$r = \frac{F'(T)}{F(T)}.$$

Essa equação diz que o valor ótimo de T satisfaz a condição de que a taxa de juros seja igual à taxa de crescimento do valor da floresta.

CAPÍTULO 12

INCERTEZA

A incerteza faz parte da vida. Arriscamo-nos todas as vezes que tomamos banho, atravessamos a rua ou fazemos um investimento. Há, porém, instituições financeiras como os mercados de seguros e de ações que podem mitigar pelo menos alguns desses riscos. Estudaremos o funcionamento desses mercados no próximo capítulo, mas antes temos de examinar o comportamento individual com relação às escolhas que envolvem a incerteza.

12.1 Consumo Contingente

Como já sabemos tudo sobre a teoria-padrão da escolha do consumidor, tentemos utilizar o que sabemos para entender a escolha sob condições de incerteza. A primeira pergunta a fazer é: qual a "coisa" básica que está sendo escolhida?

O consumidor está supostamente preocupado com a **distribuição de probabilidades** de obter cestas diferentes de bens. A distribuição de probabilidades consiste em uma lista de diferentes resultados – nesse caso, cestas de consumo – e na probabilidade associada a cada resultado. Quando o consumidor decide quanto em seguro de automóvel comprar, ou quanto investir no mercado de ações, ele está, na verdade, decidindo sobre um padrão de distribuição de probabilidade sobre diferentes quantidades de consumo.

Suponha, por exemplo, que você tenha agora US$100,00 e que esteja pensando em comprar um bilhete de loteria com o número 13. Se esse número for sorteado, o portador receberá US$200,00. Digamos que o bilhete custe US$5,00. Os dois resultados que interessam são o evento no qual o bilhete é sorteado e o evento no qual o bilhete não é sorteado.

Sua dotação inicial de riqueza – a quantia que você teria caso não comprasse o bilhete de loteria – é de US$100,00 se o 13 for sorteado e de US$100,00 se não for. Mas se você comprar o bilhete por US$5,00, terá uma distribuição de riqueza de US$295,00, se for sorteado, e de US$95,00, se não for. A dotação original de probabilidades de riqueza em diferentes circunstâncias terá sido alterada pela compra do bilhete de loteria. Examinemos esse ponto com mais detalhe.

Para facilitar a exposição, limitar-nos-emos aqui a examinar as apostas que envolvam dinheiro. Naturalmente, não é apenas o dinheiro que importa, pois, no final das contas, o "bem" que está sendo escolhido é o consumo que o dinheiro pode comprar. Os mesmos princípios se aplicam às apostas que envolvem bens, mas as coisas ficam mais simples se nos limitarmos aos resultados monetários. Em segundo lugar, limitar-nos-emos a situações muito simples, onde há apenas poucos resultados possíveis. Mais uma vez, isso é apenas para simplificar.

Descrevemos acima o caso de apostas na loteria. Examinemos agora o caso de um seguro. Suponhamos que uma pessoa tenha de início US$35.000,00 em ativos, mas que haja a possibilidade de que ela perca US$10.000,00. Seu carro, por exemplo, pode ser roubado ou sua casa destruída por uma tempestade. Suponhamos que a probabilidade de que isso venha a acontecer seja de $p = 0,01$. A distribuição de probabilidades que essa pessoa enfrenta é, pois, de 1% de ter US$25.000,00 de ativos e 99% de ter US$35.000,00.

O seguro oferece um meio de alterar essa distribuição de probabilidades. Suponhamos que haja um contrato de seguro que pague US$100,00 à pessoa se as perdas ocorrerem, em troca de um prêmio de US$1,00. É claro que o prêmio tem de ser pago independentemente de se as perdas ocorram ou não. Se a pessoa decidir comprar US$10.000,00 de seguro, isso lhe custará US$100,00. Neste caso, a pessoa teria 1% de possibilidade de ter US$34.900,00 (US$35.000,00 de outros ativos – US$10.000,00 de perdas + US$10.000,00 de indenização do seguro – US$100,00 de prêmio do seguro) e 99% de possibilidades de ter US$34.900,00 (US$35.000,00 de ativos – US$ 100,00 pagos pelo prêmio do seguro). Assim, o consumidor acaba com a mesma riqueza, independentemente do que ocorra. Agora, ele está totalmente protegido contra perdas.

Em geral, se essa pessoa comprar US$$K$ de seguro e tiver de pagar um prêmio de γK, ela se defrontará com a seguinte aposta:[1]

probabilidade de 0,01 de obter US$25.000,00 + $K - \gamma K$

e

probabilidade de 0,99 de obter US$35.000,00 – γK.

[1] Letra grega "gama".

Que tipo de seguro essa pessoa escolherá? Bem, isso dependerá das preferências dela. Ela pode ser muito conservadora e escolher comprar muito seguro, ou pode gostar de correr riscos e não comprar seguro nenhum. As pessoas têm preferências diferentes no tocante às distribuições de probabilidades, da mesma forma que têm preferências diferentes com relação ao consumo de bens comuns.

De fato, um modo muito útil de examinar a tomada de decisão sob condições de incerteza é pensar no dinheiro disponível nas diferentes circunstâncias como se fossem diferentes bens. A quantia de US$1.000,00 após uma grande perda pode ser bem diferente do que US$1.000,00 quando nada se perdeu. É claro que essa idéia não vale apenas para o dinheiro: uma casquinha de sorvete em um dia ensolarado e quente é bem diferente de uma casquinha de sorvete em um dia chuvoso e frio. Em geral, os bens de consumo terão um valor diferente para a pessoa, dependendo das circunstâncias nas quais ficarem disponíveis.

Pensemos nos diferentes resultados de um evento aleatório como sendo diferentes **estados da natureza**. No exemplo do seguro dado acima, havia dois estados da natureza: a perda ocorre e a perda não ocorre. Em geral, porém, poderia haver muitos estados da natureza diferentes. Podemos considerar um **plano de consumo contingente** como uma especificação do que seria consumido em cada diferente estado da natureza – cada resultado diferente do processo aleatório. *Contingente* significa depender de algo que ainda não é certo, de modo que um plano de consumo contingente é um plano que depende do resultado de algum evento. No caso das compras de seguro, o consumo contingente foi descrito pelos termos do contrato do seguro: quanto dinheiro você teria em caso de perda e quanto teria no caso contrário. Já no caso do dia chuvoso ou do dia de sol, o consumo contingente seria apenas o *plano* do que se consumiria dependendo dos diversos resultados do clima.

As pessoas têm preferências com relação aos diversos planos de consumo da mesma forma que têm preferências com respeito ao consumo atual. Certamente podemos nos sentir melhores hoje se soubermos que estamos totalmente assegurados. As pessoas fazem escolhas que refletem suas preferências de consumo em diferentes circunstâncias, e podemos utilizar a teoria da escolha que desenvolvemos para analisar essas escolhas.

Se imaginarmos um plano de consumo contingente como uma simples cesta de consumo comum, retornaremos à moldura de análise descrita nos capítulos anteriores. Podemos pensar nas preferências como definidas pelos diferentes planos de consumo, com os "termos de troca" sendo dados pela restrição orçamentária. Podemos então modelar o consumidor como aquele que escolhe o melhor plano de consumo pelo qual pode pagar, exatamente como temos feito o tempo todo.

Descrevamos a compra de seguro em termos da análise de curvas de indiferença que temos utilizado. Os dois estados da natureza são o evento em que ocorre perda e o evento em que não há perda. Os consumos contingentes são as quantidades de dinheiro que você teria em cada circunstância. Podemos traçar um gráfico disso, como na Figura 12.1.

Sua dotação de consumo contingente é de US$25.000,00 no estado "ruim" – se a perda ocorrer – e de US$35.000,00 no estado "bom" – se a perda não ocorrer. O seguro oferece uma forma de sair desse ponto de dotação. Se você comprar US$$K$ de seguro, abrirá mão de US$$\gamma K$ de possibilidades de consumo no estado bom em troca de US$$K - \gamma K$ de consumo no estado ruim. Assim, o consumo que você perde no estado bom, dividido pelo consumo adicional que você ganha no estado ruim, é

$$\frac{\Delta C_g}{\Delta C_b} = -\frac{\gamma K}{K - \gamma K} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}.$$

Essa é a inclinação da reta orçamentária que passa por sua dotação. É como se o preço do consumo no estado bom fosse $1-\gamma$ e o preço no estado ruim fosse γ.

Podemos traçar as curvas de indiferença que uma pessoa poderia ter em relação ao consumo contingente. Novamente aqui é muito natural que as curvas de indiferença sejam convexas: isso significa que a pessoa prefere ter uma quantidade constante de consumo em cada estado a ter grande quantidade num estado e pouca no outro.

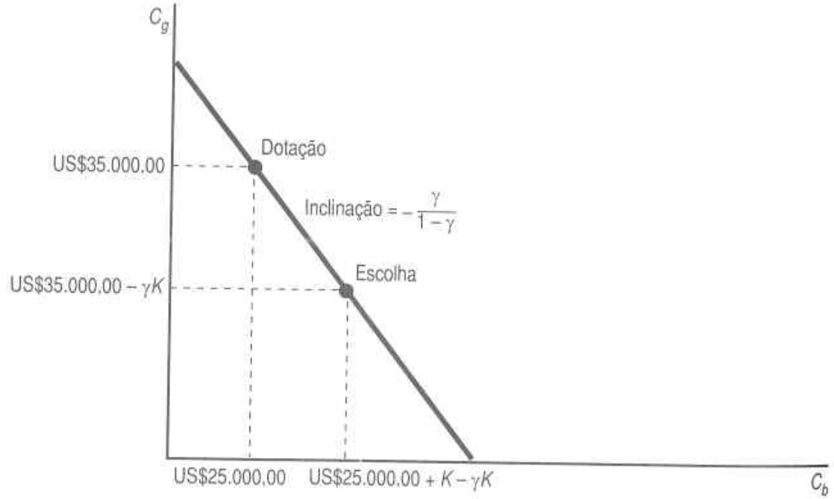

FIGURA 12.1 ***Seguro.*** *A linha orçamentária associada à compra de seguro. O prêmio do seguro γ nos permite abrir mão de consumo no resultado bom (C_g) para obter mais consumo no resultado ruim (C_b).*

Dadas as curvas de indiferença de consumo em cada estado da natureza, podemos observar a escolha de quanto seguro comprar. Como de costume, isso será caracterizado por uma condição de tangência: a taxa marginal de substituição entre o consumo em cada estado da natureza deverá ser igual ao preço em que se pode trocar o consumo nos dois estados.

É claro que se tivermos um modelo de escolha ótima poderemos aplicar as ferramentas desenvolvidas nos capítulos anteriores para analisar esse modelo. Podemos examinar como a demanda de seguro se altera à medida que varia o preço do seguro, à medida que varia a riqueza do consumidor e assim por diante. A teoria do comportamento do consumidor é perfeitamente adequada para modelar o comportamento tanto em condições de incerteza quanto de certeza.

EXEMPLO: Resseguro catástrofe

Vimos que o seguro é um meio de transferir riqueza de estados de natureza bons para estados de natureza ruins. Obviamente, estas transações têm dois lados: o dos que compram o seguro e o dos que o vendem. Aqui estaremos voltados para os que o vendem.

O lado da venda do mercado de seguros é dividido entre um segmento de varejo, que lida diretamente com os compradores finais, e um segmento atacadista, no qual seguradoras vendem risco para terceiros. O segmento atacadista do mercado é conhecido como **mercado de resseguro**.

De modo geral, o mercado de resseguros se alicerça em grandes investidores, como os fundos de pensão, que dão respaldo financeiro aos riscos. Contudo, alguns resseguradores recorrem a grandes investidores individuais. O Lloyd's de Londres, um dos mais famosos consórcios de resseguro, atua principalmente com investidores privados.

Recentemente, o ramo dos resseguros criou os fundos de catástrofe que, segundo alguns observadores, são uma forma mais flexível de oferecer seguro. Os títulos que compõem esses fundos, em geral vendidos a grandes instituições, estão ligados a desastres naturais como terremotos ou furacões.

Um intermediário financeiro, como uma companhia de resseguros ou um banco de investimentos, emite um título ligado a um evento segurável específico que envolve, digamos, pelo menos US$ 500 milhões em apólices de sinistro. Se não ocorrer o terremoto, os investidores recebem uma generosa taxa de juros. Mas se ocorrer o terremoto e os danos superarem o montante especificado no título, os investidores perdem seu principal e os juros.

Os fundos de catástrofe têm algumas características atrativas. Podem distribuir amplamente os riscos e podem subdividi-los infinitamente, permitindo que cada investidor carregue apenas uma pequena parcela do risco. O dinheiro que compõe o fundo é pago antecipadamente, de modo que não há risco de inadimplência para o segurado.

Do ponto de vista do economista, os "títulos de catástrofe" são uma forma de **título de estado contingente**, isto é, um título que só paga se e somente se um evento especificado ocorrer. O conceito foi apresentado pela primeira vez por Kenneth J. Arrow, detentor do Nobel, num artigo publicado em 1952, e durante muito tempo se pensou que só tivesse interesse teórico. Mas acontece que todos os tipos de opções e outros derivativos podem ser melhor entendidos quando se recorre ao conceito de títulos contingentes. Agora os cientistas espaciais de Wall Street recorrem a esses antigo trabalho quando criam novos derivativos exóticos, como os fundos de catástrofe.

12.2 Funções de Utilidade e Probabilidades

Se o consumidor tiver preferências razoáveis com relação ao consumo em diferentes circunstâncias, poderemos usar a função de utilidade para descrever essas preferências, tal como temos feito em outros contextos. No entanto, o fato de examinarmos a escolha sob incerteza confere uma estrutura especial ao problema. Em geral, o modo como uma pessoa avalia o consumo num estado em comparação a outro dependerá da *probabilidade* de que ocorra o estado em questão. Em outras palavras, a taxa à qual eu estaria disposto a substituir consumo caso chova por consumo caso não chova deve ter alguma relação com a estimativa que faço da probabilidade de chuva. As preferências de consumo em diferentes estados da natureza dependerão das crenças do indivíduo sobre a probabilidade de ocorrência de cada estado.

Por esse motivo, escreveremos a função de utilidade como dependente das probabilidades, do mesmo modo como dos níveis de consumo. Suponhamos que estamos examinando dois estados mutuamente excludentes, tais como chuva e sol, perda ou ganho ou qualquer outra coisa. Sejam c_1 e c_2 o consumo nos estados 1 e 2, respectivamente, e sejam π_1 e π_2 as probabilidades de ocorrência desses dois estados.

Se os dois estados excluem-se mutuamente, de modo que apenas um possa ocorrer, então $\pi_2 = 1 - \pi_1$. Contudo, em geral utilizaremos ambas as probabilidades, para manter a simetria.

Dada essa notação, podemos escrever a função de utilidade do consumo nos estados 1 e 2 como $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$. Essa é a função que representa as preferências individuais de consumo em cada estado.

EXEMPLO: Alguns Exemplos de Funções de Utilidade

Podemos usar praticamente qualquer um dos exemplos de funções de utilidade que vimos até agora no contexto da escolha em condições de incerteza. Um bom exemplo é o caso dos substitutos perfeitos. Aqui, é natural ponderar cada consumo pela sua probabilidade de ocorrência. Isso proporciona uma função de utilidade com a forma

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2.$$

No contexto de incerteza, esse tipo de expressão é conhecido como o **valor esperado**. Ela simplesmente indica o nível de consumo médio que se obteria.

Outro exemplo de função de utilidade que poderia ser empregado no exame da escolha sob incerteza é a função de utilidade Cobb-Douglas:

$$u(c_1, c_2, \pi, 1-\pi) = c_1^{\pi} c_2^{1-\pi}.$$

Aqui, a utilidade correspondente a qualquer combinação de cestas de consumo depende do padrão de consumo em uma forma não-linear.

Como de costume, podemos tomar uma transformação monotônica da utilidade e ainda representar as mesmas preferências. Assim, o logaritmo da função de utilidade Cobb-Douglas será muito conveniente no que se segue. Isto dará uma função de utilidade com a forma

$$\ln u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2.$$

12.3 Utilidade Esperada

Uma forma particularmente conveniente que a função de utilidade pode adotar é a seguinte:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2).$$

Isso diz que a utilidade pode ser escrita como uma soma ponderada de alguma função do consumo em cada estado, $v(c_1)$ e $v(c_2)$, onde os pesos são dados pelas probabilidades π_1 e π_2.

Dois exemplos disso foram dados acima. O exemplo dos substitutos perfeitos, ou função de utilidade do valor esperado, tinha essa forma, onde $v(c) = c$. A função Cobb-Douglas não tinha essa forma originalmente, mas quando a expressamos em termos de logaritmos, ela apresentou a forma linear com $v(c) = \ln c$.

Se um dos estados for certo, de modo que, digamos, $\pi_1 = 1$, então $v(c_1)$ será a utilidade de certo consumo no estado 1. Do mesmo modo, se $\pi_2 = 1$, $v(c_2)$ será a utilidade do consumo no estado 2. Por conseguinte, a expressão

$$\pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2)$$

representa a utilidade média, ou utilidade esperada, do padrão de consumo (c_1, c_2).

É por isso que nos referimos à função de utilidade com a forma particular aqui descrita como uma **função de utilidade esperada** ou, às vezes, **função de utilidade von Neumann-Morgenstern**.[2]

Quando dizemos que as preferências de um consumidor podem ser representadas por uma função de utilidade esperada, ou que as preferências do consumidor têm a propriedade da utilidade esperada, o que queremos dizer é que podemos escolher uma função de utilidade com a forma aditiva descrita acima. É claro que também podemos escolher uma forma diferente; qualquer transformação monotônica de uma função de utilidade esperada é uma função de utilidade que descreve as mesmas preferências. Mas a representação na forma aditiva é particularmente conveniente. Se as preferências do consumidor forem descritas por $\pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2$, elas também serão descritas por $c_1^{\pi 1} c_2^{\pi 2}$. A última representação, contudo, não tem a propriedade da utilidade esperada, enquanto a primeira tem.

Por outro lado, a função de utilidade esperada pode ser submetida a alguns tipos de transformação monotônica e, ainda assim, conservar a propriedade de utilidade esperada. Dizemos que uma função $v(u)$ é uma **transformação afim positiva** caso ela possa ser escrita na forma: $v(u) = au + b$, onde $a > 0$. A transformação afim positiva consiste apenas na multiplicação por um número positivo e na adição de uma constante. Se submetermos uma função de utilidade esperada a uma transformação afim positiva, essa transformação não só representará as mesmas preferências (isso é óbvio, uma vez que a transformação afim é apenas um tipo especial de transformação monotônica), mas também manterá a propriedade de utilidade esperada.

Os economistas dizem que a função de utilidade esperada é "única sob uma transformação afim", o que significa apenas que se pode aplicar uma transformação afim à função de utilidade esperada e obter outra função de utilidade esperada que represente as mesmas preferências. Qualquer outro tipo de transformação destruirá a propriedade de utilidade esperada.

12.4 Por que a Utilidade Esperada É Razoável

A representação da utilidade esperada é uma representação conveniente; mas será ela razoável? Por que devemos pensar que as preferências com relação a escolhas incertas devem ter a estrutura particular implicada pela

[2] Um dos maiores expoentes da matemática do século XX, John von Neumann também contribuiu com diversos *insights* importantes para a física, ciência da computação e teoria econômica. Já Oscar Morgenstern foi um economista de Princeton que, junto com Von Neumann, ajudou a desenvolver a teoria matemática dos jogos.

função de utilidade esperada? Há razões convincentes para que a utilidade esperada seja um objetivo razoável nos problemas de escolha em condições de incerteza.

O fato de os resultados de uma escolha aleatória serem bens de consumo que serão consumidos em diferentes circunstâncias significa que, em última instância, *só um* desses acontecimentos ocorrerá realmente. A casa pegará fogo ou não; amanhã será um dia chuvoso ou um dia de sol. A maneira como o problema foi colocado significa que ocorrerá apenas um dos muitos acontecimentos possíveis e, portanto, só um dos planos de consumo contingente se concretizará realmente.

Isso tem uma implicação muito interessante. Suponha que você esteja pensando em segurar sua casa contra incêndio no ano que vem. Ao fazer essa escolha, você se preocupará com sua riqueza em três situações: sua riqueza agora (c_0), sua riqueza caso a sua casa pegue fogo (c_1) e sua riqueza se a casa não pegar fogo (c_2). (É claro que o que lhe interessa realmente são suas possibilidades de consumo com qualquer um dos três resultados, mas aqui usamos a riqueza como substituta do consumo.) Se π_1 for a probabilidade de que sua casa pegue fogo e π_2 a probabilidade de que não pegue, então, suas preferências com relação a esses diferentes consumos podem ser representadas, de maneira genérica, por uma função de utilidade $u(\pi_1, \pi_2, c_1, c_2)$.

Suponhamos que estejamos examinando a escolha entre a riqueza agora e um dos resultados possíveis – digamos, por exemplo, que estamos considerando de quanto dinheiro estaríamos dispostos a abrir mão agora, para conseguir um pouco mais dele caso um incêndio venha a ocorrer. *Portanto, essa decisão deve independer da quantidade de consumo que se teria no outro estado da natureza – isto é, quanta riqueza teríamos caso nossa casa não fosse destruída.* Isso porque a casa será ou não destruída. Se for, o valor da riqueza extra não deve depender de quanta riqueza se teria caso ela *não* fosse destruída. Passado é passado – por isso, a situação que *não* aconteceu não deve afetar o valor do consumo na situação que realmente *aconteceu*.

Observe que essa é uma *suposição* sobre as preferências de um indivíduo. Ela pode ser violada. Quando as pessoas pensam em escolher entre duas opções, a quantidade possuída de uma terceira coisa geralmente será importante. A escolha entre café e chá, por exemplo, pode depender da quantidade de creme que se tenha. Mas isso ocorre porque consumimos café com creme. Se estivéssemos frente a uma escolha na qual jogássemos um dado e ganhássemos café *ou* chá *ou* creme, então, a quantidade de creme que pudéssemos obter não deveria afetar nossas preferências entre café e chá. Por quê? Porque obteríamos uma coisa ou outra: se obtivermos creme, o fato de que pudéssemos haver obtido café ou chá é irrelevante.

Assim, na escolha sob condições de incerteza há uma espécie natural de "independência" entre os diferentes resultados porque eles têm de ser consumidos de maneira separada – em diferentes estados da natureza. As escolhas que as pessoas planejam fazer num estado da natureza devem independer das escolhas que planejam fazer nos outros estados de natureza.

Essa hipótese é conhecida como **hipótese de independência**. Acontece que essa hipótese implica que a função de utilidade do consumo contingente terá uma estrutura muito especial: ela terá de ser aditiva nas diferentes cestas de consumo contingente.

Quer dizer, se c_1, c_2 e c_3 forem os consumos em diferentes estados da natureza e π_1, π_2 e π_3 as probabilidades de que esses três diferentes estados da natureza se materializem, então, se a hipótese de independência for satisfeita, a função de utilidade deverá adotar a forma

$$U(c_1, c_2, c_3) = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2) + \pi_3 u(c_3).$$

Isso é o que temos chamado de função de utilidade esperada. Observe que essa função satisfaz a propriedade de que a taxa marginal de substituição entre dois bens independe da quantidade do terceiro bem. A taxa marginal de substituição entre os bens 1 e 2, digamos, tem a forma

$$TMS_{12} = \frac{\Delta U(c_1, c_2, c_3) / \Delta c_1}{\Delta U(c_1, c_2, c_3) / \Delta c_2}$$

$$= \frac{\pi_1 \Delta u(c_1) / \Delta c_1}{\pi_2 \Delta u(c_2) / \Delta c_2}.$$

Essa TMS depende apenas de quanto se tenha dos bens 1 e 2, mas não de quanto se tenha do bem 3.

12.5 Aversão ao Risco

Dissemos anteriormente que a função de utilidade esperada tem algumas propriedades muito convenientes para a análise da escolha sob incerteza. Nesta seção, daremos um exemplo disso.

Apliquemos o modelo da utilidade esperada a um problema de escolha simples. Suponhamos que um consumidor tenha atualmente uma riqueza de US$10,00 e que esteja pensando em fazer uma aposta na qual tenha 50% de probabilidade de ganhar US$5,00 e 50% de probabilidade de perder US$5,00. Sua riqueza será, pois, aleatória: ele tem uma probabilidade de 50% de acabar com US$5,00 e uma probabilidade de 50% de acabar com US$15,00. O *valor esperado* de sua riqueza é de US$10,00 e a utilidade esperada é:

$$\frac{1}{2}u(\text{US\$15,00}) + \frac{1}{2}u(\text{US\$5,00}).$$

Isso é descrito na Figura 12.2. A utilidade esperada de riqueza é a média dos dois números u(US$15,00) e u(US$5,00), rotulada como $0{,}5u(5) + 0{,}5u(15)$ no gráfico. Também descrevemos a utilidade do valor esperado da riqueza, que aparece rotulada como u(US$10,00). Observe que, nesse diagrama, a utilidade esperada de riqueza é menor do que a utilidade da riqueza esperada. Isto é,

$$u\left(\frac{1}{2}15 + \frac{1}{2}5\right) = u(10) > \frac{1}{2}u(15) + \frac{1}{2}u(5).$$

Nesse caso, diz-se que o consumidor é **avesso ao risco**, uma vez que ele prefere ter o valor esperado de sua riqueza do que apostar. Naturalmente, pode ocorrer que as preferências do consumidor sejam tais que ele prefira a distribuição aleatória da riqueza ao valor esperado dela; nesse caso, diz-se que o consumidor é **propenso ao risco**. A Figura 12.3 oferece um exemplo dessa situação.

Observe a diferença entre as Figuras 12.2 e 12.3. O consumidor avesso ao risco tem uma função de utilidade *côncava* – sua inclinação torna-se cada vez mais plana à medida que a riqueza aumenta. Já o consumidor propenso ao risco tem uma função de utilidade *convexa* – sua inclinação torna-se cada vez mais íngreme à medida que a riqueza aumenta. Portanto, a curvatura da função de utilidade mede a atitude do consumidor com relação ao risco. Em geral, quanto mais côncava for a função de utilidade, mais avesso

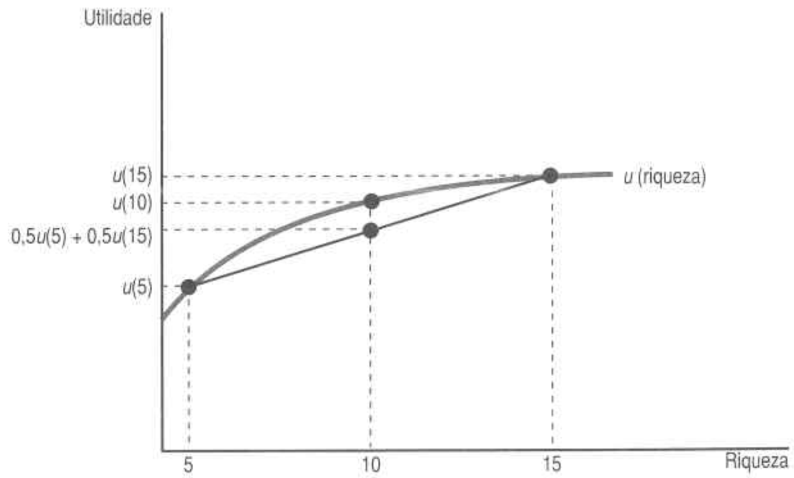

FIGURA 12.2 ***Aversão ao risco.*** *Para um consumidor avesso ao risco, a utilidade do valor esperado de riqueza, u(10), é maior do que a utilidade esperada de riqueza, 0,5u(5) + 0,5u(15).*

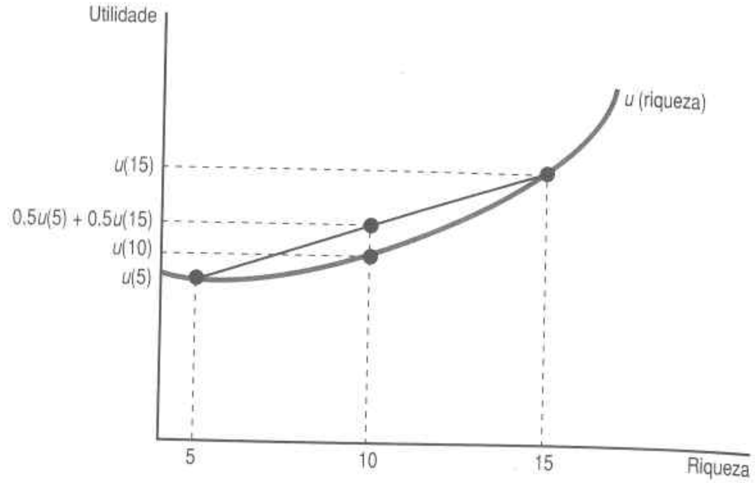

FIGURA 12.3 ***Propenso ao risco.*** *Para um consumidor propenso ao risco, a utilidade esperada de riqueza, 0,5u(5) + 0,5u(15), é maior do que a utilidade do valor esperado de riqueza, u(10).*

ao risco será o consumidor, e quanto mais convexa for a função de utilidade, mais propenso ao risco será ele.

O caso intermediário é o da função de utilidade linear. Aqui, o consumidor é **neutro ao risco**: a utilidade esperada de riqueza é exatamente igual à utilidade do seu valor esperado. Nesse caso, o consumidor não se preocupa em absoluto com os riscos a que sua riqueza esteja sujeita – preocupa-se apenas com o valor esperado dela.

EXEMPLO: Demanda por Seguros

Apliquemos a estrutura da utilidade esperada à demanda de seguros que examinamos anteriormente. Lembre-se de que, naquele exemplo, a pessoa tinha uma riqueza de US\$35.000,00 e podia sofrer uma perda de US\$10.000,00. A probabilidade de perda era de 1%, e o consumidor tinha de pagar US\$$\gamma K$ para comprar um seguro de US\$$K$. Quando examinamos esse problema de escolha com a utilização de curvas de indiferença, vimos que a escolha ótima de seguro era determinada pela condição de que a TMS entre o consumo nos dois resultados – perda ou não perda – tem de ser igual a $-\gamma/(1-\gamma)$. Seja B a probabilidade de ocorrência da perda e $(1-\pi)$ a probabilidade de não-ocorrência.

Chamemos de "estado 1" a situação que não envolva perda, de modo que a riqueza da pessoa nesse estado seja

$$c_1 = \text{US\$}35.000{,}00 - \gamma K,$$

e designemos por "estado 2" a situação de perda, com a riqueza

$$c_2 = \text{US\$}35.000{,}00 - \text{US\$}10.000{,}00 + K - \gamma K.$$

A escolha de seguro ótima do consumidor é determinada, pois, pela condição de que a TMS dele entre o consumo nos dois períodos seja igual à razão dos preços:

$$\text{TMS} = -\frac{\pi \Delta u(c_2) / \Delta c_2}{(1-\pi)\Delta u(c_1) / \Delta c_1} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}. \tag{12.1}$$

Vejamos agora o contrato de seguro do ponto de vista da empresa de seguros. Com probabilidade π, ela terá de pagar K, e com probabilidade $(1-\pi)$, não pagará nada. Aconteça o que acontecer, ela arrecada o prêmio γK. Então, o lucro esperado, P, da empresa de seguros é

$$P = \gamma K - \pi K - (1-\pi) \,.\, 0 = \gamma K - \pi K.$$

Suponhamos que, em média, a empresa de seguros tenha lucro zero no contrato. Ou seja, ela oferece o seguro a uma taxa "justa", significando essa palavra que o valor esperado do seguro é exatamente igual a seus custos. Temos então que

$$P = \gamma K - \pi K = 0,$$

o que implica que $\gamma = \pi$.

Se inserirmos isso na equação (12.1), teremos

$$\frac{\pi \Delta u(c_2) / \Delta c_2}{(1-\pi)\Delta u(c_1) / \Delta c_1} = \frac{\pi}{1-\pi}.$$

O cancelamento de π nos deixa com a condição de que a quantidade ótima de seguros tem de satisfazer

$$\frac{\Delta u(c_1)}{\Delta c_1} = \frac{\Delta u(c_2)}{\Delta c_2}. \tag{12.2}$$

Essa equação diz que a *utilidade marginal de US$1,00 de renda adicional, caso a perda ocorra, deve ser igual à utilidade marginal de US$1,00 de renda adicional, caso a perda não ocorra.*

Suponhamos que o consumidor seja avesso ao risco, de modo que sua utilidade marginal do dinheiro decresce à medida que aumenta a quantidade de dinheiro que ele tem. Então, se $c_1 > c_2$, a utilidade marginal em c_1 deverá ser menor do que em c_2 e vice-versa. Além disso, se as utilidades marginais da renda forem iguais em c_1 e c_2, como na equação (12.2), teremos então de ter que $c_1 = c_2$. Ao aplicarmos as fórmulas para c_1 e c_2, encontramos

$$35.000 - \gamma K = 25.000 + K - \gamma K,$$

o que implica que K = US$10.000,00. Isso significa que, quando um consumidor avesso ao risco tiver a oportunidade de comprar um seguro a um prêmio "justo", ele escolherá sempre comprar o seguro total.

Isso ocorre porque a utilidade da riqueza em cada estado depende unicamente da quantidade total de riqueza que o consumidor tenha nesse estado – e não da *riqueza* que ele poderia ter em algum outro estado –, de modo que se as quantidades totais de riqueza que o consumidor possuir em cada estado forem iguais, as utilidades marginais de riqueza terão de ser iguais também.

Em suma, se o consumidor for avesso ao risco, maximizador da utilidade esperada, e se ele receber uma oferta justa de seguro contra uma perda, então escolherá de maneira ótima o seguro total.

12.6 Diversificação

Voltemos agora nossa atenção para um tópico diferente que envolve a incerteza – os benefícios da diversificação. Suponhamos que você esteja pensando em investir US$100,00 em duas empresas diferentes, uma que fabrica óculos de sol e outra que faz capas para chuva. As previsões de longo prazo dos meteorologistas indicam que as probabilidades de chuva e de sol para o próximo verão são iguais. Como você investiria seu dinheiro?

Não seria sensato se resguardar, aplicando um pouco de dinheiro em cada uma das empresas? Ao diversificar suas aplicações, você pode obter um rendimento mais certo e, portanto, mais desejável, se for uma pessoa avessa ao risco.

Suponha, por exemplo, que tanto as ações da empresa produtora de capas de chuva quanto as da empresa produtora de óculos de sol custam ambas atualmente US$10,00 a unidade. Se o verão for chuvoso, as ações da empresa de capas de chuva passarão a valer US$20,00 e as da empresa de óculos terão um valor de US$5,00. Se o verão for ensolarado, os rendimentos inverter-se-ão: as ações da empresa de óculos valerão US$20,00, e as da empresa de capas de chuva, US$5,00. Se você aplicar todos os seus US$100,00 na empresa de óculos, estará fazendo uma aposta que tem 50% de chance de lhe dar US$200,00 e 50% de chance de lhe dar US$50,00. A aplicação de todo o seu dinheiro na empresa de capas de chuva proporcionaria rendimentos semelhantes: em ambos os casos, você teria um retorno esperado de US$125,00.

Veja, porém o que aconteceria se você investisse a metade do dinheiro em cada empresa. Se o verão for ensolarado, você obterá um retorno de US$100,00 por seu investimento na empresa de óculos de sol e um retorno de US$25,00 por seu investimento na empresa de capas de chuva. Se o verão for chuvoso, você obterá US$100,00 por seu investimento na empresa de capas de chuva e US$25,00 por seu investimento na empresa de óculos de sol. Em ambos os casos, você tem US$125,00 garantidos. Ao diversificar seu investimento entre as duas empresas, você pode reduzir o risco total, com o mesmo retorno esperado.

A diversificação foi muito fácil nesse exemplo: os dois ativos eram perfeitamente correlacionados de forma negativa – quando um subia, o outro caía. Pares de ativos como esse podem ser muito valiosos porque permitem reduzir o risco de forma drástica. Mas também são muito difíceis de encontrar. Os valores da maioria dos ativos movem-se juntos: quando as ações da GM estão altas, as da Ford também estão, e o mesmo ocorre com as da Goodrich. Assim, enquanto os movimentos dos preços dos ativos não forem correlacionáveis de maneira *perfeita* e positiva, haverá algum ganho na diversificação.

12.7 Distribuição do Risco

Voltemos agora ao exemplo de seguro. Nele, examinamos a situação de um indivíduo que tinha US$35.000,00 e uma probabilidade de 0,01 de perder US$10.000,00. Suponhamos que haja mil indivíduos nessa situação. Assim, ocorreriam em média dez perdas, o que perfaria uma perda total de US$100.000,00 por ano. Cada uma das mil pessoas enfrentaria uma *perda esperada* de 0,01 vezes US$10.000,00, ou seja, US$100,00 anuais. Suponhamos que a probabilidade de qualquer pessoa ter uma perda não afete a probabilidade de perdas de nenhuma outra pessoa. Isto é, suponhamos que os riscos sejam *independentes*.

Assim, cada pessoa terá uma riqueza esperada de 0,99 × US$35.000,00 + 0,01 × US$25.000,00 = US$34.900,00. No entanto, todas as pessoas também suportam um alto nível de risco: cada uma delas tem 1% de probabilidade de perder US$10.000,00.

Suponhamos que todos os consumidores decidam *diversificar* o risco que enfrentam. Como fazer? Resposta: vendendo parte de seu risco para outras pessoas. Suponhamos que os mil consumidores decidam se segurar uns aos outros: se alguém tiver uma perda de US$ 10.000,00, cada um dos mil consumidores contribuirá com US$10,00 para essa pessoa. Desse modo, a pobre vítima será compensada por sua perda, e os outros consumidores terão a tranqüilidade de saber que também serão compensados, caso sejam desfavorecidos pela sorte! Esse é um exemplo de **distribuição de risco**: cada consumidor distribui seu risco entre todos os outros consumidores e, portanto, reduz a quantidade de risco em que está incorrendo.

Em média, dez casas pegarão fogo por ano, de modo que cada uma das mil pessoas pagará US$100,00 anuais. Mas isso é só em média. Em alguns anos poderão ocorrer doze incêndios, enquanto em outros anos só oito. A probabilidade de que alguma pessoa tenha de pagar mais de US$200,00 é muito pequena mas, mesmo assim, o risco existe.

Entretanto, existe ainda um modo de diversificar esse risco. Suponhamos que os proprietários concordem em pagar US$100,00 por ano, independentemente de haver ou não perdas. Eles, então, podem formar um fundo de reserva para ser utilizado nos anos em que houver várias perdas. Eles efetuariam um pagamento certo de US$100,00 por ano e, em média, esse dinheiro seria suficiente para compensar os proprietários pelos incêndios.

Como podemos ver, temos agora algo muito semelhante a uma empresa cooperativa de seguros. Poderíamos acrescentar outras características: a empresa de seguro poderia aplicar o dinheiro do fundo de reserva e auferir juros por seus ativos, e assim por diante, mas a idéia essencial de uma empresa de seguros já está evidente.

12.8 O Papel do Mercado de Ações

O mercado de ações desempenha papel semelhante ao do mercado de seguros, no sentido de que permite distribuir o risco. Lembre-se de que, no Capítulo 11, argumentamos que o mercado de ações permitia aos proprietários originais das empresas converter um fluxo de retornos ao longo do tempo num pagamento de montante fixo. Bem, o mercado de ações também lhes permite sair da arriscada posição de ter toda a riqueza amarrada a uma única empresa e entrar numa situação na qual possuam uma quantia de montante fixo que possa ser investida numa diversidade de ativos. Os proprietários originais da empresa têm um incentivo para emitir ações a fim de distribuir seu risco entre um grande número de acionistas.

Do mesmo modo, os acionistas mais recentes podem utilizar o mercado de ações para realocar seus riscos. Se uma empresa da qual você possua ações adotar uma política que você considere por demais arriscada – ou conservadora –, você pode vender suas ações e comprar as de outra empresa.

No caso do seguro, uma pessoa conseguiu reduzir seu risco a zero com a compra de seguro. Por apenas US$100,00, a pessoa pôde comprar um seguro total contra uma perda de US$ 10.000,00. Isso foi verdade porque, basicamente, não havia risco no agregado: se a probabilidade de ocorrência da perda fosse de 1%, uma média de dez pessoas em cada mil teria perda – só não sabíamos quem.

Já no mercado de ações, existe risco no agregado. Em determinado ano, o mercado de ações como um todo pode ir bem e, em outro, ter um desempenho ruim. Alguém tem de correr esse tipo de risco. O mercado de ações oferece um meio de transferir os investimentos arriscados das pessoas que não querem correr risco para aquelas dispostas a corrê-los.

Obviamente, poucas pessoas fora de Las Vegas *gostam* de correr riscos: a maioria é avessa a eles. Assim, o mercado de ações permite transferir risco de pessoas que não querem corrê-lo para aquelas dispostas a isso, contanto que recebam uma compensação suficiente. Examinaremos essa idéia mais a fundo no próximo capítulo.

Resumo

1. O consumo em diferentes estados da natureza pode ser visto como consumo de bens, e toda a análise dos capítulos anteriores pode ser aplicada à escolha sob condições de incerteza.

2. No entanto, a função de utilidade que resume o comportamento de escolha sob incerteza pode ter uma estrutura especial. Em particular, se a função de utilidade for linear nas probabilidades, a utilidade atribuída a um jogo de azar será apenas a utilidade esperada dos diversos resultados possíveis.

3. A curvatura da função de utilidade esperada descreve as atitudes do consumidor com relação ao risco. Se ela for côncava, o consumidor será avesso ao risco; se for convexa, ele será propenso ao risco.

4. As instituições financeiras, como os mercados de seguros e de ações, proporcionam aos consumidores meios de diversificar e distribuir seus riscos.

Questões de Revisão

1. Como pode alguém atingir os pontos de consumo à esquerda da dotação na Figura 12.1?

2. Quais das seguintes funções de utilidade têm a propriedade de utilidade esperada? (a) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = a(\pi_1 c_1 + \pi_2 c_2)$, (b) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2^2$, (c) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2 + 17$.

3. Uma pessoa avessa ao risco pode escolher entre um jogo que paga US$1.000,00 com 25% de probabilidade e US$100,00 com 75% de probabilidade ou receber um pagamento no valor de US$325,00. Qual ela escolheria?

4. O que aconteceria se o pagamento fosse de US$320,00?

5. Trace uma função de utilidade que exiba comportamento de propensão ao risco para pequenos jogos e aversão ao risco para grandes jogos.

6. Por que um grupo de vizinhos teria maior dificuldade para segurar-se contra inundações do que contra incêndios?

Apêndice

Examinemos um problema simples para demonstrar os princípios da maximização da utilidade esperada. Suponhamos que o consumidor tenha uma certa riqueza, w, e esteja pensando em aplicar uma quantia x num ativo de risco. Esse ativo pode render um retorno r_g no caso "bom" ou um retorno r_b no caso "ruim". Deve-se imaginar r_g como um retorno positivo – o ativo aumenta de valor – e r_b como um retorno negativo – o ativo diminui de valor.

Assim, a riqueza do consumidor no resultado bom e no resultado ruim será

$$W_g = (w - x) + x(1 + r_g) = w + xr_g$$

$$W_b = (w - x) + x(1 + r_b) = w + xr_b .$$

Suponhamos que o resultado bom ocorra com probabilidade π e o ruim com probabilidade $(1 - \pi)$. Então, se o consumidor decidir aplicar US$$x$, a utilidade esperada será

$$EU(x) = \pi u(w + xr_g) + (1 - \pi)u(w + xr_b).$$

O consumidor quer escolher um valor de x que maximize essa expressão.

Ao diferenciarmos com relação a x, encontramos a taxa à qual a utilidade varia à medida que x varia:

$$EU'(x) = \pi u'(w + xr_g)r_g + (1 - \pi)u'(w + xr_b)r_b . \qquad (12.3)$$

A segunda derivada da utilidade com relação a x é

$$EU''(x) = \pi u''(w + xr_g)r_g^2 + (1 - \pi)u''(w + xr_b)r^2b \qquad (12.4)$$

Se o consumidor for avesso ao risco, sua função de utilidade será côncava, o que implica que $u''(w) < 0$ para todo nível de riqueza. Portanto, a segunda derivada da utilidade é, com toda certeza, negativa. A utilidade esperada será uma função côncava de x.

Imagine a variação na utilidade esperada devida à primeira unidade monetária aplicada no ativo de risco. Ela é precisamente a equação (12.3), calculando a derivada em $x = 0$:

$$EU'(0) = \pi u'(w)r_g + (1 - \pi)u'(w)r_b$$

$$= u'(w)[\pi r_g + (1 - \pi)r_b].$$

A expressão dentro dos parênteses é o **retorno esperado** do ativo. Se ele for negativo, a utilidade esperada terá de diminuir quando a primeira unidade monetária for aplicada no ativo. Mas como a segunda derivada da utilidade esperada é negativa devido à concavidade, a utilidade deve continuar a diminuir à medida que se aplique mais dinheiro.

Descobrimos, pois, que, se o *valor esperado* de um jogo for negativo, o consumidor avesso ao risco terá sua maior *utilidade esperada* em $x^* = 0$: isto é, ele não quererá aplicar dinheiro numa proposta perdedora.

Por outro lado, se o retorno esperado do ativo for positivo, o aumento de x a partir de zero aumentará a utilidade esperada. Por conseguinte, o consumidor desejará sempre aplicar um pouco no ativo de risco, não importa o quanto avesso ao risco ele seja.

A Figura 12.4 ilustra a utilidade esperada como função de x. Na Figura 12.4A, o retorno esperado é negativo, e a escolha ótima é $x^* = 0$. Na Figura 12.4B, o retorno esperado é positivo durante um certo intervalo, de modo que o consumidor desejará aplicar uma quantia positiva, x^*, no ativo.

A quantidade ótima de investimento do consumidor será determinada pela condição de que a derivada da utilidade esperada com relação a x seja igual a zero. Como a segunda derivada da utilidade é automaticamente negativa devido à concavidade, isso será um máximo global.

Ao fazermos (12.3) igual a zero, teremos

$$EU'(x) = \pi u'(w + xr_g)r_g + (1 - \pi)u'(w + xr_b)r_b = 0. \qquad (12.5)$$

Essa equação determina a escolha ótima de x para o consumidor em questão.

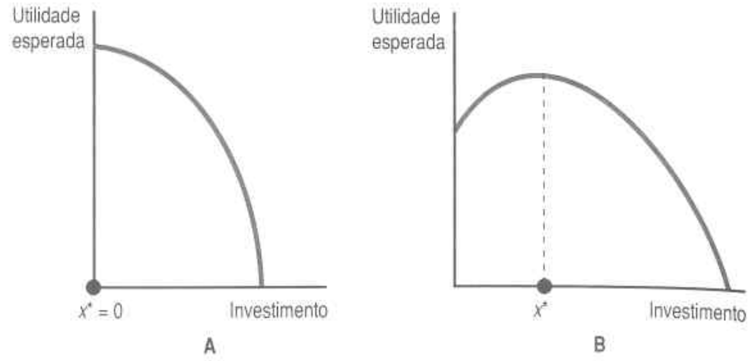

FIGURA 12.4 ***Quanto investir no ativo de risco.*** *No painel A, o investimento ótimo é zero, mas no painel B o consumidor quer investir uma quantidade positiva.*

EXEMPLO: O Efeito da Tributação sobre o Investimento em Ativos de Risco

Como o nível de investimento num ativo de risco se comporta quando seu rendimento é taxado? Se a pessoa paga impostos à taxa t, os rendimentos após impostos serão de $(1-t)r_g$ e $(1-t)r_b$. Portanto, a condição de primeira ordem que determina o investimento ótimo, x, será

$$EU'(x) = \pi u'(w + x(1-t)r_g)(1-t)r_g + (1-\pi)u'(w + x(1-t)r_b)(1-t)r_b = 0.$$

Ao cancelarmos os termos $(1-t)$, teremos

$$EU'(x) = \pi u'(w + x(1-t)r_g)r_g + (1-\pi)u'(w + x(1-t)r_b)r_b = 0. \quad (12.6)$$

Representemos por x^* a solução do problema de maximização sem impostos – quando $t = 0$ – e por $\hat{x}$ a solução do problema de maximização com impostos. Qual a relação entre x^* e $\hat{x}$?

Sua primeira reação talvez seja a de pensar que $x^* > \hat{x}$ – que a taxação de um ativo de risco tenderá a desincentivar o investimento nele. Mas esse raciocínio está errado! Na verdade, a tributação de um ativo de risco, conforme descrevemos, *incentivará* o investimento nele!

De fato, existe uma relação exata entre x^* e $\hat{x}$. Devemos ter que

$$\hat{x} = \frac{x^*}{1-t}.$$

A prova consiste apenas em observar que esse valor de $\hat{x}$ satisfaz a condição de primeira ordem para a escolha ótima na presença do imposto. Se substituirmos essa escolha na equação (12.6), teremos

$$EU'(\hat{x}) = \pi u'(w + \frac{x^*}{1-t}(1-t)r_g)r_g$$

$$+ (1-\pi)u'(w + \frac{x^*}{1-t}(1-t)r_b)r_b$$

$$= \pi u'(w + x^* r_g)r_g + (1-\pi)u'(w + x^* r_b)r_b = 0,$$

onde a última igualdade segue-se do fato de que x^* é a solução ótima quando não há imposto.

O que acontece aqui? Como a aplicação de um imposto pode aumentar a quantidade investida no ativo de risco? Eis o que ocorre. Quando o imposto é aplicado, a pessoa ganha menos no caso bom, mas também perde *menos no caso ruim*. Ao elevar seu investimento pelo fator $1/(1-t)$, o consumidor pode reproduzir os mesmos *retornos após os impostos* que tinha antes de incidir a tributação. O imposto reduz seu ganho esperado mas também reduz seu risco: aumentando seu investimento, o consumidor pode obter a mesma estrutura de retorno que tinha anteriormente e, portanto, anular completamente o efeito do imposto. O imposto sobre um investimento de risco representa um imposto sobre o ganho quando o retorno é positivo – mas representa um subsídio sobre as perdas quando o rendimento é negativo.