ELSEVIER

Questões ANPEC

Bruno Henrique Versiani Schröder
Cristiane Alkmin J. Schmidt
Jefferson Donizeti Pereira Bertolai
Paulo C. Coimbra
Rafael Martins de Souza
Rodrigo Leandro de Moura
Victor Pina Dias

2ª Edição Revista e Atualizada

Microeconomia

Questões comentadas das provas de 2003 a 2012

Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt
(organizadora)

CAMPUS
CONCURSOS

3

Teoria da Firma

PROVA DE 2003

Questão 3

Segundo as teorias da produção e da oferta da firma:

⓪ A função de produção $f(x_1, x_2) = (x_1^b + x_2^b)^a$, em que $b > 0$ e $a > 0$, apresentará retornos crescentes de escala se $ba > 1$.

① É possível ter-se produtos marginais decrescentes para todos os fatores de produção e, ainda assim, ter-se retornos crescentes de escala.

② Na função de produção $F(K, L) = 2\,K^{0,7}L^{0,5}$, a Taxa marginal de Substituição técnica de trabalho por capital é constante.

③ A variação no excedente do produtor quando os preços mudam de p_1 para p_2 é igual à metade da área à esquerda e acima da curva de custo marginal entre os preços p_1 e p_2.

④ Se o produto marginal de um fator variável está acima do produto médio, este último estará crescendo.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Para verificarmos os retornos de escala, consideremos um acréscimo proporcional nos insumos: $(\lambda x_1, \lambda x_2)$. Desse modo, teremos:

$$f((\lambda x_1, \lambda x_2) = ((\lambda x_1)^b + (\lambda x_2)^b)^a = (\lambda^b\,(x_1{}^b + x_2{}^b))^a = \lambda^{ba}\,(x_1{}^b + x_2{}^b)^a = \lambda^{ba} f(x_1, x_2).$$

Os retornos de escala serão crescentes quando ba>1.

(1) Verdadeiro.

Os **retornos de escala** dizem respeito ao que acontece com a produção quando todos os insumos variam numa mesma proporção. É, pois, um conceito de longo prazo. Por outro lado, o **rendimento marginal decrescente** descreve o que acontece com a produção marginal (que diminui) em resposta a um aumento da utilização de apenas um dos insumos, mantendo-se todos os demais fixos. É, portanto, um conceito de curto prazo.

Como são conceitos diferentes, uma função pode apresentar retornos crescentes de escala e rendimentos marginais decrescentes ao mesmo tempo.

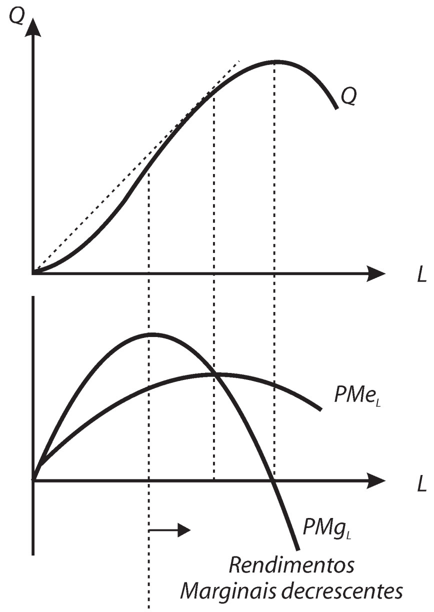
Por exemplo: Seja a função de produção $f(x_1, x_2) = x_1^{3/4}\, x_2^{3/4}$.

Como a soma dos expoentes é maior que um (6/4 > 1), a função apresenta retornos crescentes de escala.

Por outro lado, o produto marginal do insumo i, que é dado por: $PMg_i = \frac{3}{4} x_i^{-1/4} x_j^{3/4}, i = 1,2; \quad j \neq i$, é descrente, pois a derivada do *PMgi* com relação ao insumo i é negativa, ou seja:

$$\frac{\partial PMg_i}{\partial x_i} = -\frac{3}{16} x_i^{-5/4} . x_j^{3/4} < 0, i = 1,2; \quad j \neq i.$$

Ver item 0, questão 5, da prova da ANPEC de 2005.



(2) Falso.

A Taxa Marginal de Substituição Técnica (trabalho por capital ou capital por trabalho) de uma Cobb-Douglas será sempre uma função da razão dos insumos, por ser uma função homogênea. De forma geral, das funções homogêneas, somente a substituto perfeito terá a TMgST constante.

Para mostrar que a Cobb-Douglas não apresenta uma TMgST constante, vamos calculá-la:

$$TMgST_{L \to k} = -\frac{dL}{dK} = +\frac{PMg_k}{PMg_L} = +\frac{2(0,7)K^{-0,3}L^{0,5}}{2(0,5)K^{0,7}L^{-0,5}} \Rightarrow TMgST = +\frac{7}{5}\frac{L}{K}.$$

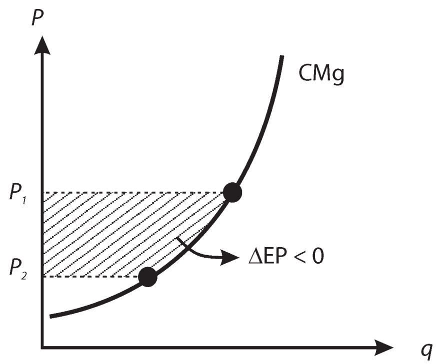
Observa-se que esta é a TMgST, onde substituímos L por mais K. Na definição usual de TMgST temos o contrário: substituímos K por mais L. De qualquer forma, podemos notar que ela não é constante, como é o caso de uma função do tipo "substitutos perfeitos".

(3) Falso.

Se $p_1 > p_2$, a variação no excedente do produtor é igual à área formada entre as seguintes curvas:

1. Abaixo de P1.
2. Acima de P2.
3. À esquerda do CMg.

Se a situação inicial era P1 e a final é P2, então houve uma variação negativa do mencionado excedente.



(4) Verdadeiro.

Quando o produto médio do fator variável for crescente, o produto marginal estará acima do produto médio.

Questão 4

Em relação à teoria dos custos, analise as proposições:

⓪ Seja $4y^2 + 100y + 100$ o custo total de uma firma, em que y é o produto. Se y = 25, o custo variável médio será 204.

① Seja $S_i(p) = p/2$ a curva de oferta da firma i. Se forem produzidas 3 unidades, o custo variável total será 9.

② Sejam $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^{1/2}$ a função de produção de uma firma e w_1 e w_2, os preços de x_1 e x_2, respectivamente. Supondo que $w_1 > w_2$, a minimização de custos requer que $x_1 = 0$.

③ Seja $c(y) = 3y + 10$, para $y > 0$, função de custo de curto prazo de uma firma. Para $c(0) = 6$, o custo quase fixo será 4.

④ Uma firma opera duas plantas. Para minimizar custos, esta firma deve aumentar a produção na planta onde o custo médio for menor e reduzir a produção onde o custo médio for maior.

Resolução:

(0) Falso.

Dado o custo total da firma: $CT = 4y^2 + 100y + 100$.

Temos que o custo variável será: $CV = 4y^2 + 100y$.

E, portanto, o custo variável médio será: $CVMe = \frac{CV}{y} = 4y + 100$.

Avaliando o CVMe quando y = 25, teremos CVMe (25) = 200.

Ver item 4, questão 3, da prova da ANPEC de 2004.

(1) Verdadeiro.

Sabendo que a curva de oferta de uma firma corresponde à curva de custo marginal para o nível de produção acima daquele para o qual o preço iguala-se ao custo variável médio, temos que a curva de custo marginal correspondente será dada por: p = 2q.

A curva de custo variável pode, então, ser obtida através de integral da curva de custo marginal, variando de 0 a 3, da seguinte forma:

$$CV = \int_0^3 CMg\,dq = \int_0^3 2q\,dq = q^2 \Big|_0^3 = 3^2 - 0^2 = 9.$$

(2) Verdadeiro.

Se a função de produção da firma no curto prazo for dada por: $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^{1/2}$, podemos notar que os insumos são substitutos perfeitos na produção. Desse modo, se $w_1 > w_2$ então, a firma só empregará o insumo 2 e, portanto, $x_1 = 0$.

(3) Verdadeiro.

Sabendo-se que a função custo de curto prazo é igual a: $c(y) = 3y + 10$, y > 0. Se $c(0) = 6$, isso implica que, quando y > 0, há um custo quase fixo de 4.

Ver item 3, questão 3, da prova da ANPEC de 2004.

(4) Falso.

Para uma firma que tem duas plantas minimizar custos, ela deve, a partir do problema de Min CT, sujeita a um dado nível total de produção, respeitar a igualdade $CMg_1(q_1) = CMg_2(q_2)$. E esta decisão independe da relação com o custo médio.

Em outras palavras, uma firma que opera com duas plantas, minimizará o seu $CT = CT_1 + CT_2$, resolvendo o seguinte problema:

$\text{Min}(y_1, y_2) CT = c_1(y_1) + c_2(y_2)$.

Sujeito a $y_1 + y_2 = \overline{Y}$

Ver item 2, questão 3, da prova da ANPEC de 2004.

PROVA DE 2004

Questão 3

Em relação à teoria da produção, analise as seguintes questões:

⓪ Seja a função de produção $f(x_1, x_2) = 10 \min \{3x_1, 2x_2 + x_2\}$, em que x_1 e x_2 são os insumos. Pode-se afirmar que, no ponto $(x_1, x_2) = (20, 40)$, a isoquanta tem uma quebra (vértice).

① Considere uma função de produção com apenas dois insumos e que esses insumos sejam substitutos perfeitos. Esta função de produção é compatível tanto com retornos constantes, quanto com retornos crescentes ou com retornos decrescentes de escala.

② Uma firma opera com duas plantas cujos custos são $c_1(y_1) = y_1^2 + 45$ e $c_2(y_2) = 3y_2^2 + 20$, respectivamente. y_1 e y_2 são as quantidades produzidas. Se $y_1 + y_2 = 12$, a produção da segunda planta, y_2, será igual a 3.

③ A função de custo de curto prazo de uma firma é $c(y) = 3y+10$ para $y>0$ e $c(0) = 6$, em que y é a quantidade produzida. O custo quase fixo da firma é igual a 10.

④ O custo total de uma firma é expresso por: $4y^2 + 100y + 100$ (y é a quantidade). Caso $y = 25$ unidades, o custo variável médio será 200.

Resolução:

(0) Falso.

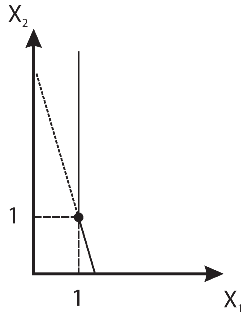
O conjunto de pontos em que ocorrem quebras nas isoquantas é definido por: $3x_1 = 2x_1 + x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$, o que não é o caso do ponto $(x_1, x_2) = (20,40)$, pois não é um ponto que está no vértice.

Para desenhar o gráfico é necessário fazer o mínimo entre as duas curvas abaixo:

Se $Q = 10\,(3X_1) \Rightarrow X_1 = Q/30$.

Se $Q = 10\,(2X_1+X_2) \Rightarrow X_2 = Q/10 - 2X_1$.

Se $Q = 30$, $X_1 = 1$ e $X_2 = 1$ (veja o gráfico).



(1) Verdadeiro.

A função de produção do tipo $f(X_1, X_2) = (X_1 + X_2)^{\varepsilon}$, $\varepsilon > 0$ pode apresentar retornos crescentes, decrescentes e constantes, dependendo do parâmetro ε.

Para verificarmos os retornos de escala, consideremos um acréscimo proporcional nos insumos: $(\lambda x_1, \lambda x_2)$. Desse modo, teremos:

$f(\lambda x_1, \lambda x_2) = (\lambda x_1 + \lambda x_2)^{\varepsilon} = \lambda^{\varepsilon}(x_1 + x_2)^{\varepsilon} = \lambda^{\varepsilon} f(x_1 + x_2)$.

Se $\varepsilon \in (0, 1)$, então a função de produção apresenta retornos decrescentes de escala.

Se $\varepsilon = 1$, então a função de produção apresenta retornos constantes de escala.

Se $\varepsilon > 1$, então a função de produção apresenta retornos crescentes de escala.

(2) Verdadeiro.

Uma firma, que opera com duas plantas, minimizará o seu $CT = CT_1 + CT_2$ resolvendo o seguinte problema:

$Min_{(y_1, y_2)} CT = c_1(y_1) + c_2(y_2)$.

Sujeito a $y_1 + y_2 = 12$.

Resolvendo por Lagrange teremos: $L = [y_1^2 + 45 + 3y_2^2 + 20] + \lambda[12 - y_1 - y_2]$.

Das duas primeiras CPO, teremos que: $c_1'(y_1) = c_2'(y_1)$. Assim, a sua produção ótima em cada fábrica requererá que o custo marginal de produção em cada uma seja o mesmo, isto é, que $c_1'(y_1) = c_2'(y_1)$. Usando as funções dadas no problema, teremos que: $y_1 = 3y_2$.

Da última CPO (da restrição), teremos $y_1 + y_2 = 12$.

Com estas duas equações, e porque há duas incógnitas, o sistema é determinado. A conclusão é que $y_1^* = 9$ e $y_2^* = 3$.

Ver item 4, questão 4, da prova da ANPEC de 2003.

(3) Falso.

Sabendo-se que a função custo de curto prazo é igual a: $c(y) = 3y + 10$, $y > 0$. Se $c(0) = 6$, isto implica que quando $y > 0$ o custo quase fixo é igual a $10 - 6 = 4$.

Ver item 3, questão 4, da prova da ANPEC de 2003.

(4) Verdadeiro.

Dado o custo total da firma: $CT = 4y^2 + 100y + 100$.

Temos que o custo variável será: $CV = 4y^2 + 100y$.

E, portanto, o custo variável médio será: $CVMe = \frac{CV}{y} = 4y + 100$.

Avaliando o CVMe, quando y = 25, teremos CVMe (25) = 200.

Ver item (0), questão 4, da prova da Anpec de 2003.

Questão 4

As vendas de ingressos para os jogos de um time de futebol dependem do número de vitórias do time por temporada e do preço dos ingressos. Em outras palavras, a função demanda pelos ingressos é dada por $q = N(20 - p)$, em que p é o preço dos ingressos, q é a quantidade de ingressos (em milhares) e N é a proporção de jogos ganhos. O time pode aumentar N se investir C reais (em milhares) na contratação de novos talentos. Neste caso, tem-se que $N = 0{,}7 - \frac{1}{C}$. Assuma que o custo marginal de vender um ingresso seja zero. São corretas as afirmativas:

⓪ O preço dos ingressos que maximiza os lucros da firma é 10.

① O valor do investimento em jogadores, C, que maximiza os lucros é 5 (em milhares).

② O lucro máximo da firma é 60 (em milhares).

③ A receita total no ponto de ótimo é 60 (em milhares).

④ A proporção ótima de vitórias é 0,5.

Resolução:

O problema de maximização de lucros da firma é determinar o preço do ingresso (p) e a quantia a investir na contratação de talentos (c). A função lucro é dada por:

$$Max\pi = p[N(20-p)] - C = p\left[\left(0,7-\frac{1}{C}\right)(20-p)\right] - c$$

$$\frac{d\pi}{dp} = 20\left(0,7-\frac{1}{c}\right) - 2\left(0,7-\frac{1}{c}\right)p = 0 \Rightarrow 20 - 2p = 0 \Rightarrow p = 10$$

$\dfrac{d\pi}{dC} = \dfrac{(20-p)p}{C^2} - 1 = 0 \Rightarrow C^2 = (20-p)p$. Usando o fato de que p = 10, temos que: c = 10.

Os demais resultados seguem:

$N = \left(0,7-\dfrac{1}{C}\right) = 0,6$ (proporções de vitórias);

$q = [N(20-p)] = 6$ (unidades demandadas de ingressos, em milhares);

RT = p.q = 10.6 = 60 (receita total);

π = RT – CT = 60 – 10 = 50 (lucro total).

(0) Verdadeiro. P = 10.
(1) Falso. C = 10
(2) Falso. π = 50.
(3) Verdadeiro. RT = 60.
(4) Falso. N = 0,6.

PROVA DE 2005

Questão 4

Suponha que uma firma tenha a função de produção $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 4\sqrt{2x_2 + x_3}$, que os preços dos fatores sejam $w_1 = 10$, $w_2 = w_3 = 4$, respectivamente, e que o nível almejado de produto seja $y = 24$. Se o objetivo da firma for minimizar custos:

⓪ Utilizará uma quantidade positiva do fator 1, isto é, $x_1 > 0$.
① A quantidade ótima do fator 3 é zero, ou seja, $x_3 = 0$.
② Utilizara 18 unidades do fator 2, isto é, $x_2 = 18$.
③ O custo mínimo será 72.
④ No ponto de escolha ótima (das quantidades dos fatores) o produto marginal de x_2 é $\frac{2}{5}$.

Resolução:

Para resolver o problema da firma é necessário minimizar o custo sujeito a $Q = x_1 + 4\sqrt{2x_2 + x_3}$:

$$Min(w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3) + \lambda[\overline{Q} - x_1 - 4(2x_2 + x_3)^{1/2}]$$

Este problema, envolvendo três variáveis, pode ser resolvido por Kuhn-Tucker,[1] mas é muito trabalhoso e inexequível para uma questão de concurso, que tem tempo limitado, não fosse pela análise que se pode fazer de uma função **substituto perfeito**.

Observamos que, pelos dados do problema, $w_2 = w_3 = 4$, isto é, que os preços dos insumos x_2 e x_3 são iguais. Mas, pela função de produção, o insumo x_2 é mais produtivo que o insumo x_3. Então, se a firma quer minimizar custo, ela optará por não utilizar o insumo x_3. Isto é: $x_3^* = 0$.[2]

Assim, excluímos do problema o fato de ter três variáveis e resolvemos por Kuhn-Tucker com duas variáveis, apresentando uma função quase linear na sua restrição tecnológica.

Ou seja:

$$Min(10x_1 + 4x_2) + \lambda[24 - x_1 - 4\sqrt{2x_2}] + \mu_1 x_1 + \mu_2 x_2$$

Condição de primeira ordem (CPO):

$$\langle 1 \rangle \ \frac{dL}{dx_1} = 0 \Rightarrow 10 - \lambda + \mu_1 = 0$$

$$\langle 2 \rangle \ \frac{dL}{dx_2} = 0 \Rightarrow 4 - \left(4\frac{1}{2}(2x_2)^{-1/2}2\right)\lambda + \mu_2 = 0 \Rightarrow 4 - \frac{4}{(2x_2)^{1/2}}\lambda + \mu_2 = 0$$

$$\langle 3 \rangle \ \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 24 = x_1 + 4\sqrt{2x_2}$$

$$\langle 4 \rangle \ \mu_1 x_1 = 0$$

$$\langle 5 \rangle \ \mu_2 x_2 = 0$$

---

[1] Kuhn Tucker é uma generalização do método dos multiplicadores de Lagrange, em que se admite soluções de canto. Para mais informações, ver SIMON e BLUME. Capítulo 21, item 21.5, 1994, p. 532.

[2] De forma geral, se os preços dos fatores fossem diferentes, teríamos que analisar a inclinação da isoquanta: x – 3 = y – 2x – 2, que no caso apresenta TMgST = 2, e compará-la com a inclinação do isocusto, que é o preço relativo $\frac{w_2}{w_3}$ =1. Como TMgST > $\frac{w_2}{w_3}$, o empresário escolherá tudo de X_2 e nada de X_3.

(A) Solução interior:

$x_1 > 0 \Rightarrow \mu_1 = 0$

$x_2 > 0 \Rightarrow \mu_2 = 0$

De $\langle 1 \rangle$, $10 = \lambda$

De $\langle 2 \rangle$ $4 - \dfrac{4}{(2x_2)^{\frac{1}{2}}}\lambda = 0$

De $\langle 1 \rangle$ em $\langle 2 \rangle$: $(2x_2)^{1/2} = 10 \Rightarrow 2x_2 = 100 \Rightarrow x_2^* = 50$

Em $\langle 3 \rangle$: $24 = x_1 + 4\sqrt{2x_2} \Rightarrow 24 = x_1 + 4\sqrt{100} \Rightarrow x_1^* = 16$

$CT_1 = (10.16) + (4.50) + (4.0) = 316$

(B) Solução de canto I:

$\mu_1 > 0 \Rightarrow x_1 > 0$

$\mu_2 = 0 \Rightarrow x_2 > 0$

De $\langle 3 \rangle$, $24 = 0 + 4\sqrt{2x_2} \Rightarrow 6 = \left(2x_2\right)^{1/2} \Rightarrow x_2^* = 18 \Rightarrow x_1^* = x_3^* = 0$

$CT_2 = (10 \,.\, 0) + (4 \,.\, 18) + (4 \,.\, 0) = 72$

(C) Solução de canto II:

$\mu_1 = 0 \Rightarrow x_1 > 0$

$\mu_2 > 0 \Rightarrow x_2 = 0$

De $\langle 3 \rangle$, $24 = x_1^* \Rightarrow x_2^* = x_3^* = 0$

$CT_3 = (10 \,.\, 24) + (4 \,.\, 0) + (4 \,.\, 0) = 240$

(0) Falso.

Dentre as três soluções acima, aquela que minimiza o custo total da firma é a solução de canto I (B), com $CT_2 = 72$.

(1) Verdadeiro.

Como já foi mencionado logo no início da resolução deste exercício: $x_3^* = 0$.

(2) Verdadeiro.

Veja a solução de canto I acima: $x_2^* = 18$.

(3) Verdadeiro.

Veja a solução de canto I acima: $CT_{min} = 72$.

(4) Falso.

De $Q = x_1 + 4(2x_2)^{1/2} \Rightarrow PMg_{x_2} = \dfrac{dQ}{dx_2} = 4 \cdot \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{(2x_2)^{1/2}} \cdot 2 \Rightarrow PMg_{x_2} = \dfrac{4}{(2x_2)^{1/2}}$

Se $x_2 = 18$, então, $PMg_{x_2} = \dfrac{4}{\left[(2)(18)\right]^{1/2}} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

Questão 5

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

⓪ Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala.

① Uma função de produção de proporções fixas apresenta retornos constantes de escala.

② Da mesma forma que para as funções de utilidade, operar transformações monotônicas crescentes nas funções de produção não altera os resultados da análise.

③ A convexidade das isoquantas implica que a Taxa Marginal de Substituição Técnica entre os bens seja decrescente.

④ Considere que para um baixo nível de utilização de um fator variável, seu produto marginal seja positivo e crescente. Se a partir de um certo ponto este fator apresentar produto marginal positivo e decrescente, então, a partir deste mesmo ponto, o produto médio do fator também será decrescente.

Resolução:

(0) Falso.

Os **retornos de escala** dizem respeito ao que acontece com a produção quando todos os insumos variam numa mesma proporção. É, assim, um conceito de longo prazo. Por outro lado, o **rendimento marginal decrescente** descreve o que acontece com a produção (que diminui) em resposta a um aumento da utilização de apenas um dos insumos, mantendo-se todos os demais fixos. É, portanto, um conceito de curto prazo.

Como são conceitos diferentes, uma função pode apresentar retornos crescentes de escala e rendimentos marginais decrescentes ao mesmo tempo.

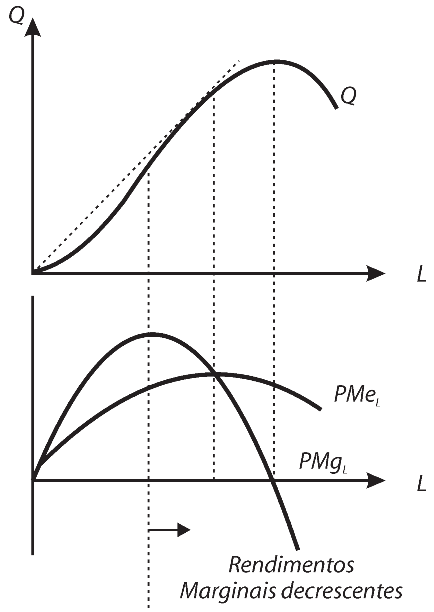
Por exemplo: Seja a função de produção $f(, x_2) = x_1^{3/4}\, x_2^{3/4}$.

Como a soma dos expoentes é maior do que um (6/4 > 1), a função apresenta retornos crescentes de escala.

Por outro lado, o produto marginal do insumo i, que é dado por: $PMg_i = \frac{3}{4} x_i^{-1/4} . x_j^{3/4}, i = 1,2; j \neq i$ é descrente, pois a derivada do PMgi com relação ao insumo i é negativa, ou seja:

$$\frac{PMg_i}{\partial x_i} = -\frac{3}{16} x_i^{-5/4} . x_j^{3/4} < 0, i = 1,2; j \neq i.$$

Ver item 1, questão 3, da prova da ANPEC de 2003.



(1) Falso.

Uma função de produção do tipo $Q = [Min\{aK, bL\}]^{\alpha}$ é de proporções fixas, mas não apresenta, necessariamente, retornos constantes de escala, como estamos acostumados a ver a tradicional função de produção Leontief, que tem o formato: $Q = Min\{aK, bL\}$.

No caso geral, os rendimentos podem ser crescentes, decrescentes ou constantes, dependendo do parâmetro α, como podemos perceber abaixo:

$$Q = (tK,tL) = [Min\{a(tK),b(tL)\}]^{\alpha} = t^{\alpha}[Min\{aK,bL\}]^{\alpha} = t^{\alpha}Q(K,L)$$

(2) Falso.

A Teoria do Consumidor, embora tenha muitas semelhanças, difere da Teoria da Firma em alguns pontos. Um deles diz respeito ao valor da curva de indiferença e ao da isoquanta. Na Teoria do Consumidor, que tem como base a teoria ordinal, não importa o valor em si das curvas de indiferenças, mas a ordem com que elas estão dispostas e o fato desta ordem ser preservada por uma transformação monotônica crescente. Já na Teoria da Firma, que tem como base a teoria cardinal, a quantidade produzida é relevante. Cada isoquanta mede, portanto, uma determinada quantidade de produção. Assim, uma transformação monotônica crescente, como pergunta a questão em tela, não preserva o valor de quanto uma empresa está produzindo. Por isso, a questão é Falsa.

Ver item 0, questão 5, da prova da ANPEC de 2008.

(3) Anulada.

A questão seria **verdadeira** se na frase estivesse explícita a palavra **estrita**, pois uma função de produção bem-comportada, como por exemplo a Cobb-Douglas, apresenta convexidade estrita. Isso significa que a média ponderada de duas **cestas de insumos** é estritamente preferida às duas cestas extremas. Neste caso, a Taxa marginal de Substituição técnica (inclinação da isoquanta) é decrescente, ou seja, quanto mais temos de um insumo, menos propensos estamos em abrir mão deste em troca do outro insumo (não bens).

A questão seria **falsa** da forma como está escrita, pois neste caso, como não está escrita a palavra **estrita**, haveria o contraexemplo da função de produção do tipo substitutos perfeitos, que é convexa, mas não estritamente convexa. Neste caso, a TMgST entre os insumos (não bens, como aponta a questão) é constante.

(4) Falso.

O contraexemplo é dado com uma função de produção cúbica. Quando esta muda de concavidade, atingindo o máximo da PMg, e passando a crescer a taxas decrescentes, até onde a função de produção apresenta a sua maior tangente se partirmos do eixo, o Pmg é decrescente, a Pme é crescente e PMg > PMe. (Veja o gráfico no item (0)

PROVA DE 2006

Questão 3

Com respeito à Teoria da Produção, avalie as afirmativas:

⓪ A função de produção $Q(x,y) = x^{0,3}\,y^{1,2}$ tem rendimentos crescentes de escala e os dois fatores, *x* e *y*, estão sujeitos à lei dos rendimentos marginais decrescentes.

① A função de produção $Q(x,y) = min\{x,4y\}$, em que os preços dos fatores são fixos e estritamente positivos, apresenta um único caminho de expansão.

② Se a função de produção for $Q(x,y) = x^{0,2}\,y^{0,3}$, se o orçamento para produção for limitado em 100 e se $p_x = 5$ e $p_y = 10$, então no ponto ótimo de produção ter-se-á: $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$.

③ Se a função de produção for $Q(x,y) = x^{0,2}\,y^{0,3}$, então o produto marginal será sempre superior ao produto médio para qualquer nível não nulo de emprego do fator variável.

④ Se a função de produção for $Q(x,y) = x + 4y + 2$ e se $p_x = 5$ e $p_y = 10$, para produzir 102 unidades a firma utilizará zero unidade de *x* e 25 unidades de *y*.

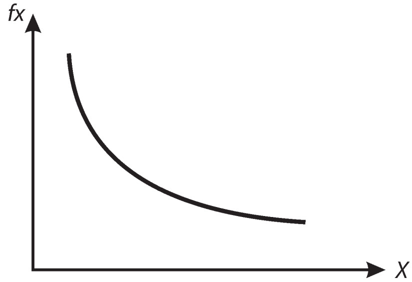
Resolução:

(0) Falso.

A função de produção $Q(x,y) = x^{0,3}\,y^{1,2}$ tem rendimentos crescentes de escala, pois a soma de seus expoentes é maior que 1, isto é, 0,3 + 1,2 = 1,5 > 1. Mas apenas o fator *x* está sujeito à lei dos rendimentos marginais decrescentes, uma vez que, se derivarmos a PMg_x e a PMg_y para sabermos a inclinação destas curvas, obteremos $\frac{dPMg_X}{dx} < 0,\ mas\ \frac{dPMgY}{dy} > 0$, como podemos ver nos cálculos abaixo:

$\frac{dQ}{dx} = 0,3x^{-0,7}y^{1,2} \Rightarrow \frac{d^2Q}{dx^2} = (-0,7)0,3x^{-1,7}y^{1,2} < 0 \Rightarrow$ Apresenta retornos marginais decrescente para o fator *x*.

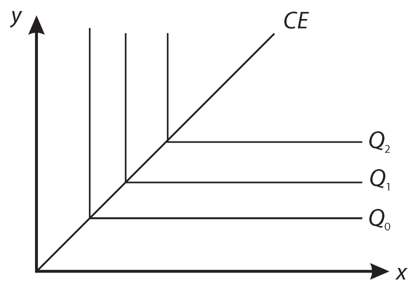
$\frac{dQ}{dy} = 1,2x^{0,3}y^{0,2} \Rightarrow \frac{d^2Q}{dy^2} = (0,2)1,2x^{0,3}y^{-0,8} > 0 \Rightarrow$ Não apresenta retornos marginais decrescentes para o fator *y*.



(1) Verdadeiro.

O caminho de expansão é o lócus dos pontos de ótimo do problema de minimização de custo da firma, quando se amplia a produção. Ou seja, assumindo como fixos os preços dos insumos, a curva mostra como os insumos variam quando a produção aumenta. O caminho de expansão é uma reta para as funções homogêneas, como é o caso das funções de elasticidade de substituição constante (CES).

Para a função Q(x,y) = min{x, 4y}, seu caminho de expansão é derivado da seguinte igualdade: $x = 4y$, onde $y = \frac{1}{4}x$ é a reta do caminho de expansão.



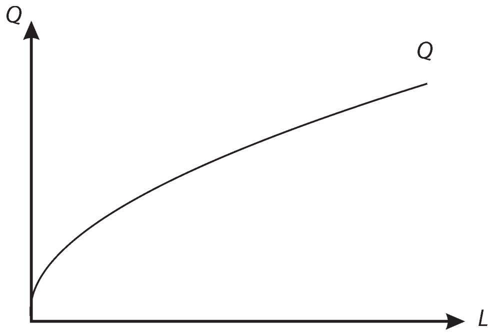
(2) Verdadeiro.

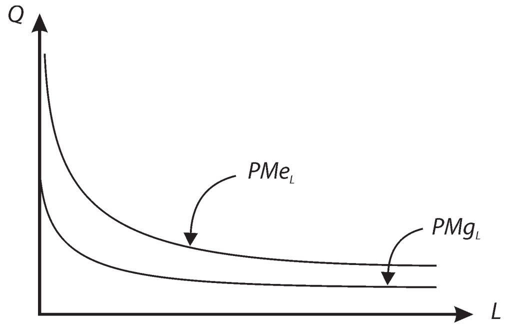
O problema dual da firma é: maximizar a função de produção $Q(x,y) = x^{0,2} y^{0,3}$ sujeita à $CT = 100$. Sabe-se que $p_x = 5$ e $p_y = 10$, logo, em equilíbrio, teremos:

$$\frac{PMg_x}{PMg_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{0,2x^{-0,8}y^{0,3}}{0,3x^{0,2}y^{-0,7}} = \frac{5}{10} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

(3) Falso.

A função de produção $Q(x,y) = x^{0,2} y^{0,3}$ tem rendimentos decrescentes de escala, pois 0,2 + 0,3 = 0,5 < 1. Logo, a função de produção é côncava, onde se observa PMe > PMg para um dado L.

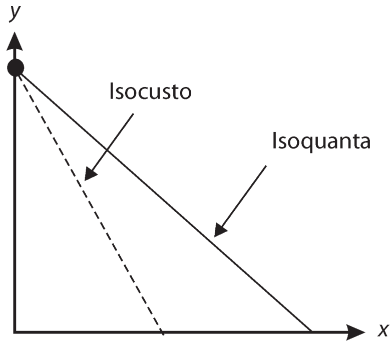




(4) Verdadeiro.

Na função de produção $Q(x,y) = x + 4y + 2$ os insumos são substitutos perfeitos, e podemos reescrevê-la como sendo $Q(x,y) - 2 = x + 4y \Rightarrow y = 25 - \frac{1}{4}x$ e notar que a TMgST = 1/4.

Por outro lado, notemos que a relação de preços é tal que: $\frac{P_X}{P_Y} > \frac{PMg_X}{PMg_Y}$. Assim, o empresário, para produzir 102 unidades de produto, escolherá: $x^* = 0 \Rightarrow y^* = 25$.



Questão 4

Com respeito à teoria dos custos, avalie as afirmativas:

⓪ O trecho decrescente da curva de custo marginal está associado à existência de rendimentos marginais crescentes do fator variável.

① No curto prazo, para o nível de produção *q*, a integral da função de custo marginal de *0* a *q*, de uma firma, indica o valor do custo variável total da produção de *q* unidades.

② A existência de uma curva de aprendizagem significa que a quantidade de fatores requeridos por unidade de produto declina em função do aumento de produção acumulada da empresa.

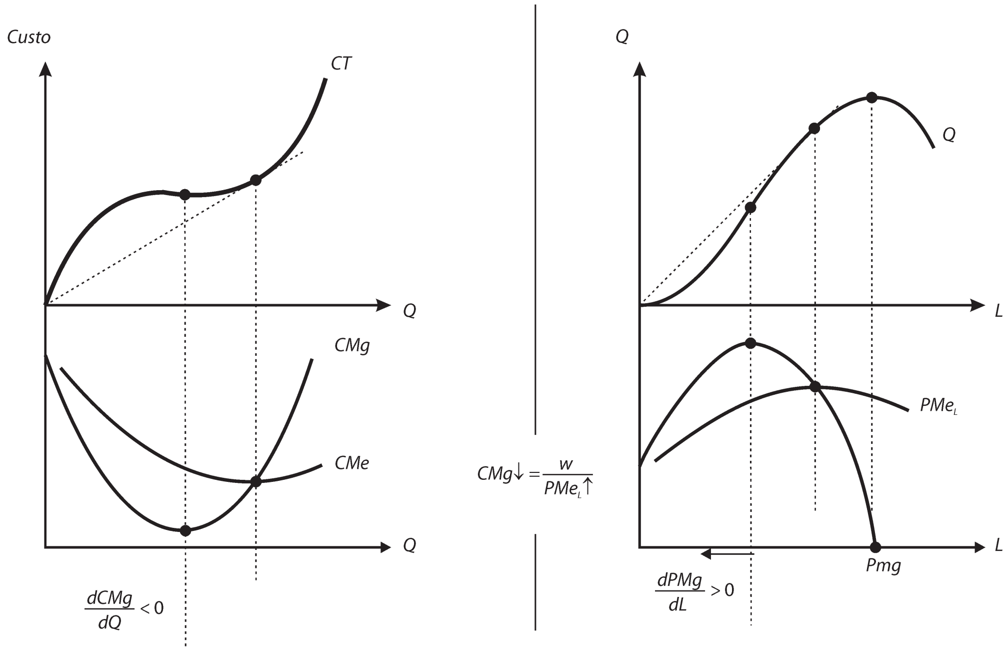
③ Dada a quantidade produzida, se a elasticidade do custo em relação à produção for maior que a unidade, na margem, um aumento de produção reduzirá o custo médio.

④ No monopólio natural, o custo marginal é superior ao custo médio e o custo médio é declinante em toda a amplitude relevante de produção.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Pela dualidade entre as duas curvas, $CMg = \dfrac{w}{PMg}$ podemos dizer que a resposta está correta.



(1) Verdadeiro.

O custo total da empresa pode ser escrito como a soma dos custos fixos e dos custos variáveis: $CT(Q) = CF + CV(Q)$.

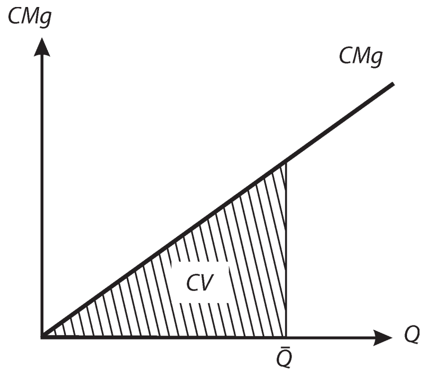
No curto prazo (CP), o capital é fixo $(\overline{K})$, logo, a função de custo marginal de CP é dada pela derivada do custo total de CP em relação a Q: $CT_{CP}(\overline{K}) \Rightarrow \dfrac{dCT}{dQ} = CMg.$

Logo, a integral da parte de baixo da curva de custo marginal representa, justamente, os custos variáveis da firma, isto é:

$$\int_0^{\overline{Q}} CMg = CV$$

Exemplo: $CT_{CP}(\overline{K}) \Rightarrow \dfrac{dCT}{dQ} = CMg = 2Q$

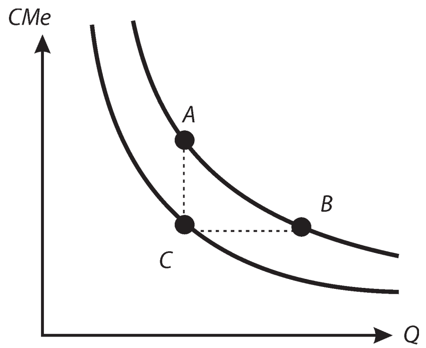
$$\int_0^{\bar{Q}} CMg = CV \Rightarrow \int_0^{\bar{Q}} \frac{2}{2} Q^2 \Big|_0^{\bar{Q}} = Q^2 - 0^2 = Q^2 = CV$$



(2) Verdadeiro.

De acordo com Pindick & Rubinfeld, Capítulo 7, item 7.6, o custo médio de produção (CMe) pode apresentar uma redução no decorrer do tempo, caso os trabalhadores de uma empresa **aprendam** como produzir com mais eficiência (*learning by doing*). Portanto, o CMe é uma função decrescente da produção. Neste caso, observa-se uma queda nas horas trabalhadas destes funcionários para produzir uma unidade do produto (PMe aumenta) à medida que a produção acumulada aumenta.

No gráfico abaixo, o deslocamento de A para C indica **o aprendizado** dos funcionários da empresa. Já o deslocamento de A para B indica as economias de escala.



(3) Falso.

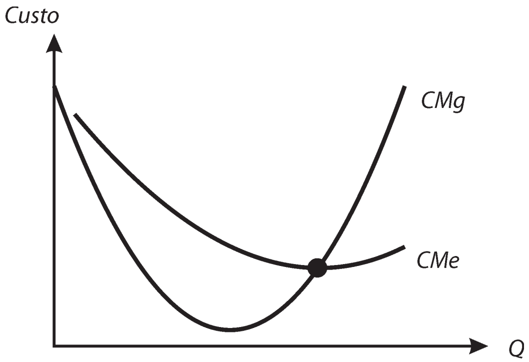
A elasticidade do custo em relação à produção é dada por $\theta = \dfrac{\Delta\%CT}{\Delta\%Q}$. Se $\theta > 1$ significa que se houver um aumento percentual de 10% na produção, o aumento percentual dos custos totais é maior. Isso posto, estamos diante de uma situação em que a curva de CT cresce a taxas crescentes. Assim, um aumento na produção, aumenta o CMe.

Repare que $\theta = \frac{dCT}{dQ}\frac{Q}{CT} = \frac{CMg}{CMe}$.

Se $\theta > 1 \Rightarrow$ CMg > CMe

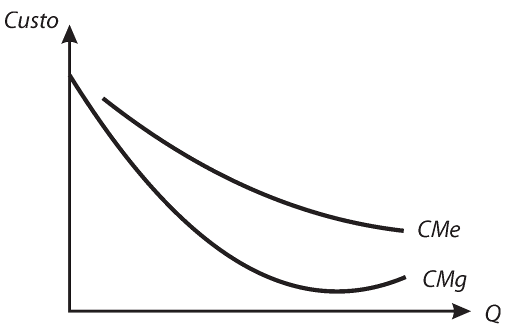
Se $\theta < 1 \Rightarrow$ CMg < CMe

Se $\theta = 1 \Rightarrow$ CMg = CMe



(4) Falso.

Uma firma em monopólio natural tem seu ponto de maximização de lucro na parte decrescente da sua curva de custo médio. Isso porque os custos fixos são tão elevados que a curva de custo demora a chegar ao nível de **escala mínima de eficiência** (ponto de mínimo da curva de CMe). Por isso, a demanda de mercado **corta** esta curva na parte que ela ainda é decrescente. Estas empresas têm economias de escala. Dessa forma, a curva de CMg é inferior à curva de CMe.



PROVA DE 2007

Questão 4

Com relação à teoria da produção, julgue as proposições:

⓪ Na função de produção $f(z_1, z_2) = z_1^2\sqrt{z_2}$ os retornos de escala são constantes.

① Na função de produção $f(z_1, z_2) = \ln(z_1) + \ln(z_2)$, sendo w_1 e w_2 os preços dos fatores e y a produção, a demanda condicional do fator z_1 é $\sqrt{w_1/w_2}\exp(y/2)$.

② A uma função de produção homogênea de grau a, tal que a > 1, corresponderá uma curva de custo médio decrescente.

③ Supondo uma função de produção Cobb-Douglas, pode-se afirmar que, no ponto de custo mínimo de produção, a curva de isocusto é tangente à isoquanta.

④ Dados os preços dos fatores $w_1 = 3$ e $w_2 = 1$ e a função de produção $f(z_1, z_2) = \sqrt[4]{z_1^3 z_2}$, no ponto de custo mínimo igual a 16, a produção será igual a 4.

Resolução:

(0) Falso.

Os rendimentos de escala descrevem o que acontece com o produto quando se aumenta todos os insumos na mesma proporção. Para analisar o grau de homogeneidade da função de produção, podemos multiplicar todos os insumos por *t*, para todo *t* > 0.

$f(tz_1, tz_2) = (t^2 z_1^2\sqrt{tz_2}) = t^2\sqrt{t}(z_1^2\sqrt{z_2}) = t^{5/2}(z_1^2\sqrt{z_2}) \Rightarrow$ Para *t>1*, como o grau de t é 5/2 > 1, então, esta função de produção apresenta retornos crescentes de escala.

(1) Falso.

A Taxa marginal de Substituição técnica (TMgST) da função de produção $f(z_1,z_2) = \ln(z_1) + \ln(z_2)$ é dada por: $TMgST = \dfrac{f_{Z_1}}{f_{Z_2}} = \dfrac{z_2}{z_1}$.

Em equilíbrio $\dfrac{z_2}{z_1} = \dfrac{w_1}{w_2} \Rightarrow z_2 = \dfrac{w_1}{w_2} z_1 \Rightarrow (1)$.

Substituindo (1) na função de produção, obtemos a demanda condicional do fator 1:

$$y = f(z_2(z_1), z_1) = \ln(z_1) + \ln\left(\frac{w_1}{w_2} z_1\right) \Rightarrow y = \ln\left(\frac{w_1}{w_2} z_1^2\right) \Rightarrow z_1^* = \sqrt{\frac{w_2}{w_1} e^{y/2}}$$

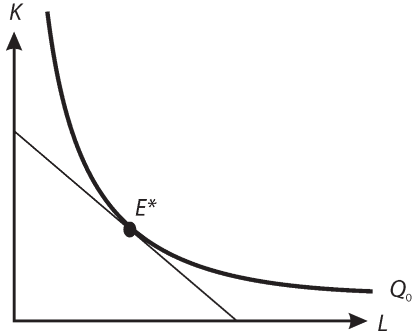
(2) Verdadeiro.

A função de produção Cobb-Douglas $Q = K^{\alpha}L^{\beta}$ é um exemplo de função de produção homogênea de grau $\alpha + \beta$.

Se $\alpha + \beta > 1$, a função apresenta rendimentos crescentes de escala. Por dualidade entre as funções de produção e de custo, à medida que a quantidade produzida aumenta, o custo médio cai, isto é, quando há rendimentos crescentes na função de produção, há economias de escala na função custo.

(3) Verdadeiro.

Para uma função estritamente convexa, como é o caso da Cobb-Douglas, no ponto de custo mínimo de produção, a curva de isocusto é tangente à isoquanta.



(4) Verdadeiro.

Sejam os dados do problema: $f(z_1, z_2) = \sqrt[4]{z_1^3 z_2}$ $w_1 = 3$ e $w_2 = 1$. Pela condição de primeira ordem, sabe-se que a razão das produtividades marginais entre Z_1 e Z_2 se igualam à relação de seus custos, W_1 e W_2, da seguinte forma:

$$TMgST_{z_2 \to z_1} = \frac{PMg_{z_1}}{PMg_{z_2}} = \frac{w_1}{w_2}$$

$$TMgST_{z_2 \to z_1} = \frac{PMg_{z_1}}{PMg_{z_2}} = \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4} z_1^{-1/4} z_2^{1/4}}{\frac{1}{4} z_1^{3/4} z_2^{-3/4}} = 3 \Rightarrow \frac{3z_2}{z_1} = 3 \Rightarrow z_1 = z_2$$

Desta última relação, substitua Z_1 por Z_2 na função custo total, da seguinte forma:

$$CT = w_1 z_2 + w_2 z_2 \Rightarrow 16 = 3z_2 + 1z_2$$
$$\Rightarrow z_2^* = 4$$
$$\Rightarrow z_1^* = 4$$

Uma vez de posse das quantidades ótimas de insumos, substitua estes valores na função de produção dada no problema e encontre o nível ótimo de produção:

$$f(z_1, z_2) = \sqrt[4]{z_1^3 z_2} \Rightarrow Q = \left(4^{3/4}\right)\left(4^{1/4}\right) = 4$$

Questão 5

Julgue as proposições:

⓪ A função de produção ESC (Elasticidade de Substituição Constante), definida como $Q = A[\delta K^{-\rho} + (1 - \rho)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$ (com A > 0; $0 < \delta < 1$; $\rho > -1$), tende a uma Cobb-Douglas quando ρ tende a zero.

① Um caminho de expansão linear é característica da função de produção Cobb-Douglas apenas se a soma de seus expoentes for igual a 1.

② A função de produção ESC (elasticidade de substituição constante), definida como $Q = A[\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-V/\rho}$ (com A > 0; $0 < \delta < 1$; $\rho > -1$ e $V > 0$) apresenta retornos constantes de escala.

③ A função Cobb-Douglas tem as seguintes propriedades: é homogênea, sendo o grau de homogeneidade dado pela soma dos expoentes; e suas isoquantas são negativamente inclinadas e estritamente convexas para valores positivos dos fatores K (capital) e L (trabalho).

④ A função Cobb-Douglas satisfaz o Teorema de Euler, que afirma que (K × PMgK) + (L × PMgL) = Q, em que PMgK é a produtividade marginal do capital, PMgL é a produtividade marginal do trabalho, K é a quantidade de capital aplicada à produção, L é a quantidade de trabalho aplicada à produção e Q é a quantidade produzida.

Resolução:

Uma função de produção CES (Elasticidade de Substituição Constante), pode ser apresentada, de forma geral, no seguinte formato $\Rightarrow Q = \left[a_1 k^{\rho} + a_2 L^{\rho}\right]^{\varepsilon/\rho}$. Em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre as produtividades marginais dos fatores, ou seja, $TMgST = \dfrac{PMg_L}{PMg_K} = \dfrac{a_1}{a_2}\left(\dfrac{K}{L}\right)^{1-\rho}$.

Para encontrar a elasticidade de substituição entre os fatores, σ, podemos tirar o Ln da equação acima e derivarmos da seguinte forma:

$$\ln TMgT = \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) + (1-\rho)\ln\left(\frac{K}{L}\right)$$

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{1}{(1-\rho)}\ln TMgT - \frac{1}{1-\rho}\ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$$

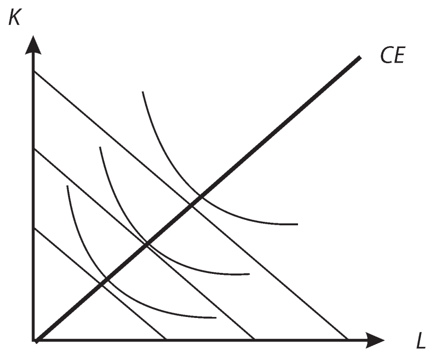
$$\sigma = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln TMgT} = \frac{1}{1-\rho}$$

(0) Verdadeiro.

Pela fórmula $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$, quando $\rho = 0$, $\sigma = 1$ e a função de produção CES têm o comportamento de uma função de produção Cobb-Douglas.

(1) Falso.

O caminho de expansão é o lócus de equilíbrio do problema de minimização de custo da firma, quando se amplia a produção. Ou seja, assumindo como fixos os preços dos insumos, a curva mostra como os insumos variam quando a produção aumenta. O caminho de expansão é uma reta para as funções homogêneas, como é o caso das funções de elasticidade de substituição constante (CES). Como a função Cobb-Douglas é um caso particular da função da CES, a curva de expansão será uma reta independentemente da soma de expoentes α e β $(Q = K^\alpha L^\beta)$. Portanto, não é apenas quando $\alpha + \beta = 1$, como questiona o item.



(2) Falso.

O formato geral da CES é $F(K,L) = A[aK^\rho + bL^\rho]^{\varepsilon/\rho}$, onde A > 0, $\rho \leq 1$, $\rho \neq 0$, $\varepsilon > 0$, apresenta:

- Rendimentos constantes de escala quando $\varepsilon = 1$.
- Rendimentos crescentes de escala quando $\varepsilon > 1$.
- Rendimentos decrescentes de escala quando $\varepsilon < 1$.

A letra "V", expressa na equação CES dada no enunciado, é a variável que expressa os rendimentos de escala. Se V é maior que zero, a função pode apresentar qualquer tipo de rendimento. Portanto, nada pode ser afirmado.

(3) Verdadeiro.

$Q = K^{\alpha}L^{\beta}$ é uma função homogênea de grau $(\alpha + \beta)$. Além disso, é uma função bem-comportada, que gera isoquantas negativamente inclinadas e estritamente convexas para valores positivos dos fatores K (capital) e L (trabalho), pois a TMgST é decrescente.

(4) Falso.

De acordo com o Teorema de Euler "se uma função $f(x_1, x_2 ..., x_n)$ é uma função homogênea de grau M, isto é, se $f(tx_1, tx_2 ..., tx_n) = t^M f(x_1, x_2 ..., x_n)\ \forall t > 0$, então pode-ser escrever $f_1x_1 + f_2x_2 ... + f_nx_n = Mf(x_1, x_2 ..., x_n)$".

Adaptando a questão, temos $x_1 = K, f_1 = \dfrac{df}{dx_1} = PMg_K,\ x_2 = L,\ e\ f_2 = \dfrac{df}{dx_1} = PMg_L$.

Assim: $KPMg_K + LPMg_L = (\alpha + \beta)f(K,L)$. A afirmação só estaria correta, portanto, no caso particular em que $(\alpha + \beta) = 1$, que é o caso de haver retornos constantes de escala. Assim, a questão é Falsa.

PROVA DE 2008

Questão 5

Considere a tecnologia representada pela função de produção f (K, L) = $\left(\frac{1}{2}K^{-\rho} + \frac{1}{2}L^{-\rho}\right)^{-1/\rho}$, em que $\rho \geq -1$ e K, L > 0. Julgue as afirmações:

⓪ Essa tecnologia é também representada pela função $F(K, L) = \log[f(k,l)] + 35$.

① Essa tecnologia possui retornos constantes de escala.

② ρ denota a elasticidade de substituição.

③ Se ρ tende para infinito, então f (K, L) tende para uma função de produção Cobb-Douglas.

④ Se ρ tende para zero, então f (K, L) tende para uma função de produção Leontief, ou de proporções fixas.

Resolução:

(0) Falso.

A Teoria do Consumidor, embora tenha muitas semelhanças, difere da Teoria da Firma em alguns pontos. Um deles diz respeito ao valor da curva de indiferença e ao da isoquanta. Na Teoria do Consumidor, que tem como base a teoria ordinal, não importa o valor em si das curvas de indiferenças, mas a ordem com que elas estão dispostas e o fato desta ordem ser preservada por uma transformação monotônica crescente. Já na Teoria da Firma, que tem como base a teoria cardinal, a quantidade produzida é relevante. Cada isoquanta mede, portanto, uma determinada quantidade de produção. Assim, uma transformação monotônica crescente, como pergunta a questão em tela, não preserva o valor de quanto uma empresa está produzindo. Por isso, a questão é falsa.

Esta questão é para testar se o aluno compreendeu esta importante diferença entre as ditas teorias.

Ver item (2), questão 5, da prova da ANPEC de 2005.

(1) Verdadeiro.

A função de produção de CES (elasticidade de substituição constante) pode ser apresentada no seguinte formato genérico: $F(K,L) = A[aK^{\rho} + bL^{\rho}]^{\varepsilon/\rho}$, onde $A > 0$, $\rho \leq 1$, $\rho \neq 0$, $\varepsilon > 0$. Às vezes, $\alpha = \beta$ e $b = (1 - \beta)$, que se refere a uma distribuição de pesos para indicar a significância relativa dos fatores de produção.

A função CES apresenta:

- Rendimentos constantes de escala, quando $\varepsilon = 1$.
- Rendimentos crescentes de escala, quando $\varepsilon > 1$.
- Rendimentos decrescentes de escala, quando $\varepsilon < 1$.

Como a função desta questão apresenta $\varepsilon = 1$, então a função apresenta rendimentos constantes de escala.

(2) Falso.

Em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre as produtividades marginais dos fatores, ou seja, $TMgST = \dfrac{PMg_L}{PMg_K} = \dfrac{a}{b}\left(\dfrac{K}{L}\right)^{1-\rho}$.

Para encontrar a elasticidade de substituição entre os fatores, σ, pode-se fazer:

$$\ln A + \ln\left[\frac{K}{L}\right] = \left(\frac{1}{1-\rho}\right)\ln TMgST$$

$$\sigma = \frac{d\ln\frac{K}{L}}{d\ln TMgST} = \frac{1}{1-\rho}$$

A função CES apresenta:

- $\rho = 0$, σ = 1, a função CES converge para uma Cobb-Douglas.
- $\rho = 1$, σ → ∞ ⇒ a função CES converge para uma função substitutos perfeitos.
- $\rho \to -\infty$, σ = 0 ⇒ a função CES converge para uma função complementares perfeitos.

Além disso:

$\sigma = \dfrac{1}{1-\rho}$ ⇒ σ denota a elasticidade de substituição, e não ρ.

(3) Falso.

Ver item (2) acima.

(4) Falso.

Ver item (2) acima.

Questão 6

De acordo com a teoria dos custos de produção, julgue as afirmações:

⓪ O custo de oportunidade do uso de um recurso econômico no longo prazo não precisa ser igual ao custo de oportunidade de seu uso no curto prazo.

① Custo de oportunidade é um conceito absoluto, e não relativo.

② Se a função de produção de uma firma é f (K, L) = K + L, em que K é capital e L trabalho e se r > 0 e w > 0 são, respectivamente, o custo de oportunidade do capital e do trabalho, então a função custo é c(r, w, q) = q min{r, w}.

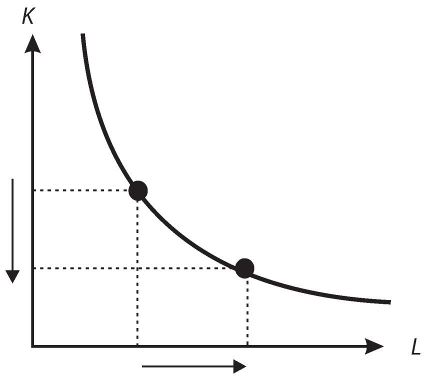
③ Se a função de produção de uma firma é f (K, L) = min{K, L}, em que K é capital e L trabalho e se o custo de oportunidade do capital é r > 0 e o do trabalho é w > 0, então o custo marginal de cada unidade de produto é r + w.

④ Se a função custo de uma empresa é $C(q_x, q_y)$, em que q_x é a quantidade produzida de x e q_y é a quantidade produzida de y e se C(10,100) = 220, C(0,100) = 160 e C(10,0) = 70, então a empresa não usufrui de economias de escopo ao produzir 10 unidades de x e 100 unidades de y.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O custo de oportunidade da firma, no caso de Teoria da Firma, é medido pela Taxa Marginal de Substituição Técnica entre os insumos, $TMgST_{K \to L}$. Isto é, para o empresário aumentar a contratação de uma unidade adicional de L, quanto de K ele terá que abdicar?



No curto prazo (CP), como o capital é fixo ($\overline{K}$), o empresário não tem tanta mobilidade quanto no longo prazo (LP), quando todos os insumos podem variar. Assim, o custo de oportunidade de CP, além de não precisar ser igual ao de longo prazo (como afirma a questão), em geral é maior do que o custo de oportunidade no LP.

(1) Falso.

O custo de oportunidade, por definição, é um conceito relativo. Além disso, como visto no item anterior, tal custo depende do tempo em que nos referimos: se curto ou longo prazo.

(2) Verdadeiro.

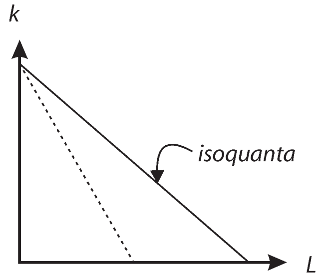
$f(K, L) = aK + bL \Rightarrow$ substitutos perfeitos com retornos constantes de escala.[3] Logo, a isoquanta é dada por: $K = \frac{Q}{a} - \frac{b}{a}L$. Assim, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é dada por: $TMgST = \frac{b}{a}$.

Em equilíbrio, *TMgST* é igual à razão entre os preços dos insumos: Logo, temos: $TMgST = \frac{w}{r}$.

Como no caso desta questão $\frac{b}{a} = 1 \Rightarrow TMgST = 1 \Rightarrow 1 = \frac{w}{r}$.

Se $w > r \Rightarrow L^* = 0 \Rightarrow K^* = \frac{Q}{a}$

Se $w < r \Rightarrow L^* = \frac{Q}{b} \Rightarrow K^* = 0$



A curva de custo total é obtida por meio da soma dos custos da empresa referentes ao capital, *rK*, e ao trabalho, w*L*, isto é: $CT = rK + wL$.

Se $w > r \Rightarrow L^* = 0 \Rightarrow K^* = \frac{Q}{a} \Rightarrow CT_1 = r\frac{Q}{a} + w(0) \Rightarrow CT_1 = r\frac{Q}{a}$

Se $w < r \Rightarrow L^* = \frac{Q}{b} \Rightarrow K^* = 0 \Rightarrow CT_2 = r(0) + w\frac{Q}{b} \Rightarrow CT_2 = w\frac{Q}{b}$

Como $a = b = 1 \Rightarrow CT = Q.Min\{r, w\}$

---

[3] De forma geral, uma função de substitutos perfeitos pode apresentar retornos constantes, crescentes ou decrescentes. Tudo dependerá do grau de ε, se igual, maior ou entre zero e um: $f(K,L) = (aK+bL)^{\varepsilon}$.

(3) Verdadeiro.

$Q = \text{Min}\{aK, bL\} \Rightarrow$ Solução: $aK = bL$

$$Q = aK$$

$$Q = bL$$

$$\Rightarrow CT^{*} = wL + rK \Rightarrow CT = w\frac{Q}{b} + r\frac{Q}{a} = Q\left(\frac{w}{a} + \frac{r}{b}\right)$$

Como a função de custo marginal é dada pela derivada da função custo total em relação a Q, então:

$$\frac{dCT}{dQ} = CMg = \left(\frac{w}{a} + \frac{r}{b}\right)$$

(4) Falso.

Economia de escopo ocorre quando o custo de produção de uma firma multiproduto é menor se ela produzir os bens em conjunto do que se ela produzi-los em separado. Em outras palavras, imagine o caso de dois bens. Há economia de escopo se a inequação abaixo ocorrer:

$$CT(q_x, q_y) < CT(q_x) + CT(q_y)$$

No caso dos valores desta questão, o custo total da produção conjunto é dado por: $CT(q_x, q_y) = 220$. Já os custos de produção de cada bem são de: $CT(q_x) = 160$ e $CT(q_y) = 70$.

Como 160 + 70 = 230 > 220, há economia de escopo na produção de x e y.

Para medir o grau da economia de escopo (GES), faça o seguinte cálculo:

$$GES = \frac{CT(q_x) + CT(q_y) - CT(q_x, q_y)}{CT(q_x, q_y)} = \frac{160 + 70 - 220}{220} = \frac{230 - 220}{220} = 0{,}045$$

Se GES > 0, há economia de escopo e, no caso, de grau 0,045.

Se GES < 0, não há economia de escopo.

PROVA DE 2009

Questão 4

Seja $Q = k^{\alpha}L^{1-\alpha}$ uma função de produção Cobb-Douglas. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ A demanda condicional pelo fator trabalho é $L^* = Q$.

① Supondo que a quantidade produzida seja de *3* unidades, a remuneração do trabalho igual a *1*, a remuneração do capital igual a *1* e que $\alpha = 0{,}5$, temos que a quantidade de trabalho demandada é igual a *3*.

② No longo prazo, a função custo associada a esta função de produção é do tipo ESC (Elasticidade de Substituição Constante), sendo que a elasticidade de substituição entre os fatores é *0,25*.

③ Supondo os mesmos dados do item ①, temos que o custo total de produção é *6* (seis).

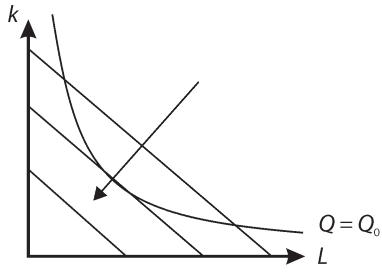
④ Esta função de produção, no curto prazo, supondo que o capital seja fixo, possui um custo marginal decrescente em relação à quantidade de capital.

Resolução:

(0) Falso.

Mesmo sem fazer conta alguma, já sabemos que a questão é falsa, pois uma função Cobb-Douglas não tem a demanda por L igual ao produto.

Para encontrar a demanda condicional do fator trabalho, L*, é necessário resolver o problema da firma, qual seja: minimizar o custo total dado por $CT = wL + rK$, sujeito a $\overline{Q} = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$.



Seja, então, a função de Lagrange para este problema: $L = [wL + rK] + \lambda(\overline{Q} - K^{\alpha}L^{1-\alpha})$..

Condições de primeira ordem são:

$$(1)\frac{dL}{dL}=0 \Rightarrow w=\lambda(1-\alpha)\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

$$(2)\frac{dL}{dK}=0 \Rightarrow r=\lambda\alpha\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha-1}$$

$$(3)\frac{dL}{d\lambda}=0 \Rightarrow Q=K^{\alpha}L^{\alpha-1}$$

Em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre os preços dos insumos,[4] ou seja, $TMgST=\frac{w}{r}$. Assim: $\frac{w}{r}=\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{K}{L}(4)$.

Logo, podemos explicitar K em (4) e tê-lo em função de L, da seguinte forma: $K=\frac{w}{r}\frac{\alpha}{(1-\alpha)}L$. Esta é a curva (reta, caminho) de expansão.

De (4) em (3):

$$Q=\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{(1-\alpha)}L\right)^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

$$Q=\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{\alpha}L$$

$$L^{*}=\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{\alpha}Q$$

(1) Verdadeiro.

Se $Q = 3$, $w = 1$, $r = 1$ e $\alpha=\frac{1}{2}$, pela equação identificada no item (0) anterior, temos: $L^{*}=\left[\frac{(1-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}\frac{1}{1}\right]^{1/2}3=3.$

[4] Vale ressaltar que, assim como na Teoria do Consumidor em que de forma geral a curva de indiferença é negativamente inclinada, a isoquanta é também negativamente inclinada. Assim, há livros (Walter Nicholson e Mas-Colell) que definem a TMgS ou a TMgST como sendo o negativo da derivada da curva. Há outros (como o Varian), no entanto, que preferem definir tais taxas como sendo a derivada da curva que é, portanto, negativa. Aqui estaremos utilizando a primeira definição.

(2) Falso.

De modo geral, a função de elasticidade de substituição constante (CES) pode ser apresentada no seguinte formato $\Rightarrow F(K,L) = A[aK^{\rho} + bL^{\rho}]^{\varepsilon/\rho}$, onde A > 0, $\rho \leq 1$, $\rho \neq 0$, $\varepsilon > 0$, ε representa o grau da homogeneidade da função. Se ε > 1, há rendimentos crescentes de escala. Se ε < 1, há rendimentos decrescentes de escala. Se ε = 1, há rendimentos constantes de escala.

Para mostrar que a função Cobb-Douglas é um caso particular da CES, verifiquemos, inicialmente, que, em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre as produtividades marginais dos fatores, ou seja: $TMgT = \frac{PMg_L}{PMg_K}$.

$$TMgT = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{\rho}} \frac{(a_1 L^{\rho} + a_2 K^{\rho})}{(a_1 L^{\rho} + a_2 K^{\rho})} \frac{a_1 L^{\rho-1}}{a_2 K^{\sigma-1}} = \frac{a_1}{a_2}\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\rho}.$$

Por definição, a elasticidade de substituição entre os fatores σ é:

$$\sigma = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln TMgT} = \frac{1}{1-\rho}$$

Para encontrá-la, linearizemos a função da TMgST e coloquemos em função de $\ln\left(\frac{K}{L}\right)$, da seguinte forma:

$$\ln TMgT = \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) + (1-\rho)\ln\left(\frac{K}{L}\right)$$

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{1}{(1-\rho)}\ln TMgT - \frac{1}{1-\rho}\ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$$

E, agora, basta fazermos a derivada do lado esquerdo da função acima com relação ao Ln da TMgST.

Desse modo, teremos:

$$\sigma = \frac{d \ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d \ln TMgT} = \frac{1}{1-\rho}$$

Quando $\rho \to 0$ a elasticidade de substituição da função CES converge para 1, que é a mesma elasticidade de substituição de uma função Cobb-Douglas.

(3) Verdadeiro.

Já temos do item ①, L* = 3. Para encontrar o custo total, precisamos encontrar o K*, pois CT = wL*+rK*, onde CT* = (1)(3) + (1)(K*).

De ⟨3⟩ em ⟨4⟩:

$$Q = K^{\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{1-\alpha} K^{1-\alpha} \Rightarrow Q = \left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{1-\alpha} K \Rightarrow K^* = \left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{1-\alpha} Q$$

$$K^* = \left[\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{1}\right)\right]^{1/2} 3 = 3$$

Assim, o custo total será dado por: $CT = wL + rK \Rightarrow$ [(1)(3)] + [(1)(3)] = 6

(4) Verdadeiro.

$$CT_{CP}(\overline{K}) = wL^* + rK_1$$

Como

$$Q = K_1^{\alpha} L^{1-\alpha} \Rightarrow L^{1-\alpha} = QK_1^{-\alpha} \Rightarrow L^* = (QK_1^{-\alpha})^{1/(1-\alpha)} \Rightarrow CT_{CP}(\overline{K}) = wL^* + r\left[\frac{Q}{K_1}\right]^{1/(1-\alpha)}$$

$$\frac{dCT_{CP}}{dK} = w\frac{1}{(1-\alpha)}Q^{\alpha/(1-\alpha)}\frac{1}{K^{\alpha}} < 0 \Rightarrow K \uparrow CMg_{CP} \downarrow$$

PROVA DE 2010

Questão 6

Uma empresa produzindo bolas de futebol possui função de produção $Q = 2\sqrt{KL}$. Suponha que no curto prazo a quantidade de capital é fixa em $K = 100$, e seja L a quantidade de trabalho. Responda V ou F às seguintes alternativas:

⓪ A função custo marginal de curto prazo é igual a $CMg_{CP} = \frac{wQ}{400}$, em que w é a remuneração do capital e L a quantidade de trabalho;

① A função custo médio de curto prazo é dada por $CMe_{CP} = \frac{100r}{Q} + \frac{wQ}{400}$;

② No curto prazo, a curva de custo fixo médio é decrescente;

③ Esta função de produção possui produto marginal decrescente para o trabalho;

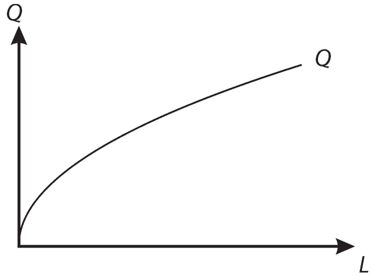
④ Esta função de produção possui retornos constantes de escala.

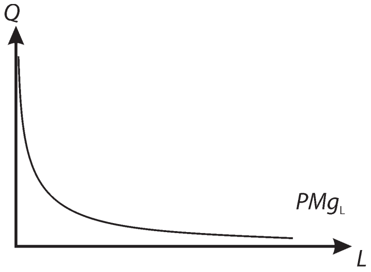
Resolução:

O valor do capital fixo de curto prazo (CP) é 100 $\Rightarrow \bar{K} = 100$. Logo, substituindo $\bar{K}$ na função de produção, temos: $Q = 2\sqrt{KL} \Rightarrow Q = 2\sqrt{100L} \Rightarrow Q = 20\sqrt{L}$. Assim: $L^* = \frac{Q^2}{400}$.

A curva de custo total de curto prazo, $CT_{CP}(\bar{K})$, é obtida por meio da soma dos custos da empresa referentes ao capital fixo, $\bar{K}r$, e ao trabalho, Lw, isto é: $CT_{CP}(\bar{K}) = \bar{K}r + Lw$. Esta equação representa as famílias de curvas de custos totais no curto prazo para $\bar{K}$.

Substituindo $\bar{K}$ = 100 e L, temos: $CT_{CP}(\bar{K} = 100) = r100 + w\frac{Q^2}{400}$.





(0) Falso.

A função de custo marginal de CP é dada pela derivada do custo total de CP em relação a Q, isto é:

$$CMg_{CP} = \frac{dCT_{CP}}{dQ} \Rightarrow CMg_{CP} = \frac{2wQ}{400} \Rightarrow CMg_{CP} = \frac{wQ}{200}.$$

(1) Verdadeiro.

A função de custo médio de CP é dada pelo quociente entre o custo total de CP e Q, isto é:

$$CMe_{CP} = \frac{CT_{CP}(\overline{K})}{Q} \Rightarrow CMe_{CP} = \frac{100r}{Q} + \frac{wQ}{400}$$

(2) Verdadeiro.

A curva de custo fixo médio, a curto prazo, é dada pelo quociente entre o custo fixo (CF) e Q, isto é: $CFM_{CP} = \frac{CF}{Q} = \frac{100r}{Q}$.

A curva de custo fixo média é decrescente se $\frac{dCFM_{CP}}{dQ} < 0$. De fato, $\Rightarrow \frac{dCFM_{CP}}{dQ} = -\frac{(100r)}{Q^2} < 0$.

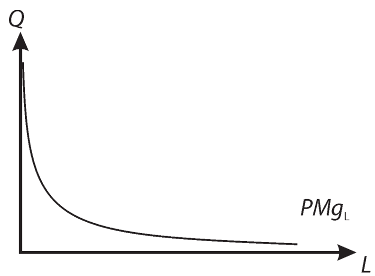
(3) Verdadeiro.

O produto marginal para o trabalho é dado pela derivada da função de produção em relação a L, isto é: $PMg_L = \frac{dQ}{dL}$.

Como $Q = 20\sqrt{L}$, temos $PMg_L = \frac{dQ}{dL} = 20\frac{1}{2}L^{-1/2} \Rightarrow PMg = \frac{10}{\sqrt{L}}$.

O produto marginal do trabalho é decrescente se $\frac{dPMg_L}{dL} < 0$. De fato,

$$\Rightarrow \frac{dPMg_L}{dL} = -\frac{10\frac{1}{2}L^{-1/2}}{\sqrt{L}} = -\frac{5}{L} < 0$$



(4) Verdadeiro.

De forma geral, dada a função de produção Cobb-Douglas $Q = K^{\alpha} L^{\beta}$, a soma dos parâmetros α e β determinará se a função de produção tem rendimentos constantes, decrescentes ou crescentes de escala.

Se $\alpha + \beta = 1$, como é o caso, a firma tem rendimentos constantes de escala. Assim, se, por exemplo, duplicarmos os fatores de produção K e L, a produção também será duplicada. Para verificarmos, notemos que a função de produção da questão, $Q = 2\sqrt{KL}$, pode ser reescrita da seguinte forma: $Q = 2K^{1/2}L^{1/2}$. Logo, ½+ ½=1.

Se $\alpha + \beta > 1$, a firma terá rendimentos crescentes de escala.

Se $\alpha + \beta < 1$, a firma terá rendimentos decrescentes de escala.

PROVA DE 2011

Questão 3

Sobre a Teoria da Produção analise as alternativas abaixo:

⓪ A função de produção que exibe retornos constantes de escala é uma função homogênea do grau 0.

① Suponha uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, sendo os coeficientes técnicos a e b, tal que a+b>1. A elasticidade de substituição desta função também é superior à unidade.

② Suponha uma função de produção do tipo CES, definida da seguinte forma: $q = f(k,l) = \left[k^{\rho} + l^{\rho}\right]^{\gamma/\rho}$. A elasticidade de substituição referente a essa função é definida por: $\sigma = \frac{1}{1-\gamma}$.

③ Suponha que $\pi(.)$ é a função lucro do conjunto de produção Y e que y(.) é a correspondência de oferta associada. Suponha também que Y é fechado e satisfaz a propriedade do *free disposal* (livre descarte). Nesse contexto, segundo o Lema de Hoteling: se y(p) consiste de um único ponto, então $\pi(.)$ é diferenciável em p e $Dp\pi(p) = y(p)$.

④ A função lucro atende às propriedades de ser homogênea de grau 1 em preços e convexa nos preços.

Resolução:

(0) Falso.

Quando ocorrem retornos constantes de escala a função é homogênea de grau 1. Por exemplo: $Q = L^{0,5}K^{0,5} \rightarrow Q(\lambda L, \lambda K) = (\lambda L)^{0,5}(\lambda K)^{0,5} = \lambda^{1}(KL)^{0,5}$;

(1) Falso.

Uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, com coeficientes técnicos a e b, tal que $a + b > 1$, pode ser escrita como $f(k,l) = k^a l^b$.

A elasticidade-substituição é definida por:

$$\sigma = \frac{\dfrac{\Delta\left(\frac{k}{l}\right)}{\left(\frac{k}{l}\right)}}{\dfrac{\Delta|TMgST|}{|TMgST|}} = \frac{\partial \ln \frac{k}{l}}{\partial \ln |TMgST|}$$

Sabemos que, no caso da Cobb-Douglas acima: $TMgST = -\frac{b}{a}\frac{k}{l}$

Que pode ser reescrito como: $\frac{k}{l} = -\frac{a}{b} TMgST$

Segue-se que: $\ln\frac{k}{l} = \ln\frac{a}{b} + \ln|TMgST|$

Logo, isto implica que:

$$\sigma = \frac{\partial \frac{k}{l}}{\partial |TMgST|} = 1$$

Que, portanto, independente dos valores dos coeficientes técnicos.

(2) Falso.

Considerando a função de produção $f(k,l) = [k^p + l^p]^{y/p}$, sabemos que:

$$TMgST = \left[\frac{k}{l}\right]^{1-p}$$

Segue-se que: $\ln|TMgST| = (1-\rho)\ln\left(\frac{k}{l}\right)$

Logo, isto implica que: $\sigma = \dfrac{\partial \ln \frac{k}{l}}{\partial \ln|TMgST|} = \dfrac{1}{1-\rho}$.

Ver 2009, questão 04, item 2.

(3) Verdadeiro.

Se a função de produção possui rendimentos decrescentes de escala (conjunto fechado) e se satisfaz a proposição do livre descarte, segundo o Lema de Hotelling: $D_p\pi(p) = y(p)$, que é a função de oferta.

O conteúdo deste item não se encontra na bibliografia exigida para o exame ANPEC. Ele pode ser encontrado, no entanto, em livros dados nas pós-graduações. Um deles é o Hal Varian, *Microeconomic Analysis*, Capítulo 3 (*profit function*).

(4) Verdadeiro.

As propriedades da função lucro são:

i) Não decrescente nos preços dos produtos e não crescente nos preços dos insumos;

ii) Homogênea de grau 1 em p;

iii) Convexa em p;

iv) Contínua em p.

O conteúdo deste item não se encontra na bibliografia exigida para o exame ANPEC. Ele pode ser encontrado, no entanto, em livros dados nas pós-graduações. Um deles é o Hal Varian, *Microeconomic Analysis*, Capítulo 3 (*profit function*).

Questão 15

Uma firma possui duas plantas com funções custos distintas. A planta 1 apresenta a seguinte função custo total: $C_1(Y_1) = \frac{Y_1}{2}$. A planta 2 apresenta a seguinte função custo total: $C_2(Y_2) = Y_2$. Calcule o custo total que o produtor proprietário dessas duas plantas irá incorrer se decidir produzir 1,5 unidade.

Resolução:

O problema do produtor será:

$$\begin{cases} \min \ {y_1^2}/{2} + y_2 \\ s.a \ \ y_1 + y_2 = 1{,}5 \end{cases}$$

$$L = \frac{y_1^2}{2} + y_2 - \lambda(y_1 + y_2 - 1{,}5)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial y_1} &= 0 \Rightarrow y_1 = \lambda \\ \frac{\partial L}{\partial y_2} &= 0 \Rightarrow 1 = \lambda \end{aligned}\right\} y_1 = 1 \;\; (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow y_1 + y_2 = 1{,}5 \;\; (2)$$

$$(1)\;\; em \;\; (2) \Rightarrow 1 + y_2 = 1{,}5 \Rightarrow y_2 = 0{,}5$$

Logo, o custo total dado por: $\frac{y_1^2}{2} + y_2 = ½ + ½ = 1$

PROVA DE 2012

Questão 04

No que se refere à teoria da produção, avalie a validade das seguintes afirmações:

⓪ Se a função de produção de uma empresa é dada por $F(L, K) = L + \sqrt{LK}$, então a empresa opera com rendimentos de escala decrescentes.

① Se uma empresa opera com economias de escala, então seu custo médio e decrescente é maior que seu custo marginal.

② Se a função de produção de uma firma é dada por $F(L, K) = L\sqrt{K}$ e os mercados de fatores são competitivos, então a mesma opera com custos marginais decrescentes.

③ Uma função de produção Cobb-Douglas apresenta uma Elasticidade-Substituição de Fatores decrescente.

④ Uma empresa cuja função custo total e dada por $CT(Q) = 5Q + 7$ opera com economias de escala.

Resolução:

(0) Falso.

Para verificar se há rendimentos decrescentes, constantes ou crescentes, basta multiplicar por um λ cada termo da função. Se λ for elevado a 1, é porque a função apresenta rendimentos constantes de escala. Tomando a função do enunciado e fazendo o procedimento ora exposto, nota-se que pode-se colocar o λ em evidência, o que mostra que esta não é uma função com rendimentos de escala decrescentes, mas constantes.

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda L + \sqrt{\lambda L \lambda K}$$

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda L + \lambda\sqrt{LK}$$

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda\left(L + \sqrt{LK}\right)$$

$$f(\lambda L, lK) = \lambda f(L, K)$$

(1) Verdadeiro.

O enunciado diz respeito a uma propriedade da função custo. $\frac{dCme}{dQ} = \frac{1}{Q}\left[Cmg - Cme\right]$. Se $\frac{dCme}{dQ} < 0$ (parte decrescente da curva de Cme), tem-se que: Cme > Cmg.

(2) Verdadeiro.

A função de produção dada neste item apresenta retornos crescentes de escala, uma vez que, fazendo o procedimento apresentado no item (0) acima, tem-se λ = 3/2 > 1. Pela dualidade entre as funções de produção e custo, sabe-se, portanto, que a empresa opera com economias de escala. Mas ainda, sabe-se que a função em questão é uma Cobb-Douglas. Portanto, a curva de custo médio é sempre decrescente e, consequentemente, a curva de custo marginal também será decrescente.

(3) Falso.

Por definição, a elasticidade de substituição de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas é constante.

(4) Verdadeiro.

Uma vez que $Cme = 5 + \frac{7}{Q}$, o Cme é sempre decrescente com respeito a Q. Assim, a empresa opera com economias de escala.

Questão 06

Sobre a Teoria da Produção analise as afirmativas abaixo:

⓪ Se uma firma apresenta função de produção dada por $f(z) = z_1 + z_2$, em que z_1 e z_2 são, respectivamente, a quantidade utilizada do insumo 1 e 2, então a função custo será dada por $C(w, q) = \min\{w_1, w_2\}.q$, em que w_1 e w_2 são, respectivamente, os preços do insumo 1 e 2, e q é a quantidade produzida.

① A função de produção indica a menor quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumos.

② Se uma firma apresenta tecnologia de produção com rendimentos constantes de escala, então ela não poderá apresentar produto marginal decrescente para cada fator.

③ Se uma empresa apresenta tecnologia de produção representada por uma função Cobb-Douglas, $f(x_1, x_2) = x^a{}_1\, x^b{}_2$, sendo *a e b* parâmetros, então ela apresentará rendimentos constantes de escala.

④ Na função de produção $f(z) = \min\{z_1, z_2\}$, a demanda condicional do fator z_1 será igual à demanda condicional do fator z_2.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Se a função de produção é do tipo substituto perfeito, a função custo é do tipo complementar perfeito. E vice-versa. Para ver isto, basta resolver o problema primário da firma (minimização da função custo, dada uma determinada produção) e, depois que encontrar as demandas ótimas pelos insumos, substituí-las na função custo.

(1) Falso.

A função de produção é a fronteira do conjunto de possibilidades de produção, logo, indica a <u>MAIOR</u> quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumo.

(2) Falso.

São dois conceitos diferentes e recorrentes nas provas da ANPEC. Um conceito (rendimentos de escala) diz respeito ao longo prazo, onde todos os insumos variam. O outro (produto marginal decrescente), concerne ao curto prazo.

Para observar que a resposta é falsa, basta tomar uma função Cobb-Douglas com parâmetros α e $(1-\alpha)$. Como a soma destes parâmetros é um, então há rendimentos constantes. Se fosse positiva, maior do que um, seria crescente, e se fosse positiva, menor do que um, seria decrescente. Encontre a Pmg e faça derivada da Pmg com relação à L. Note que $\frac{dPmg}{dL} = \alpha(\alpha - 1)K^{1-\alpha}L^{\alpha} < 0$, que é o conceito da produtividade marginal decrescente.

(3) Falso.

Como dito no item anterior, se a soma destes parâmetros é um, então os rendimentos são constantes. Se fosse positiva, maior do que um, seria crescente, e se fosse positiva, menor do que um, seria decrescente. Assim, nada se pode afirmar com a frase deste item.

(4) Verdadeiro.

Sim, resolvendo o problema primário da firma (minimização da função custo, dada uma determinada produção) é possível observar esta simetria.