ELSEVIER

Hal R. Varian

Microeconomia

Princípios Básicos

Uma Abordagem Moderna

Tradução da 7ª edição

CAMPUS

CAPÍTULO 18

TECNOLOGIA

Neste capítulo, começaremos nosso estudo do comportamento das empresas. A primeira coisa a fazer é examinar as restrições sobre o comportamento delas. Quando uma empresa faz escolhas ela sofre várias restrições, impostas tanto por seus clientes quanto pelos concorrentes e pela natureza. Neste capítulo, examinaremos essa última fonte de restrições: a natureza. Ela impõe a restrição de que só existem algumas formas viáveis de produzir a partir dos insumos: só existem algumas escolhas tecnológicas possíveis. Estudaremos aqui como os economistas descrevem estas restrições tecnológicas.

Se você entendeu a teoria do consumidor, a teoria da produção parecerá muito simples pois utiliza as mesmas ferramentas. De fato, a teoria da produção é muito mais simples do que a teoria do consumo porque o resultado do processo produtivo é observável enquanto o "resultado" do consumo (a utilidade) não pode ser observado diretamente.

18.1 Insumos e Produtos

Os insumos usados na produção são chamados **fatores de produção.** Freqüentemente, os fatores de produção são classificados em categorias amplas, como terra, trabalho, capital e matérias-primas. O significado de trabalho, terra e matérias-primas é bastante claro, mas o capital pode ser um conceito novo. Os **bens de capital** são insumos da produção que também são, eles próprios, bens produzidos. Basicamente, os bens de capital são máquinas de um tipo ou de outro: tratores, prédios, computadores etc.

Às vezes, o termo "capital" é empregado para descrever o dinheiro que se utiliza para iniciar ou manter um negócio. Usaremos sempre o termo **capital financeiro** para nos referirmos a esse conceito e o termo bens de capital ou **capital físico** para fazermos referência aos fatores de produção.

Procuraremos em geral encarar os insumos e produtos como sendo medidos em *fluxos*: determinada quantidade de trabalho por semana e determinado número de horas-máquina por semana produzem determinada quantidade de produto por semana.

Não precisaremos usar essas classificações com freqüência. A maior parte do que queremos expor sobre a tecnologia pode ser descrita sem necessidade de referência ao *tipo* de insumo ou produto envolvido – do mesmo modo como ocorre com as quantidades de insumos e produtos.

18.2 Descrição das Restrições Tecnológicas

A natureza impõe **restrições tecnológicas** às empresas: somente algumas combinações de insumos constituem formas viáveis de produzir certa quantidade de produto, e a empresa tem de limitar-se a planos de produção factíveis.

A maneira mais fácil de descrever planos de produção é relacioná-los. Ou seja, podemos listar todas as combinações de insumos e produtos tecnologicamente factíveis. O conjunto de todas as combinações de insumos e produtos que compreendem formas tecnologicamente viáveis de produzir é chamado **conjunto de produção.**

Suponhamos, por exemplo, que tenhamos apenas um insumo, medido por x, e um produto, medido por y. Assim, o conjunto de produção poderá ter a forma indicada na Figura 18.1. Dizer que determinado ponto (x, y) se encontra no conjunto de produção significa que é tecnologicamente viável produzir uma quantidade y de produto com a utilização de uma quantidade x de insumo. O conjunto de produção mostra as escolhas tecnológicas *possíveis* com as quais a empresa se defronta.

Como os insumos da empresa possuem um custo, faz sentido nos limitarmos a examinar o *máximo possível de produção* que se possa obter com determinada quantidade de insumo. Essa é a fronteira do conjunto de produção ilustrado na Figura 18.1. A função que descreve a fronteira desse conjunto é chamada **função de produção.** Ela indica a maior quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumos.

É claro que o conceito de função de produção também se aplica ao caso em que hajam vários insumos. Se, por exemplo, considerarmos o caso de dois insumos, a função de produção $f(x_1, x_2)$ mediria a quantidade máxima de produção y que poderíamos obter se utilizássemos x_1 unidades do fator 1 e x_2 unidades do fator 2.

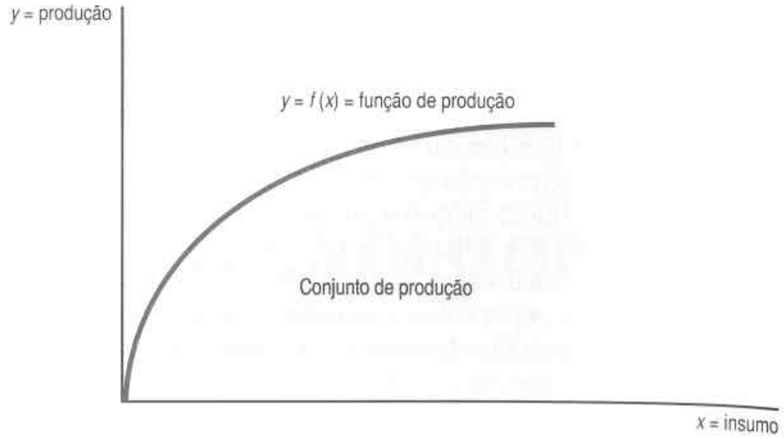

FIGURA 18.1 ***Um conjunto de produção.*** *Temos aqui uma forma possível para um conjunto de produção.*

No caso de dois insumos, há uma forma conveniente de descrever as relações de produção conhecida como a **isoquanta**. Uma isoquanta é o conjunto de todas as combinações possíveis dos insumos 1 e 2 que são exatamente suficientes para produzir determinada quantidade do produto.

As isoquantas são semelhantes às curvas de indiferença. Como vimos anteriormente, a curva de indiferença descreve as diferentes cestas de consumo exatamente suficientes para produzir um nível de utilidade determinado. Há, contudo, uma diferença importante entre as curvas de indiferença e as isoquantas: essas últimas são rotuladas com a quantidade de produto que podem produzir e não com o nível de utilidade. Assim, os rótulos das isoquantas são determinados pela tecnologia e não têm a natureza arbitrária que os rótulos da utilidade têm.

18.3 Exemplos de Tecnologia

Como já sabemos bastante sobre as curvas de indiferença, é fácil entender como funcionam as isoquantas. Examinemos alguns exemplos de tecnologia e suas isoquantas.

Proporções Fixas

Suponhamos que produzimos buracos e que a única forma de fazer um buraco seja com o emprego de um homem e de uma pá. Pás extras e mais homens não têm serventia. Portanto, o número total de buracos que se pode obter será o mínimo entre o número de homens e o número de pás disponíveis. Representamos essa função de produção por meio de $f(x_1, x_2) = \text{mín}\{x_1, x_2\}$. As isoquantas têm a aparência mostrada na Figura 18.2. Observe que essas isoquantas são exatamente iguais ao caso dos bens complementares perfeitos na teoria do consumidor.

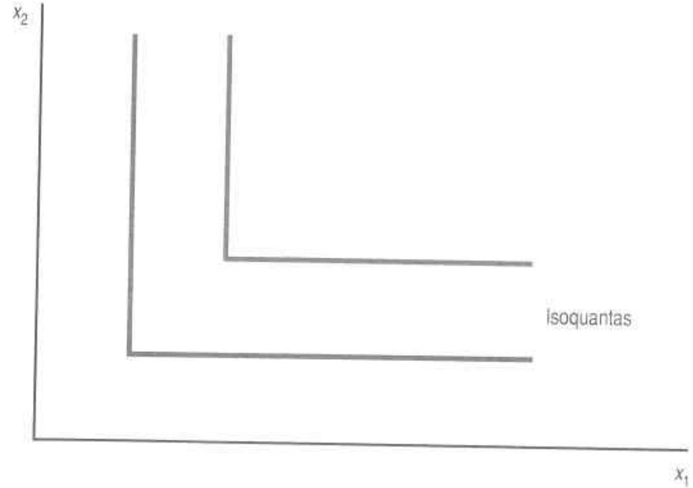

FIGURA 18.2 ***Proporções fixas.*** *As isoquantas no caso de proporções fixas.*

Substitutos Perfeitos

Suponhamos agora que estejamos produzindo deveres escolares de casa e que os insumos sejam lápis vermelhos e azuis. A quantidade de deveres produzidos depende apenas da quantidade total de lápis, de modo que a função de produção pode ser escrita na forma $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. As isoquantas resultantes são idênticas ao caso dos substitutos perfeitos na teoria do consumidor, conforme ilustra a Figura 18.3.

Cobb-Douglas

Se a função de produção tiver a forma $f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$, dizemos então que ela é uma **função de produção Cobb-Douglas**. Isso equivale à forma funcional das preferências Cobb-Douglas que estudamos anteriormente. A grandeza numérica da função de utilidade não era importante, de modo que fazíamos $A = 1$ e, usualmente, $a + b = 1$. Mas na função de produção a grandeza é relevante, de modo que temos de permitir que os parâmetros adotem valores arbitrários. *Grosso modo*, o parâmetro A mede a escala de produção: quanto de produto obteríamos se utilizássemos uma unidade de cada insumo. Já os parâmetros a e b medem como a quantidade de pro-

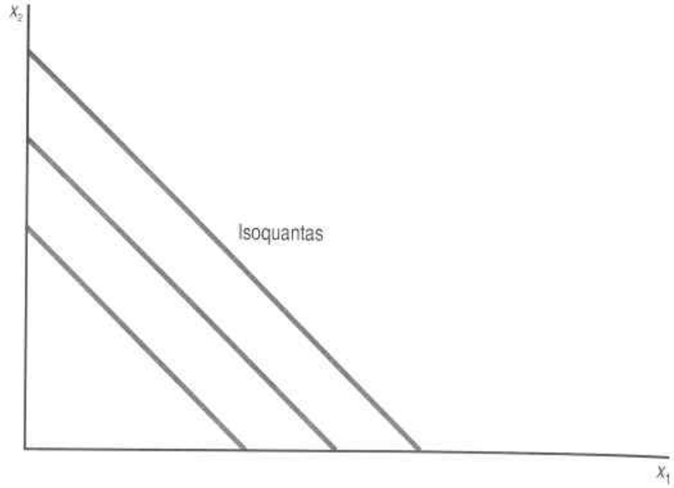

FIGURA 18.3 ***Substitutos perfeitos.*** *Isoquantas no caso de substitutos perfeitos.*

dução responde às variações dos insumos. Posteriormente examinaremos esse assunto com mais detalhes. Em alguns exemplos, escolheremos $A = 1$ para simplificar os cálculos.

As isoquantas Cobb-Douglas têm a mesma forma bem-comportada das curvas de indiferença Cobb-Douglas; do mesmo modo que as funções de utilidade, a função de produção Cobb-Douglas constitui o exemplo mais simples de isoquantas bem-comportadas.

18.4 Propriedades da Tecnologia

Assim como no caso dos consumidores, é comum estabelecer alguns pressupostos com relação a determinadas propriedades da tecnologia. Primeiro, suporemos em geral que as tecnologias sejam **monotônicas**: se aumentarmos a quantidade de pelo menos um dos insumos, deverá ser possível produzir pelo menos a mesma quantidade produzida originalmente. Algumas vezes, essa propriedade é chamada de propriedade da disposição livre (**free disposal**): se a empresa puder dispor sem custo de qualquer insumo, ter insumos excedentes não lhe fará mal algum.

Em segundo lugar, suporemos com freqüência que a tecnologia é **convexa**. Isso significa que se tivermos duas formas de produzir y unidades de produto, (x_1, x_2) e (z_1, z_2), a média ponderada dessas duas formas produzirá, *pelo menos*, y unidades do produto.

Um argumento a favor das tecnologias convexas é o seguinte. Suponhamos que tenhamos um modo de produzir 1 unidade de produto mediante o emprego de a_1 unidades do fator 1 e de a_2 unidades do fator 2, e que tenhamos outra forma de produzir 1 unidade de produto com a utilização de b_1 unidades do fator 1 e de b_2 unidades do fator 2. Chamamos essas duas formas de produzir o bem de **técnicas de produção**.

Além disso, suponhamos que possamos expandir a produção de maneira arbitrária, de modo que, por exemplo, $(100a_1, 100a_2)$ e $(100b_1, 100b_2)$ possam produzir 100 unidades de produto. Observe agora que se tivermos $25a_1 + 75b_1$ unidades do fator 1 e $25a_2 + 75b_2$ unidades do fator 2, poderemos ainda produzir 100 unidades de produto: basta produzir 25 unidades de produto com a técnica "a" e 75 unidades de produto com a técnica "b".

Isso é ilustrado na Figura 18.4. Ao escolhermos o nível de operação de ambas as atividades, podemos produzir uma dada quantidade de produto numa variedade de formas. Em particular, toda combinação de insumos sobre a reta que une os pontos $(100a_1, 100a_2)$ e $(100b_1, 100b_2)$ será uma forma factível de produzir y unidades de um produto.

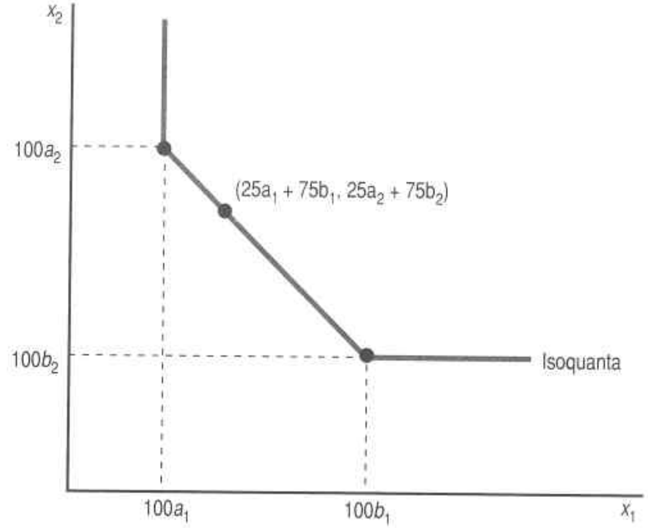

FIGURA 18.4 ***Convexidade.*** *Se pudermos realizar atividades produtivas de maneira independente, as médias ponderadas dos planos de produção também serão factíveis. As isoquantas terão, pois, forma convexa.*

Nesse tipo de tecnologia onde se pode aumentar ou diminuir com facilidade o processo de produção e onde segmentos separados do processo de produção não interferem uns nos outros, a convexidade mostra ser um pressuposto razoável.

18.5 Produto Marginal

Suponhamos que estejamos operando num ponto (x_1, x_2) e que pensamos em usar um pouco mais do fator 1, enquanto mantemos o fator 2 constante no nível x_2. Quanto de produto adicional conseguiremos por cada unidade adicional do fator 1? Temos de examinar a variação no produto para cada variação unitária do fator 1:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x_1} = \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}.$$

Chamaremos isso de **produto marginal do fator 1**. O produto marginal do fator 2 é definido de modo semelhante, e representaremos esses produtos por $PM_1(x_1, x_2)$ e $PM_2(x_1, x_2)$, respectivamente.

Às vezes, seremos um tanto imprecisos com relação ao conceito de produto marginal e o descreveremos como o produto adicional que se obtém ao utilizar "uma" unidade adicional do fator 1. Enquanto "um" for relativamente pouco em relação à quantidade total do fator 1 que utilizarmos, isso será satisfatório. Mas devemos lembrar que um produto marginal é uma taxa: a quantidade extra de produto por unidade adicional de insumo.

O conceito de produto marginal é semelhante ao conceito de utilidade marginal descrito em nossa discussão da teoria do consumidor, exceto pela natureza ordinal da utilidade. Discutimos aqui o produto físico: o produto marginal de um fator é uma quantidade específica que, em princípio, pode ser observada.

18.6 Taxa Técnica de Substituição

Suponhamos que estejamos operando num ponto (x_1, x_2) e que estejamos pensando em abrir mão de um pouco do fator 1 e usar um pouco mais do fator 2 na medida exata para produzir a mesma quantidade do produto y. Que quantidade adicional do fator 2, Δx_2, precisamos ter para abrir mão de um pouco do fator 1, Δx_1? Essa é precisamente a inclinação da isoquanta; referimo-nos a ela como a **taxa técnica de substituição (TTS)** e a representamos por $\text{TTS}(x_1, x_2)$.

A taxa técnica de substituição mede o intercâmbio entre dois fatores de produção. Ela mede a taxa à qual as empresas devem substituir um insumo por outro para manter constante a produção.

Para derivarmos uma fórmula para a TTS, podemos usar a mesma idéia que usamos para determinar a inclinação das curvas de indiferença. Imagine uma variação no uso dos fatores 1 e 2 que mantenha o produto fixo. Temos, então, que:

$$\Delta y = PM_1(x_1, x_2)\Delta x_1 + PM_2(x_1, x_2)\Delta x_2 = 0,$$

que podemos resolver para obter:

$$\text{TTS}(x_1, x_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{PM_1(x_1, x_2)}{PM_2(x_1, x_2)}$$

Observe a semelhança com a definição da taxa marginal de substituição.

18.7 Produto Marginal Decrescente

Suponhamos que tenhamos determinadas quantidades dos fatores 1 e 2, e estejamos pensando em acrescentar mais do fator 1 enquanto mantemos fixo o fator 2. O que aconteceria ao produto marginal do fator 1?

Enquanto tivermos uma tecnologia monotônica, sabemos que a quantidade do produto total crescerá à medida que aumentarmos a quantidade do fator 1. Contudo, é razoável supor que ele aumente a uma taxa decrescente. Examinemos um exemplo específico, o caso de uma fazenda.

Um homem que trabalhe numa área de um acre* poderá produzir 100 sacos de milho. Se acrescentarmos mais um homem e mantivermos a mesma quantidade de terra, poderemos obter 200 sacos de milho e, nesse caso, o produto marginal de um trabalhador adicional será de 100. Adicionemos agora mais trabalhadores a esse acre de terra. Cada trabalhador poderá produzir mais produto, mas no final das contas a quantidade extra de milho produzida por trabalhador adicional será menor do que 100 sacos. Após acrescentarem-se quatro ou cinco pessoas, o produto adicional por trabalhador cairá para 90, 80, 70... ou até menos sacos de milho. Se juntarmos centenas de trabalhadores nesse acre de terra, um trabalhador a mais pode até reduzir a produção!

Portanto, esperar-se-ia normalmente que o produto marginal de um fator diminuísse à medida que se utilizasse mais e mais desse fator. Isso é chamado **lei do produto marginal decrescente**. Na verdade, não se trata propriamente de uma "lei", mas apenas de uma característica comum à maioria dos processos de produção.

É importante enfatizar que a lei do produto marginal decrescente só se aplica quando todos os *outros* insumos são mantidos fixos. No exemplo da fazenda, variamos apenas o fator trabalho, mantendo constantes a terra e as matérias-primas.

* Medida agrária equivalente a 4.046,84 metros quadrados. (N.R.T.)

18.8 Taxa Técnica de Substituição Decrescente

Outro pressuposto muito relacionado à tecnologia é o da **taxa técnica de substituição decrescente**. Ele diz que, à medida que aumentamos a quantidade do fator 1 e ajustamos o fator 2 para permanecermos na mesma isoquanta, a taxa técnica de substituição diminui. *Grosso modo*, o pressuposto da diminuição da TTS significa que a inclinação de uma isoquanta tem de diminuir em valor absoluto à medida que nos movemos ao longo da isoquanta na direção do aumento de x_1, e tem de aumentar à medida que nos movemos na direção do aumento de x_2. Isso significa que as isoquantas terão o mesmo formato convexo das curvas de indiferença bem-comportadas.

Os pressupostos de uma taxa técnica de substituição decrescente e do produto marginal decrescente estão intimamente relacionados mas não são exatamente os mesmos. O produto marginal decrescente é um pressuposto sobre o modo como o produto marginal varia à medida que aumentamos a quantidade de um fator, *mantendo o outro fator fixo*. A TTS decrescente diz respeito a como a razão dos produtos marginais – a inclinação da isoquanta – varia à medida que aumentamos a quantidade de um fator e *reduzimos a quantidade do outro fator, de modo a permanecermos na mesma isoquanta*.

18.9 Longo e Curto Prazo

Voltemos agora à idéia original de que a tecnologia consiste apenas numa lista de planos factíveis de produção. Poderemos querer distinguir entre os planos de produção *imediatamente* factíveis e aqueles *eventualmente* factíveis.

No **curto prazo**, haverá alguns fatores de produção fixos em níveis predeterminados. Por exemplo, o fazendeiro descrito há pouco poderia considerar somente os planos de produção que impliquem uma quantidade fixa de terra, caso não tivesse acesso a uma quantidade maior. É certo que se tivesse mais terra poderia produzir mais milho; porém, no curto prazo, ele está limitado pela quantidade de terra que possui.

Já no longo prazo, o fazendeiro pode adquirir mais terra ou vender parte da terra que possui. Ele pode ajustar o nível do insumo terra a fim de maximizar seus lucros.

A distinção econômica entre o longo e o curto prazo é a seguinte: no curto prazo, há alguns fatores de produção que estão fixos: uma quantidade fixa de terra, um tamanho fixo de instalações, um número fixo de máquinas e assim por diante. No **longo prazo**, *todos* os fatores de produção podem variar.

Esses conceitos não se referem a um período de tempo específico. O que venha a ser longo e curto prazos depende dos tipos de escolhas que estejamos analisando. No curto prazo, pelo menos alguns fatores estão fixos num determinado nível; porém, no longo prazo, a quantidade utilizada desses fatores pode variar.

Suponhamos, por exemplo, que o fator 2 esteja fixo em $\bar{x}_2$ no curto prazo. Assim, a função de produção relevante para o curto prazo será $f(x_1, \bar{x}_2)$. Podemos traçar a relação funcional entre a produção e x_1 num diagrama como o da Figura 18.5.

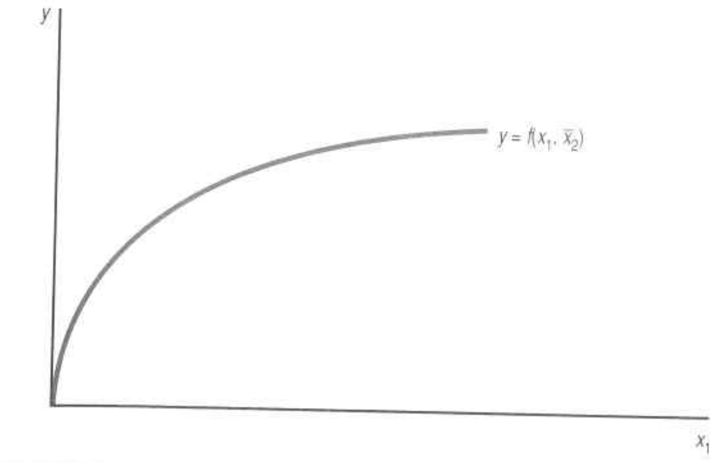

FIGURA 18.5 ***Função de produção.*** *Essa é uma forma possível para a função de produção de curto prazo.*

Observe que, nessa representação, a função de produção torna-se mais e mais plana à medida que aumenta a quantidade do fator 1. Isso é exatamente a lei de produto marginal decrescente mais uma vez em ação. É claro que bem pode existir uma região inicial de rendimentos marginais crescentes, na qual o produto marginal do fator 1 cresce à medida que aumentamos a quantidade desse fator. No caso do fazendeiro que aumenta o número de trabalhadores, pode acontecer que os primeiros trabalhadores extras aumentem cada vez mais a produção por dividir o trabalho de maneira eficiente ou algo assim. Mas dada a quantidade fixa de terra, o produto marginal do trabalho acabará por diminuir.

18.10 Rendimentos de Escala

Examinemos agora um tipo de experimento diferente. Em vez de aumentarmos a quantidade de um insumo enquanto mantemos o outro fixo, aumentemos a quantidade de *todos* os insumos da função de produção. Em outras palavras, multipliquemos a quantidade de todos os insumos por algum fator constante: digamos, por exemplo, que utilizamos o dobro do fator 1 e o dobro do fator 2.

Se utilizarmos o dobro de cada insumo, que quantidade de produção produziremos? O resultado mais provável é que obtenhamos o dobro de produção. Isso é chamado **rendimentos constantes de escala**. Em termos da função de produção, significa que o dobro de cada insumo nos dá o dobro da produção. No caso de dois insumos, podemos expressá-lo matematicamente pela expressão:

$$2f(x_1, x_2) = f(2x_1, 2x_2).$$

Em geral, se a escala de todos os insumos aumenta numa quantidade t, os rendimentos constantes de escala implicam que se obtenha uma produção t vezes maior:

$$tf(x_1, x_2) = f(tx_1, tx_2).$$

Dizemos que esse é o resultado provável pela seguinte razão: normalmente, a empresa poderia *reproduzir* suas atividades anteriores. Se a empresa tem o dobro de cada insumo, ela pode simplesmente instalar duas fábricas idênticas e, portanto, obter o dobro da produção. Se tivesse o triplo de cada insumo, a empresa poderia instalar três fábricas idênticas, e assim por diante.

Observe que é perfeitamente possível para uma tecnologia ter rendimentos constantes de escala e produto marginal decrescente para cada fator. Os **rendimentos de escala** descrevem o que acontece quando se aumentam *todos* os insumos, enquanto o produto marginal decrescente descreve o que acontece quando se aumenta *um* dos insumos e se mantêm os outros fixos.

Os rendimentos constantes de escala são o caso mais "natural" em virtude do argumento da reprodução, mas isso não quer dizer que outros resultados não possam ocorrer. Por exemplo, poderá acontecer que, ao multiplicarmos ambos os insumos por um fator t, obtenhamos uma produção de *mais* de t vezes. Isso é conhecido como o caso de **rendimentos crescentes de escala**. Matematicamente, os rendimentos crescentes de escala significam que

$$f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2)$$

para todo $t > 1$.

Qual seria o exemplo de uma tecnologia com rendimentos crescentes de escala? Um belo exemplo é o do oleoduto. Se duplicarmos o diâmetro do oleoduto, estaremos utilizando o dobro de materiais, mas o corte transversal do oleoduto crescerá por um fator de quatro. Assim, poderemos bombear mais do que o dobro de petróleo.

(É claro que não podemos levar esse exemplo ao extremo. Se continuarmos duplicando o diâmetro do oleoduto, ele acabará por ceder ao próprio peso. Normalmente, os rendimentos crescentes de escala só se aplicam a determinada faixa de produção.)

O outro caso a considerar é o dos **retornos decrescentes de escala**, em que

$$f(tx_1, tx_2) < tf(x_1, x_2)$$

para todo $t > 1$.

Esse caso é um pouco peculiar. Se obtivermos menos do que o dobro da produção depois de duplicar cada um dos insumos, deve haver alguma coisa errada. Afinal, poderíamos apenas reproduzir o que fazíamos antes!

Em geral, quando os rendimentos decrescentes de escala aparecem é quando esquecemos de levar em conta algum insumo. Se tivermos o dobro de todos os insumos à exceção de um deles, não poderemos reproduzir o que fazíamos antes, de modo que não é obrigatório obter o dobro da produção. Os rendimentos decrescentes de escala são, na verdade, um fenômeno de curto prazo, em que alguma coisa está fixa.

Naturalmente, a tecnologia pode apresentar diferentes tipos de rendimentos de escala segundo o nível da produção. Pode acontecer que em baixos níveis de produção a tecnologia mostre rendimentos de escala crescentes – ou seja, se multiplicássemos todos os insumos por um fator t, o produto aumentaria numa proporção *maior* do que t. Mais tarde, para níveis elevados de produção, ao multiplicarmos os insumos por um fator maior do que t, a produção aumentaria pelo mesmo fator t.

Resumo

1. As restrições tecnológicas da empresa são descritas pelo conjunto de produção, que descreve todas as combinações tecnologicamente factíveis de insumos e de produtos e pela função de produção, que fornece a quantidade máxima de produção associada a uma determinada quantidade de insumos.

2. Outra forma de descrever as restrições tecnológicas com as quais a empresa se defronta é com o uso de isoquantas – curvas que indicam todas as combinações de insumos capazes de produzir determinado nível de produção.

3. Geralmente supomos que as isoquantas são convexas e monotônicas, exatamente como no caso das preferências bem-comportadas.

4. O produto marginal mede a produção adicional por unidade extra de insumo, mantendo todos os outros insumos fixos. Normalmente supomos que o produto marginal de um insumo diminui à medida que utilizamos mais e mais daquele insumo.

5. A taxa técnica de substituição (TTS) mede a inclinação de uma isoquanta. Em geral pressupomos que a TTS diminui à medida que nos movemos ao longo de uma isoquanta – o que equivale a dizer que a isoquanta têm uma forma convexa.

6. No curto prazo alguns dos insumos estão fixos, e no longo prazo todos os insumos são variáveis.

7. Os rendimentos de escala se referem à forma como o produto varia à medida que variamos a *escala* de produção. Se multiplicarmos todos os insumos por uma quantidade t e a produção subir na mesma proporção, teremos então rendimentos constantes de escala. Se a produção crescer em uma proporção maior do que t, teremos rendimentos crescentes de escala; se aumentar em uma proporção menor do que t, teremos rendimentos decrescentes de escala.

Questões de Revisão

1. Considere a função de produção $f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$. Essa função tem rendimentos de escala constantes, crescentes ou decrescentes?

2. Considere a função de produção $f(x_1, x_2) = 4x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{3}}$. Ela exibe rendimentos de escala constantes, crescentes ou decrescentes?

3. A função de produção Cobb-Douglas é dada por $f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$. O tipo de rendimentos de escala dessa função dependerá da grandeza de $a + b$. Que valores de $a + b$ estão associados aos diferentes tipos de rendimento de escala?

4. A taxa técnica de substituição entre os fatores x_2 e x_1 é -4. Se você quiser produzir a mesma quantidade de produto, mas diminuindo em três unidades o uso de x_1, de quantas unidades adicionais de x_2 você necessitará?

5. Certo ou errado? Se a lei de produto marginal decrescente não fosse válida, toda a oferta mundial de alimentos poderia ser cultivada num vaso de flores.

6. Será possível, num processo de produção, ter um produto marginal decrescente em um insumo e, ainda assim, ter retornos crescentes de escala?

CAPÍTULO 19

MAXIMIZAÇÃO DO LUCRO

No capítulo anterior, analisamos as escolhas tecnológicas com as quais a empresa se depara. Neste capítulo, descreveremos um modelo de como a empresa escolhe a quantidade a produzir e o método de produção a ser empregado. O modelo que utilizaremos é o da maximização do lucro: a empresa escolhe um plano de produção que maximize seus lucros.

Neste capítulo, suporemos que a empresa encontra preços fixos para seus insumos e produtos. Dissemos anteriormente que os economistas chamam de **mercado competitivo** o mercado em que os produtores consideram os preços fora de seu controle. Assim, queremos estudar neste capítulo o problema de maximização de lucro de uma empresa que enfrenta mercados competitivos tanto para os fatores de produção que utiliza quanto para os bens que produz.

19.1 Lucros

Os **lucros** são definidos como receitas menos custos. Suponhamos que a empresa produza n produtos $(y_1, ..., y_n)$ e utilize m insumos $(x_1, ..., x_m)$. Sejam os preços dos bens produzidos $(p_1, ..., p_n)$ e os preços dos insumos $(w_1, ..., w_m)$.

O lucro que a empresa recebe, π, pode ser expresso como

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{i=1}^{m} w_i x_i .$$

O primeiro termo é a receita, e o segundo é o custo.

Na expressão dos custos, devemos estar certos de que incluímos todos os fatores de produção utilizados pela empresa, a preços de mercado. Normalmente, isso é bastante óbvio, mas em casos em que a empresa é possuída e operada pela mesma pessoa, é possível esquecer alguns dos fatores.

Por exemplo, se a pessoa trabalha em sua própria empresa, o trabalho dela é um insumo e deve ser contado como parte dos custos. Sua taxa de remuneração é simplesmente o preço de mercado de seu trabalho – o que ela *obteria* se vendesse sua força de trabalho no mercado. Do mesmo modo, se um fazendeiro possui alguma terra e a utiliza na sua produção, essa terra deve ser avaliada ao preço de mercado para fins de cálculo de custos econômicos.

Temos visto que custos econômicos como esses são freqüentemente chamados **custos de oportunidade**. O nome provém da idéia de que se você está empregando seu trabalho numa aplicação, perde a oportunidade de empregá-lo em outra parte. Portanto, esses salários perdidos fazem parte dos custos de produção. De maneira semelhante ao exemplo da terra: o fazendeiro possui a oportunidade de arrendar sua terra a outra pessoa, mas escolhe perder essa renda de aluguel para arrendar a terra para si mesmo. A renda perdida é parte do custo de sua produção.

A definição econômica de lucro requer que avaliemos todos os insumos e produtos aos seus custos de oportunidade. Os lucros determinados pelos contadores não medem necessariamente com exatidão os lucros econômicos por utilizarem tipicamente custos históricos – por quanto um fator foi comprado originariamente – em vez de custos econômicos –, quanto um fator custaria se fosse comprado agora. O termo "lucro" é empregado em várias acepções, mas nos ateremos sempre à definição econômica.

Outra confusão que às vezes surge deve-se à mistura de escalas de tempo. Normalmente pensamos nos insumos como sendo medidos em termos de *fluxos*. Tantas horas de trabalho por semana e tantas horas de máquina por semana produzirão tanto de produto por semana. Então os preços dos fatores serão medidos em unidades apropriadas para a compra de tais fluxos. Os salários são medidos em termos de unidades monetárias por hora. O correspondente para as máquinas seria a **taxa de aluguel** – a taxa à qual se pode alugar uma máquina para um dado período.

Em muitos casos não há um mercado muito bem desenvolvido para o aluguel de máquinas, já que as empresas costumam comprar seus equipamentos. Nesse caso, temos de calcular a taxa de aluguel implícita mediante a verificação de quanto custaria comprar a máquina no início do período e vendê-la no final.

19.2 A Organização das Empresas

Numa economia capitalista, as empresas são de propriedade de indivíduos. As empresas são apenas entidades legais, em última instância os donos das empresas são responsáveis pelo seu comportamento, e são os donos que recebem os prêmios ou pagam os custos desse comportamento.

As empresas podem ser organizadas como propriedade individual, sociedades ou sociedades anônimas. A **propriedade individual** é uma empresa que é de propriedade de uma única pessoa. A **sociedade** é de propriedade de duas ou mais pessoas. A **sociedade anônima** também é normalmente de propriedade de várias pessoas, mas perante a lei possui uma existência separada dos seus donos. Assim, uma sociedade durará apenas enquanto os sócios viverem e concordarem em manter sua existência. Uma sociedade anônima pode durar mais que o tempo de vida de seus proprietários. Por essa razão, a maioria das grandes empresas é organizada como sociedades anônimas.

Os proprietários desses vários tipos de empresas podem ter objetivos diferentes no tocante ao gerenciamento das operações da empresa. Na propriedade individual ou na sociedade, os proprietários normalmente desempenham um papel direto no gerenciamento das operações diárias da empresa, estando, portanto, em condições de realizar quaisquer objetivos que tenham em relação à empresa. Normalmente, estariam interessados em maximizar o lucro de suas empresas, mas se não visarem ao lucro, certamente poderão satisfazer outras metas.

Já na sociedade anônima, os proprietários freqüentemente não gerenciam a empresa. Há, pois, uma diferença entre controle e propriedade. Os proprietários da sociedade anônima têm de definir objetivos para que os gerentes sigam ao administrar a empresa e acompanhar os atos dos gerentes para assegurar que eles persigam os objetivos estabelecidos. Mais uma vez, a maximização de lucro é o objetivo comum. Como veremos a seguir, esse objetivo, se interpretado de maneira apropriada, leva os administradores da empresa a escolherem ações do interesse dos proprietários.

19.3 Lucros e Valor no Mercado de Ações

Freqüentemente, o processo de produção que a empresa utiliza permanece por vários períodos. Os insumos introduzidos num período t geram resultados com todo um fluxo de serviços por períodos posteriores de tempo. Por exemplo, as instalações fabris construídas por uma empresa podem durar 50 ou 100 anos. Assim, um insumo utilizado num período de tempo ajuda a produzir um bem em períodos futuros.

Nesse caso temos de avaliar um fluxo de custos e um fluxo de receitas ao longo do tempo. Conforme vimos no Capítulo 10, a forma apropriada de fazer isso é utilizar o conceito de valor presente. Quando as pessoas podem comprar e vender em mercados financeiros, a taxa de juros pode ser utilizada para definir um preço natural de consumo em períodos diferentes. As empresas têm acesso aos mesmos tipos de mercados financeiros, e a taxa de juros pode ser utilizada para avaliar as decisões de investimento exatamente do mesmo modo.

Imaginemos um mundo de certeza perfeita onde o fluxo de lucros futuros da empresa é de conhecimento público. Assim o valor presente desses lucros seria o **valor presente da empresa**, ou seja, quanto alguém estaria disposto a pagar para comprar a empresa.

Como indicamos anteriormente, a maioria das grandes empresas é organizada como sociedades anônimas, o que significa que elas são propriedade conjunta de vários indivíduos. A sociedade anônima emite ações para representar a propriedade de partes da organização. Em certas épocas as sociedades anônimas pagam dividendos dessas participações, que representam uma parcela dos lucros da empresa. As participações de propriedade numa sociedade anônima são compradas e vendidas no **mercado de ações**. O preço da ação representa o valor presente do fluxo de dividendos que as pessoas esperam receber da sociedade anônima. O valor total de uma empresa no mercado de ações representa o valor presente do fluxo de lucros que a empresa deverá gerar. Portanto, o objetivo da empresa – maximizar o valor presente do fluxo de lucros que a empresa gera – poderia também ser descrito como o objetivo de maximizar seu valor no mercado de ações. Num mundo de certeza, esses dois objetivos são os mesmos.

Os proprietários de uma empresa geralmente desejarão que ela escolha os planos de produção que maximizem o valor dela no mercado de ações, já que eles desejam tornar o valor de suas participações o maior possível. Vimos no Capítulo 10 que quaisquer que sejam os gostos de consumo dos indivíduos em diferentes períodos, eles irão preferir sempre uma dotação com valor presente maior a uma com valor presente menor. Ao maximizar seu valor no mercado de ações, a empresa faz com que os conjuntos orçamentários de seus proprietários sejam os maiores possíveis e, portanto, age nos melhores interesses de seus acionistas.

Mas se houver incerteza quanto ao fluxo futuro de lucros, então não fará sentido instruir os administradores para maximizar lucros. O que deverão eles maximizar? Os lucros esperados? A utilidade esperada dos lucros? Que atitude deverão ter com relação aos investimentos de risco? É difícil designar um significado para maximização de lucro quando há incerteza. Entretanto, num mundo de incerteza, maximizar o *valor do mercado de ações* ainda faz sentido. Se os administradores de uma empresa tentam tornar o valor das ações o maior possível, eles fazem com que os proprietários da empresa – os acionistas – fiquem na melhor situação possível. Assim, maximizar o valor de mercado das ações gera uma função-objetivo bem definida para as empresas em quase todos os ambientes econômicos.

Apesar dessas observações sobre tempo e incerteza, limitar-nos-emos em geral ao exame de questões muito mais simples, ou seja, aquelas em que há apenas um produto único e certo e um único período de tempo. Essa história simples gera visões significativas e constrói a intuição adequada para estudarmos modelos mais gerais de comportamento de empresas. A maioria das idéias que examinaremos conduz de maneira natural a esses modelos mais gerais.

19.4 Os Limites da Empresa

Uma questão freqüentemente enfrentada pelos gerentes de empresas: "fazer ou comprar?" Quer dizer, uma empresa deve fazer algo internamente ou comprar de um fornecedor externo? A questão é mais ampla do que parece, pois pode se referir não apenas a bens físicos, mas também a serviços de um ou outro tipo. De fato, na sua interpretação mais abrangente, "fazer ou comprar" se aplica a quase todas as decisões que uma empresa toma.

Uma companhia deve ter o seu próprio restaurante self-service? Serviços de zelador? Serviços de fotocópia? Seus próprios serviços de assistência em viagem? Uma pequena videolocadora familiar, com 12 empregados, provavelmente não terá seu próprio restaurante self-service. Poderá, contudo, terceirizar serviços de zelador, dependendo dos custos, dos recursos e do quadro de funcionários.

Mesmo uma grande organização, que facilmente poderia arcar com serviços de alimentação, pode ou não escolher operar tais serviços, dependendo da disponibilidade das alternativas. Os empregados de uma organização localizada em uma grande cidade têm acesso a muitos locais onde possam comer. Se a organização estiver localizada em uma área remota, as alternativas podem diminuir.

Um ponto fundamental é determinar se os bens ou serviços em questão serão fornecidos externamente por um monopólio ou por um mercado competitivo. Em geral, os gerentes preferem comprar bens e serviços em um mercado competitivo, sempre que estiverem disponíveis. A segunda melhor escolha é negociar com um monopolista interno.

A pior escolha de todas, em termos de preço e qualidade do serviço, é fazer negócio com um monopolista externo.

Pense no caso dos serviços de fotocópia. A situação ideal é ter dezenas de fornecedores competitivos disputando para ver quem faz negócio com você, de forma que você poderá obter preços baixos e serviços de alta qualidade. Se sua escola for grande, ou localizada em uma área urbana, pode haver muitos serviços lutando para lhe fornecer fotocópias. Por outro lado, pequenas escolas rurais podem dispor de menos escolhas e, freqüentemente, terão de pagar preços mais altos.

O mesmo vale para as empresas. Um ambiente altamente competitivo permite muitas escolhas aos usuários. Comparativamente, um departamento interno de fotocópias pode ser menos atrativo. Ainda que os preços fossem baixos, o serviço poderia ser lento. Mas, certamente, a alternativa menos atrativa é ter de se submeter a um único fornecedor externo. Um fornecedor monopolista interno pode prestar um serviço de má qualidade, mas pelo menos o dinheiro fica dentro da empresa.

À medida que a tecnologia muda, muda também o que costuma ser interno às empresas. Há quarenta anos, as próprias empresas proviam muitos dos serviços. Hoje, tendem a terceirizar tanto quanto possível. Serviços de alimentação, fotocópias e zeladoria são, freqüentemente, providos por organizações externas especializadas em tais atividades. Essa especialização costuma permitir que tais organizações ofereçam serviços de melhor qualidade e mais baratos às companhias usuárias desses serviços.

19.5 Fatores Fixos e Variáveis

Num dado período de tempo, pode ser muito difícil ajustar alguns dos insumos. Normalmente, a empresa tem obrigações contratuais para empregar certos insumos em certos níveis. Um exemplo seria o *leasing* de um prédio, em que a empresa tem a obrigação legal de comprar certa parte do espaço durante o período em exame. Referimo-nos a um fator de produção com uma quantidade fixa como **fator fixo**. Se o fator puder ser utilizado em quantidades diferentes, denominamo-lo **fator variável**.

Como vimos no Capítulo 18, o curto prazo é definido como o período de tempo em que há alguns fatores fixos – fatores que podem ser utilizados apenas em quantidades fixas. No longo prazo, ao contrário, a empresa é livre para variar todos os fatores de produção: todos os fatores são variáveis.

Não há uma fronteira rígida entre o curto e o longo prazos. O período exato de tempo envolvido depende do problema em exame. O que é importante é que alguns fatores de produção são fixos no curto prazo e são variáveis no longo prazo. Como todos os fatores de produção são variáveis no longo prazo, a empresa sempre tem liberdade para decidir usar zero insumo e produzir zero – isto é, fechar as portas. Portanto, o mínimo de lucros que uma empresa pode obter no longo prazo é zero.

No curto prazo a empresa é obrigada a empregar alguns fatores, mesmo que decida produzir zero de produto. Assim, é perfeitamente possível que tenha lucros *negativos* no curto prazo.

Por definição, fatores fixos são aqueles que a empresa é obrigada a pagar mesmo que decida produzir zero: se a empresa utilizar um prédio sob contrato de *leasing* de longo prazo, terá de efetuar os pagamentos do contrato, mesmo que decida não produzir nada naquele período. Mas há outra categoria de fatores de produção que necessitam ser pagos apenas se a empresa decidir produzir uma quantidade positiva de produto. Um exemplo é a energia elétrica utilizada para iluminar. Se a empresa produzir zero, não precisará gastar com iluminação, mas se produzir qualquer quantidade positiva, terá de comprar uma quantidade fixa de eletricidade para iluminação.

Estes fatores são chamados de **fatores quase-fixos**. São fatores de produção que têm de ser usados numa quantidade fixa, independentemente da produção da empresa, desde que a produção seja positiva. A distinção entre os fatores fixos e os quase-fixos é às vezes útil na análise do comportamento econômico da empresa.

19.6 Maximização dos Lucros de Curto Prazo

Consideremos o problema de maximização de lucros de curto prazo onde o insumo 2 é fixo num nível $\bar{x}_2$. Seja $f(x_1, x_2)$ a função de produção da empresa, p o preço do produto e w_1 e w_2 os preços dos dois insumos. Então o problema de maximização de lucros com que a empresa se depara pode ser escrito como

$$\max_{x_1} pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2.$$

A condição para a escolha ótima do fator 1 não é difícil de descobrir.

Se x_1^* for a escolha de maximização de lucros do fator 1, então o preço do produto multiplicado pelo produto marginal do fator 1 deve ser igual ao preço do fator 1. Em símbolos,

$$pPM_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1.$$

Em outras palavras, o *valor do produto marginal de um fator deve ser igual a seu preço*.

Para entender essa regra, pense sobre a decisão de empregar um pouco mais do fator 1. À medida que utiliza um pouco mais dele, Δx_1, você produz $\Delta y = PM_1 \Delta x_1$ a mais de produto que vale $pPM_1\Delta x_1$. Mas esse produto marginal custa $w_1\Delta x_1$ para produzir. Se o valor do produto marginal exceder seu custo, os lucros poderão ser aumentados com o *aumento* do insumo 1. Se o valor do produto marginal for menor do que seus custos, os lucros poderão ser aumentados, com a *diminuição* da quantidade do insumo 1.

Se os lucros da empresa forem os maiores possíveis, então os lucros não deverão aumentar quando aumentarmos ou diminuirmos a quantidade do insumo 1. Isso significa que numa escolha de insumos e produtos que maximiza lucros, o valor do produto marginal, $pPM_1(x_1^*, \bar{x}_2)$, deve ser igual ao preço do fator w_1.

Podemos derivar a mesma condição de maneira gráfica. Observe a Figura 19.1. A linha curva representa a função de produção que mantém o fator 2 fixo em $\bar{x}_2$. Ao utilizarmos y para representar a produção da empresa, os lucros são dados por

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2.$$

Essa expressão pode ser solucionada para y para expressar a produção como função de x_1:

$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\bar{x}_2 + \frac{w_1}{p}x_1. \tag{19.1}$$

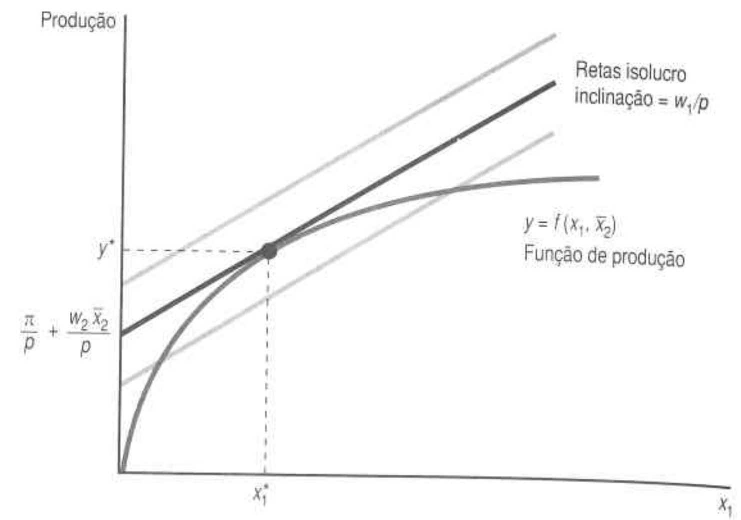

FIGURA 19.1 ***Maximização do lucro.*** *A empresa escolhe a combinação de insumo e produto que se localiza sobre a mais alta reta isolucro. Nesse caso, o ponto de maximização de lucro é* (x_1^*, y^*).

Essa equação descreve as **retas isolucro**, que são combinações de insumos e de produtos que fornecem um nível constante de lucros, π. À medida que π varia, obtemos uma família de retas paralelas com uma inclinação w_1/p e cada uma delas com um intercepto $\pi/p + w_2\bar{x}_2/p$, que mede os lucros mais os custos fixos da empresa.

Os custos fixos são fixos, de modo que a única coisa que realmente varia à medida que mudamos de uma reta isolucro para outra é o nível de lucros. Logo, níveis de lucro mais altos estarão associados a retas isolucro com maiores interceptos verticais.

O problema da maximização do lucro é, então, achar o ponto da função de produção que esteja associado com a reta isolucro mais alta. Esse ponto é ilustrado na Figura 19.1. Como sempre, caracteriza-se por uma condição de tangência: a inclinação da função de produção deve igualar a inclinação da reta isolucro. Como a inclinação da função de produção é o produto marginal e a inclinação da reta isolucro é w_1/p, essa condição também pode ser escrita como

$$PM_1 = \frac{w_1}{p},$$

o que equivale à condição que derivamos acima.

19.7 Estática Comparativa

Podemos utilizar a geometria representada na Figura 19.1 para analisar como a escolha de insumos e produtos de uma empresa varia à medida que variam os preços dos insumos e dos produtos. Isso nos fornece um modo de analisar a **estática comparativa** do comportamento das empresas.

Por exemplo: como a escolha ótima do fator 1 varia quando variamos o preço do fator w_1? Ao observarmos a equação (19.1), que define a reta isolucro, vemos que o aumento de w_1 tornará a reta isolucro mais inclinada, conforme mostra a Figura 19.2A. Quando a reta isolucro está mais inclinada, a tangência ocorre mais para a esquerda. Portanto, o nível ótimo do fator 1 tem de diminuir. Isso apenas significa que quando o preço do fator 1 aumenta, a demanda pelo fator 1 tem de diminuir: as curvas de demanda de fatores têm inclinação negativa.

Do mesmo modo, se o preço do produto diminuir, a reta isolucro tornar-se-á mais íngreme, como mostra a Figura 19.2B. Pelo mesmo argumento dado no parágrafo anterior, a escolha maximizadora de lucro do fator 1 diminuirá. Se, por hipótese, a quantidade do fator 1 diminuir e a quantidade do fator 2 se mantiver fixa no curto prazo, a oferta do produto terá de diminuir. Isso nos proporciona outro resultado de estática comparativa: a redução no preço do produto fará com que a oferta diminua. Em outras palavras, a função de oferta tem de ser positivamente inclinada.

Finalmente, podemos perguntar: o que acontecerá se o preço do fator 2 mudar? Como essa é uma análise de curto prazo, mudar o preço do fa-

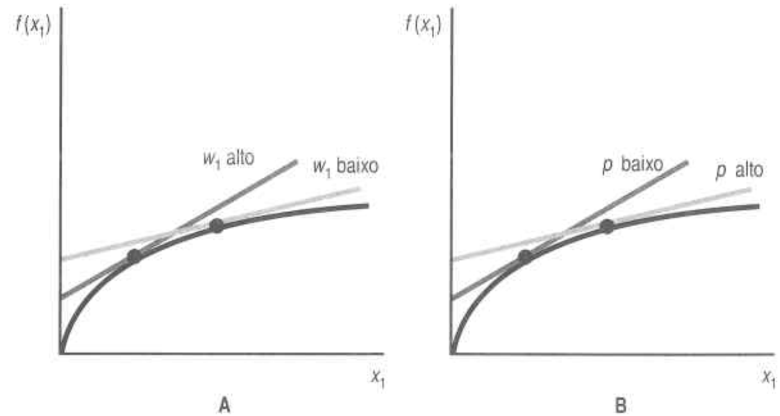

FIGURA 19.2 ***Estática comparativa.*** *O painel A mostra que o aumento de* w_1 *reduzirá a demanda pelo fator 1. O painel B mostra que o aumento do preço do produto fará com que aumente a demanda pelo fator 1 e, portanto, com que também aumente a oferta do produto.*

tor 2 não alterará a escolha da empresa pelo fator 2 – no curto prazo, o nível do fator 2 permanece fixo em $\bar{x}_2$. Mudar o preço do fator 2 não tem efeito na *inclinação* da reta isolucro. Portanto, a escolha ótima do fator 1 não se alterará, nem a oferta de produto. Somente o lucro da empresa modificar-se-á.

19.8 Maximização do Lucro no Longo Prazo

No longo prazo a empresa é livre para escolher o nível de todos os insumos. Por isso, o problema de maximização de lucro no longo prazo pode ser descrito como

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2.$$

Isso é basicamente idêntico ao problema de curto prazo descrito acima, mas agora ambos os fatores estão livres para variar.

A condição que descreve as escolhas ótimas é essencialmente a mesma que antes, mas agora temos de aplicá-la a *cada* fator. Vimos antes que o valor do produto marginal do fator 1 tem de ser igual a seu preço, seja qual for o nível do fator 2. O mesmo tipo de condição tem agora de aplicar-se a *toda* escolha de fatores:

$$pPM_1(x_1^*, x_2^*) = w_1$$

$$pPM_2(x_1^*, x_2^*) = w_2.$$

Se a empresa efetuou as escolhas ótimas dos fatores 1 e 2, o valor do produto marginal de cada um dos fatores deve ser igual a seu preço. Na escolha ótima, os lucros da empresa não podem se modificar pela mudança do nível de nenhum dos insumos.

O argumento é o mesmo utilizado para as decisões de maximização de lucro de curto prazo. Se o valor do produto marginal do fator 1, por exemplo, exceder o preço do fator 1, a utilização de um pouco mais desse fator produziria PM_1 mais produto, que seria vendido por pPM_1 unidades monetárias. Se o valor desse produto exceder o custo do fator utilizado para produzi-lo, certamente vale a pena expandir o uso desse fator.

Essas duas condições fornecem-nos duas equações e duas incógnitas, x_1^* e x_2^*. Se soubermos como os produtos marginais se comportam como função de x_1 e x_2, estaremos aptos a resolver a escolha ótima de cada fator como função dos preços. As equações resultantes são conhecidas como **curvas de demanda de fatores**.

19.9 Curvas de Demanda Inversas por Fatores

As **curvas de demanda de fatores** de uma empresa medem a relação entre o preço de um fator e a escolha maximizadora de lucros daquele fator. Vimos acima como encontrar as escolhas maximizadoras de lucro: para quaisquer preços (p, w_1, w_2), apenas encontramos as demandas de fatores (x_1^*, x_2^*), em que o valor do produto marginal de cada um deles é igual a seu preço.

A **curva de demanda inversa** de fatores mede a mesma relação, mas sob um ponto de vista diferente. Ela mede quais têm de ser os preços dos fatores para que se demande determinada quantidade de insumos. Dada a escolha ótima de fator 2, podemos traçar a relação entre a quantidade ótima do fator 1 e seu preço num diagrama como aquele da Figura 19.3. Isso nada mais é do que um gráfico da equação

$$pPM_1(x_1, x_2^*) = w_1$$

Essa curva terá inclinação negativa pelo pressuposto do produto marginal decrescente. Para qualquer nível de x_1, a curva mostra qual deverá ser o preço do fator para induzir a empresa a demandar aquele nível de x_1, mantendo-se o fator 2 constante em x_2^*.

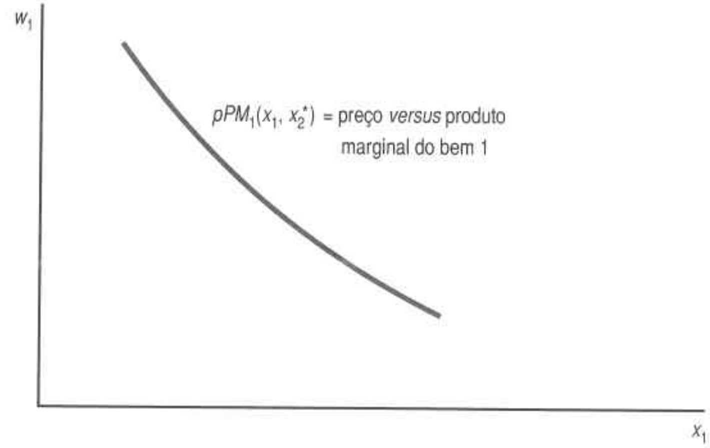

FIGURA 19.3 *Curva de demanda inversa de fatores. Essa curva mede qual deve ser o preço do fator 1 para que se demandem x_1 unidades de insumos se o nível do outro fator for mantido constante em x_2^*.*

19.10 Maximização de Lucros e Rendimentos de Escala

Existe uma relação importante entre a maximização competitiva dos lucros e os rendimentos de escala. Suponhamos que uma empresa haja escolhido um produto que maximize o lucro no longo prazo, $y^* = f(x_1^*, x_2^*)$, que é produzido com a utilização de níveis de insumos (x_1^*, x_2^*).

Assim, seus lucros são dados por

$$\pi^* = py^* - w_1x_1^* - w_2x_2^*.$$

Suponhamos que a função de produção da empresa exiba rendimentos constantes de escala e que esteja obtendo lucros positivos no equilíbrio. Examinemos, então, o que aconteceria se os insumos utilizados fossem duplicados. De acordo com a hipótese dos rendimentos constantes de escala, seu nível de produção dobraria. O que aconteceria com os lucros?

Não é difícil verificar que os lucros também dobrariam. Mas isso contradiz o pressuposto de que a escolha original era maximizadora de lucros! Chegamos a essa contradição por pressupormos que o nível original de lucros era positivo; se o nível fosse zero, não haveria problema: duas vezes zero é igual a zero.

Esse argumento mostra que o único nível de lucros razoável de longo prazo para uma empresa competitiva que possua rendimentos constantes de escala em todos os níveis de produto é o lucro zero. (Claro que se uma empresa apresentar lucro negativo no longo prazo, ela deverá encerrar suas atividades.)

A maioria das pessoas julga essa afirmação surpreendente. As empresas existem para maximizar lucros, não? Como, então, podem obter apenas lucro zero no longo prazo?

Pense no que aconteceria a uma empresa que tentasse expandir-se indefinidamente. Três coisas poderiam ocorrer. Primeiro, a empresa poderia tornar-se tão grande que não poderia operar de maneira efetiva. Isso significa apenas dizer que a empresa *realmente* não tem rendimentos constantes de escala em todos os níveis de produção. Eventualmente, devido a problemas de coordenação, ela pode até entrar numa região de rendimentos decrescentes de escala.

Em segundo lugar, a empresa poderia tornar-se tão grande que dominaria totalmente o mercado de seu produto. Nesse caso, não há razão para que ela aja competitivamente – tomando os preços como dados. Ao contrário, faria sentido que a empresa tentasse utilizar seu tamanho para influenciar o preço de mercado. O modelo de maximização de lucros competitivos não mais seria uma forma razoável de comportamento da empresa, já que ela não mais teria concorrentes efetivos. Investigaremos modelos mais apropriados de comportamento de empresas nessa situação quando discutirmos o monopólio.

Em terceiro lugar, se uma empresa puder auferir lucros positivos com uma tecnologia de rendimentos constantes de escala, qualquer outra empresa com acesso a essa tecnologia poderá fazer o mesmo. Se uma empresa desejar expandir sua produção, as outras também desejarão o mesmo. Mas se todas as empresas expandissem sua produção, o preço do produto certamente seria empurrado para baixo, o que diminuiria os lucros de todas as empresas do setor.

19.11 Lucratividade Revelada

Quando uma empresa que maximiza lucros faz suas escolhas de insumos e de produção, ela revela duas coisas: primeiro, que os insumos e os produtos utilizados representam um plano de produção *factível*; e, segundo, que essas escolhas são as mais lucrativas que qualquer outra factível que a empresa poderia ter feito. Examinemos esses pontos com mais detalhes.

Suponhamos que observemos duas escolhas que a empresa faz em dois conjuntos diferentes de preços. No período t, ela enfrenta os preços (p^t, w_1^t, w_2^t) e faz as escolhas (y^t, x_1^t, x_2^t). No período s, enfrenta os preços (p^s, w_1^s, w_2^s) e faz escolhas (y^s, x_1^s, x_2^s). Se a função de produção da empresa não mudar entre os períodos s e t e a empresa for maximizadora de lucros, teremos de ter

$$p^ty^t - w_1^tx_1^t - w_2^tx_2^t \geq p^ty^s - w_1^tx_1^s - w_2^tx_2^s \qquad (19.2)$$

e

$$p^sy^s - w_1^sx_1^s - w_2^sx_2^s \geq p^sy^t - w_1^sx_1^t - w_2^sx_2^t. \qquad (19.3)$$

Ou seja, os lucros que a empresa obtém aos preços do período t têm de ser maiores do que se ela utilizasse o plano do período s e vice-versa. Se qualquer uma dessas desigualdades fosse violada, a empresa não poderia ter sido maximizadora de lucros (sem mudanças na tecnologia).

Assim, se chegássemos a observar dois períodos de tempo em que essas desigualdades fossem violadas, saberíamos que a empresa não estaria maximizando lucros em pelo menos um desses dois períodos. A satisfação dessas duas desigualdades constitui virtualmente um axioma do comportamento maximizador, podendo, pois, receber o nome de **Axioma Fraco de Maximização do Lucro (AFML)**.

Se as escolhas da empresa satisfizerem o AFML, podemos derivar uma afirmação útil de estática comparativa sobre o comportamento das demandas de fatores e ofertas de produtos quando os preços variam. Transponha os dois lados da equação (19.3) para obter

$$-p^s y^t + w_1^s x_1^t + w_2^s x_1^t \geq -p^s y^s + w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \tag{19.4}$$

e some a equação (19.4) à equação (19.2) para obter:

$$\begin{aligned}(p^t - p^s)y^t - (w_1^t - w_1^s)x_1^t - (w_2^t - w_2^s)x_2^t \\ \geq (p^t - p^s)y^s - (w_1^t - w_1^s)x_1^s - (w_2^t - w_2^s)x_2^s.\end{aligned} \tag{19.5}$$

Rearranje agora essa equação para obter

$$(p^t - p^s)(y^t - y^s) - (w_1^t - w_1^s)(x_1^t - x_1^s) - (w_2^t - w_2^s)(x_2^t - x_2^s) \geq 0. \tag{19.6}$$

Por fim, defina a variação dos preços, $\Delta p = (p^t - p^s)$, a variação na produção, $\Delta y = (y^t - y^s)$, e assim por diante, para obter

$$\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_2 \Delta x_2 \geq 0. \tag{19.7}$$

Essa equação é nosso resultado final. Ela diz que a variação no preço do produto multiplicada pela variação na produção menos a variação do preço de cada fator multiplicada pela variação de cada fator não pode ser negativa. Essa equação vem unicamente da definição de maximização de lucro. Mesmo assim, ela contém todos os resultados de estática comparativa sobre as escolhas de maximização de lucro!

Por exemplo, suponhamos que examinemos uma situação em que o preço do produto varie, mas o preço de cada fator permaneça constante. Se $\Delta w_1 = \Delta w_2 = 0$, então a equação (19.7) reduz-se a

$$\Delta p \Delta y \geq 0.$$

Assim, se o preço do produto aumentar, de modo que $\Delta p > 0$, a variação do produto também não pode ser negativa, $\Delta y \geq 0$. Isso diz que a curva de oferta maximizadora de lucro de uma empresa competitiva tem de ter uma inclinação positiva (ou, pelo menos, igual a zero).

Do mesmo modo, se o preço do produto e do fator 2 permanecer constante a equação (19.7) tornar-se-á

$$-\Delta w_1 \Delta x_1 \geq 0,$$

o que significar dizer que

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0.$$

Assim, se o preço do fator 1 aumentar, de modo que $\Delta w_1 > 0$, a equação (19.7) implica que a demanda do fator 1 diminuirá (ou, pelo menos, permanecerá constante), de forma que $\Delta x_1 \leq 0$. Isso significa que a curva de demanda de fatores tem de ser uma função decrescente do preço do fator: as curvas de demanda de fatores têm de ter inclinação negativa.

A simples desigualdade no AFML – e suas implicações na equação (19.7) – coloca fortes restrições de observação sobre como uma empresa se comportará. É natural perguntarmos se são essas todas as restrições que o modelo de maximização de lucro impõe ao comportamento da empresa. Dito de outra maneira, se observarmos as escolhas de uma empresa e essas escolhas satisfizerem o AFML, poderemos elaborar uma estimativa da tecnologia para a qual as escolhas observadas são escolhas maximizadoras de lucros? A resposta é sim. A Figura 19.4 mostra como estimar essa tecnologia.

Para ilustrar o argumento de maneira gráfica, supomos que haja apenas um insumo e um produto. Suponhamos que recebemos uma escolha observada no período t e no período s, que indicamos por (p^t, w_1^t, y^t, x_1^t) e (p^s, w_1^s, y^s, x_1^s). Em cada período, podemos calcular os lucros π_s e π_t e traçar todas as combinações de y e x_1 que geram esses lucros.

Ou seja, traçamos as duas retas isolucro

$$\pi_t = p^t y - w_1^t x_1$$

e

$$\pi_s = p^s y - w_1^s x_1.$$

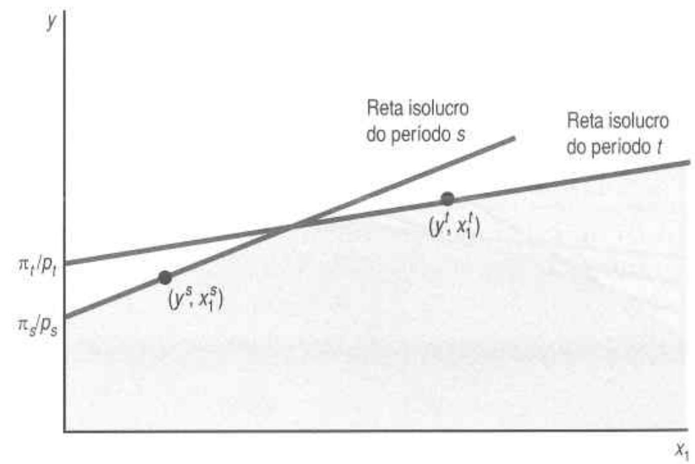

FIGURA 19.4 ***Estimação de uma tecnologia possível.*** *Se as escolhas observadas forem maximizadoras de lucro em cada conjunto de preços, poderemos estimar o formato da tecnologia que gerou essas escolhas mediante o uso das retas isolucro.*

Os pontos acima da reta isolucro do período t apresentam lucros maiores que π_t aos preços do período t, e os pontos acima da reta isolucro do período s têm lucros maiores que π_s aos preços do período s. O AFML requer que a escolha no período t se posicione abaixo da reta isolucro do período s, e que a escolha no período s se localize abaixo da reta isolucro do período t.

Se essa condição for satisfeita, não será difícil gerar uma tecnologia para a qual (y^t, x_1^t) e (y^s, x_1^s) sejam escolhas maximizadoras de lucros. Basta observar a área sombreada abaixo das duas retas. São todas escolhas que geram lucros menores que as escolhas observadas em ambos os conjuntos de preços.

A prova de que essa tecnologia irá gerar as escolhas observadas como escolhas maximizadoras de lucro é clara do ponto de vista geométrico. Aos preços (p^t, w_1^t), a escolha (y^t, x_1^t) estará na reta isolucro mais alta possível, e o mesmo valerá para a escolha do período s.

Assim, quando as escolhas observadas satisfizerem o AFML, poderemos "reelaborar" uma estimativa da tecnologia que poderia haver gerado as observações. Nesse sentido, qualquer escolha observada coerente com o AFML poderia ser uma escolha de maximização de lucro. À medida que observamos mais escolhas feitas pelas empresas, obtemos uma estimativa mais precisa da função de produção, conforme ilustra a Figura 19.5.

Essa estimativa da função de produção pode ser utilizada para prever o comportamento da empresa em outros ambientes e para outros usos em análise econômica.

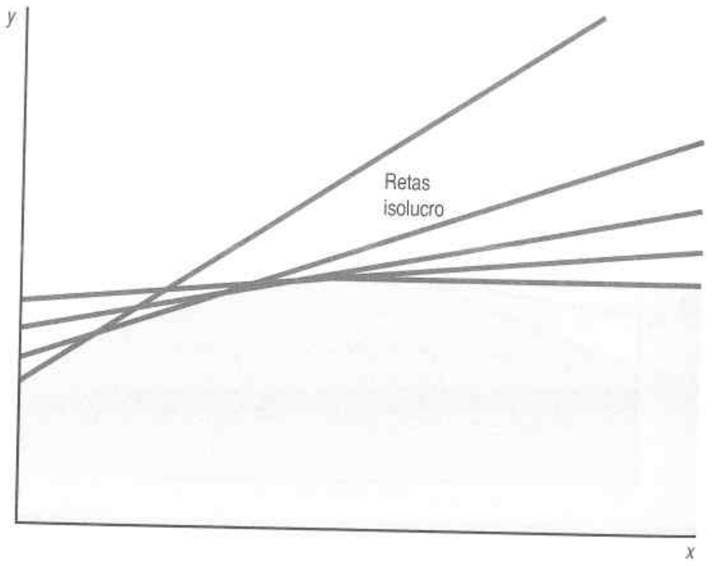

FIGURA 19.5 ***Estimativa da tecnologia.*** *À medida que observamos um número maior de escolhas, obtemos uma estimativa mais precisa da função de produção.*

EXEMPLO: Como os Agricultores Reagem a Esquemas de Manutenção de Preços?

O governo americano gasta correntemente entre US$40 e US$60 bilhões por ano com o auxílio aos agricultores. Grande parte dessa quantia é utilizada para subsidiar a produção de vários produtos, como leite, trigo, milho, soja e algodão. Ocasionalmente, realizam-se tentativas de diminuir ou eliminar esses subsídios. A eliminação desses subsídios teria como efeito a redução do preço dos produtos recebidos pelos produtores.

Os agricultores às vezes argumentam que a eliminação dos subsídios do leite, por exemplo, não reduziria a oferta total desse produto, uma vez que os pecuaristas escolheriam *aumentar* os rebanhos e a oferta de leite para manter constante seu padrão de vida.

Se os produtores se comportarem de maneira a maximizar os lucros, isso será impossível. Como vimos antes, a lógica da maximização de lucros *requer* que a diminuição do preço de um produto leve à redução da oferta dele: se Δp for negativo, Δy também terá de ser negativo.

É certamente possível que as pequenas fazendas familiares possam ter outros objetivos que não a simples maximização de lucros, mas as fazendas maiores, da agroindústria, serão mais provavelmente maximizadoras de lucros. Assim, a reação perversa à eliminação de subsídios citada acima só poderia ocorrer em escala limitada, se ocorresse.

19.12 Minimização do Custo

Se uma empresa maximiza lucros e escolhe ofertar uma quantidade de produtos y, então ela tem de minimizar o custo de produzir y. Se não fosse assim, existiria um meio mais barato de produzir y unidades do produto, o que significaria que a empresa, em primeiro lugar, não estaria maximizando lucros.

Essa observação simples é bastante útil para o exame do comportamento da empresa. Convém dividir o problema da maximização de lucros em duas etapas: primeiro, verificamos como minimizar os custos de produzir qualquer nível desejado do produto y; e então verificamos que nível de produção maximiza de fato os lucros. Iniciaremos essa tarefa no próximo capítulo.

Resumo

1. Os lucros são a diferença entre receitas e custos. Nessa definição, é importante que todos os custos sejam medidos com base nos preços de mercado apropriados.

2. Fatores fixos são aqueles cuja quantidade independe do nível de produção; já os fatores variáveis são aqueles cuja quantidade utilizada varia de acordo com o nível de produção.

3. No curto prazo, alguns fatores têm de ser utilizados em quantidades predeterminadas. No longo prazo, todos os fatores podem variar livremente.

4. Se a empresa maximiza lucros, o valor do produto marginal de cada fator que é livre para variar tem de ser igual ao preço do fator.

5. A lógica da maximização de lucros implica que a função oferta da empresa competitiva tem de ser uma função crescente do preço do produto e a função demanda de cada fator tem de ser uma função decrescente de seu preço.

6. Se uma empresa competitiva apresenta rendimentos constantes de escala, seu lucro máximo de longo prazo tem de ser igual a zero.

Questões de Revisão

1. No curto prazo, se o preço do fator fixo aumentar, o que ocorre com os lucros?

2. Se uma empresa apresentasse rendimentos crescentes de escala, o que aconteceria com os lucros se os preços permanecessem fixos e a escala de produção dobrasse?

3. Se uma empresa tivesse rendimentos decrescentes de escala em todos os níveis de produção, e fosse dividida em duas outras empresas menores de mesmo tamanho, o que aconteceria com os lucros totais?

4. Um jardineiro exclama: "Com apenas US\$1,00 em sementes, obtive US\$20,00 em produtos!" Além do fato de que a maioria da produção está sob a forma de abobrinhas, que outras observações um economista cínico faria sobre essa situação?

5. Maximizar o lucro de uma empresa é sempre o mesmo que maximizar o valor da empresa no mercado de ações?

6. Se $pPM_1 > w_1$, a empresa deveria aumentar ou diminuir a quantidade utilizada do fator 1 para aumentar os lucros?

7. Suponhamos que uma empresa esteja maximizando lucros no curto prazo com um fator variável x_1 e um fator fixo x_2. Se o preço de x_2 diminuir, o que acontecerá com a utilização de x_1? O que acontecerá ao nível de lucros da empresa?

8. Uma empresa competitiva e maximizadora de lucros que obtém lucros positivos no equilíbrio de longo prazo (pode/não pode) ter uma tecnologia com rendimentos constantes de escala.

Apêndice

O problema de maximização de lucros da empresa é

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2$$

que tem as condições de primeira ordem

$$p\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - w_1 = 0$$

$$p\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - w_2 = 0.$$

Essas são exatamente as mesmas condições do produto marginal dadas no texto. Vejamos agora qual a aparência do comportamento maximizador de lucros quando se utiliza a função de produção Cobb-Douglas.

Suponhamos que a função Cobb-Douglas seja dada por $f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$. Então as duas condições de primeira ordem tornam-se

$$pax_1^{a-1}x_2^b - w_1 = 0$$

$$pbx_1^a x_2^{b-1} - w_2 = 0.$$

Multiplique a primeira equação por x_1 e a segunda por x_2 para obter

$$pax_1^a x_2^b - w_1x_1 = 0$$

$$pbx_1^a x_2^b - w_2x_2 = 0.$$

Se utilizarmos $y = x_1^a x_2^b$ para representar o nível de produção da empresa, poderemos reescrever essa expressão como

$$pay = w_1x_1$$

$$pby = w_2x_2.$$

Ao resolvermos para x_1 e x_2, teremos

$$x_1^* = \frac{apy}{w_1}$$

$$x_2^* = \frac{bpy}{w_2}.$$

Isso nos fornece as demandas dos dois fatores como uma função da escolha ótima de produção. Mas ainda teremos de resolver para a escolha ótima de produção. Se inserirmos as demandas ótimas de fatores na função de produção Cobb-Douglas teremos a expressão

$$\left(\frac{pay}{w_1}\right)^a \left(\frac{pby}{w_2}\right)^b = y.$$

A fatoração de y resulta em

$$\left(\frac{pa}{w_1}\right)^a \left(\frac{pb}{w_2}\right)^b y^{a+b} = y.$$

Ou:

$$y = \left(\frac{pa}{w_1}\right)^{\frac{a}{1-a-b}} \left(\frac{pb}{w_2}\right)^{\frac{b}{1-a-b}}.$$

Isso nos dá a função oferta da empresa Cobb-Douglas. Além das funções de demanda por fatores derivadas acima, essa equação fornece-nos uma solução completa para o problema da maximização do lucro.

Observe que quando a empresa apresenta rendimentos constantes de escala – quando $a + b = 1$ –, essa função oferta não é bem definida. Enquanto os preços de insumos e os preços de produtos forem coerentes com o lucro zero, a empresa com a tecnologia Cobb-Douglas permanecerá indiferente a seu nível de oferta.

CAPÍTULO 20

MINIMIZAÇÃO DE CUSTOS

Nosso objetivo é estudar o comportamento das empresas que maximizam lucros tanto nos mercados competitivos quanto nos não-competitivos. No capítulo anterior iniciamos nossa investigação do comportamento de maximização de lucros num ambiente competitivo com o exame direto do problema da maximização de lucros.

Entretanto, uma abordagem mais indireta pode proporcionar alguns *insights* importantes. Nossa estratégia consistirá em dividir o problema da maximização em duas partes. Examinaremos primeiro o problema de como minimizar os custos de produção de determinado nível de produto e, a partir daí, como escolher o nível de produção mais lucrativo. Neste capítulo examinaremos o primeiro passo – minimizar os custos de produzir um dado nível de produto.

20.1 Minimização de Custos

Suponhamos que tenhamos dois fatores de produção de preços w_1 e w_2 e que queiramos encontrar o meio mais barato de alcançar um dado nível de produção y. Se x_1 e x_2 medirem as quantidades utilizadas dos dois fatores, e $f(x_1, x_2)$ for a função de produção da empresa, podemos escrever esse problema como

$$\min_{x_1, x_2} w_1x_1 + w_2x_2$$

$$\text{de modo que } f(x_1, x_2) = y.$$

As mesmas advertências aplicam-se como no capítulo anterior, que diz respeito a esse tipo de análise: assegure-se de que incluiu *todos* os custos de produção no cálculo dos custos e também de que mediu tudo numa escala de tempo compatível.

A solução para esse problema de minimização de custos – o custo mínimo para alcançar o nível desejado de produto – dependerá de w_1, w_2 e y, de maneira que a representamos como $c(w_1, w_2, y)$. Essa função é conhecida como **função custo**, e nos será de considerável interesse. A função custo $c(w_1, w_2, y)$ mede o custo mínimo de produzir y unidades de um bem quando os preços dos fatores são (w_1, w_2).

Para compreendermos a solução desse problema, representemos os custos e as restrições tecnológicas da empresa no mesmo diagrama. As isoquantas nos fornecem as restrições tecnológicas – todas as combinações de x_1 e x_2 que podem produzir y.

Suponhamos que desejemos traçar todas as combinações de insumos que tenham um dado nível de custo, C. Podemos escrever isso como

$$w_1x_1 + w_2x_2 = C,$$

que pode ser rearranjado para proporcionar

$$x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2}x_1.$$

É fácil verificar que isso é uma linha reta com inclinação de $-w_1/w_2$ e intercepto vertical C/w_2. À medida que deixamos o número C variar, obtemos uma família de **retas isocusto**. Todo ponto numa curva isocusto tem o mesmo custo, C, e as retas isocusto mais elevadas estão associadas a custos mais altos.

Assim, o nosso problema de minimização de custos pode ser reescrito como: encontre o ponto na isoquanta que esteja associado à reta isocusto mais baixa possível. Esse ponto é ilustrado na Figura 20.1.

Observe que se a solução ótima envolver o uso de certa quantidade de cada fator e se a isoquanta formar uma curva suave, o ponto de minimização de custos será caracterizado pela condição de tangência: a inclinação da isoquanta será igual à inclinação da curva isocusto. Ou, para usarmos a terminologia do Capítulo 18, a *taxa técnica de substituição tem de ser igual à razão de preço dos fatores*:

$$-\frac{PM_1(x_1^*, x_2^*)}{PM_2(x_1^*, x_2^*)} = \text{TTS}(x_1^*, x_2^*) = -\frac{w_1}{w_2}. \qquad (20.1)$$

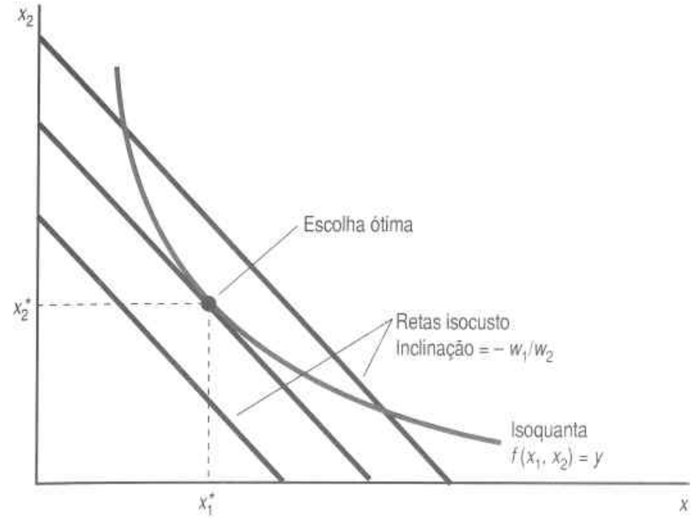

FIGURA 20.1 ***Minimização dos custos.*** *A escolha dos fatores que minimizam os custos de produção pode ser determinada ao encontrar-se o ponto na isoquanta que está associado à curva isocusto mais baixa.*

(Se tivermos uma solução de fronteira, onde um dos dois fatores não for utilizado, essa condição de tangência não precisa ser satisfeita. Do mesmo modo, se a função de produção apresentar "quebras", a condição de tangência não terá sentido. Essas exceções são iguais à situação do consumidor, de modo que não iremos enfatizar esses casos neste capítulo.)

A álgebra que está por trás da equação (20.1) não é difícil. Imagine qualquer mudança no padrão de produção $(\Delta x_1, \Delta x_2)$ que mantém a produção constante. Essa mudança tem de satisfazer

$$PM_1(x_1^*, x_2^*)\Delta x_1 + PM_2(x_1^*, x_2^*)\Delta x_2 = 0. \qquad (20.2)$$

Observe que Δx_1 e Δx_2 têm de ter sinais contrários; se aumentarmos a quantidade utilizada do fator 1, temos de diminuir a quantidade utilizada do fator 2 para manter constante a produção.

Se estivermos no custo mínimo, essa mudança não poderá diminuir os custos, de modo que teremos

$$w_1\Delta x_1 + w_2\Delta x_2 \geq 0. \qquad (20.3)$$

Consideremos agora a mudança $(-\Delta x_1, -\Delta x_2)$. Ela também proporciona um nível constante de produção e não pode diminuir os custos, o que implica que

$$-w_1\Delta x_1 - w_2\Delta x_2 \geq 0. \quad (20.4)$$

A combinação das expressões (20.3) e (20.4) fornece

$$w_1\Delta x_1 + w_2\Delta x_2 = 0. \quad (20.5)$$

A resolução das equações (20.2) e (20.5) para $\Delta x_2/\Delta x_1$ dá

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{w_1}{w_2} = -\frac{PM_1(x_1^*, x_2^*)}{PM_2(x_1^*, x_2^*)},$$

que é justamente a condição de minimização de custo derivada acima pelo argumento geométrico.

Observe que a Figura 20.1 apresenta uma certa semelhança com a solução do problema de escolha do consumidor anteriormente descrita. Embora as soluções pareçam as mesmas, elas na verdade não constituem os mesmos tipos de problemas. No problema do consumidor, a linha reta era a restrição orçamentária, ao longo da qual o consumidor se movia para encontrar sua posição preferida. No problema do produtor, a isoquanta é a restrição tecnológica e o produtor move-se ao longo dela para encontrar a posição ótima.

As escolhas de insumos que geram custos mínimos para a empresa dependerão, em geral, dos preços dos insumos e do nível de produção que a empresa deseja ter, de modo que escrevemos essas escolhas como $x_1(w_1, w_2, y)$ e $x_2(w_1, w_2, y)$. Essas expressões são chamadas **funções demanda de fatores condicionadas** ou **demandas de fatores derivadas**. Elas medem a relação entre os preços e a produção e a escolha ótima de fatores da empresa, *condicionando* a que a empresa tenha um dado nível de produção y.

Observe com cuidado a diferença entre as demandas *condicionadas* de fatores e as demandas de fatores maximizadores do lucro analisadas no capítulo anterior. As funções demanda de fatores condicionadas proporcionam escolhas que minimizam o custo para um dado nível de produção, enquanto as funções demanda de fatores que maximizam lucros fornecem as escolhas que maximizam lucros para determinado *preço* do produto.

As demandas de fatores condicionadas em geral não podem ser observadas de maneira direta; são construções hipotéticas que respondem à pergunta de quanto de cada fator a empresa *utilizaria* se quisesse alcançar determinado nível de produção de modo mais barato. Entretanto, as funções demanda de fatores condicionadas são úteis como uma forma de separar o problema da determinação do nível ótimo de produção do problema de determinar o método de produção mais efetivo em termos de custos.

EXEMPLO: Minimização de Custos para Tecnologias Específicas

Suponhamos que consideremos uma tecnologia em que os bens são complementares perfeitos, de modo que $f(x_1, x_2) = \text{mín}\{x_1, x_2\}$. Assim, se quisermos produzir y unidades de um bem, necessitaremos, claramente, de y unidades de x_1 e y unidades de x_2. Portanto, os custos mínimos de produção serão

$$c(w_1, w_2, y) = w_1 y + w_2 y = (w_1 + w_2)y.$$

E sobre a tecnologia de substitutos perfeitos, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$? Como os dois bens são substitutos perfeitos na produção, é claro que a empresa utilizará o que for mais barato. Portanto, o custo mínimo de produzir y unidades do produto será $w_1 y$ ou $w_2 y$, o que for menor. Em outras palavras:

$$c(w_1, w_2, y) = \text{mín}\{w_1 y\ w_2 y\} = \text{mín}\{w_1, w_2\}y$$

Finalmente, consideramos a tecnologia Cobb-Douglas, descrita pela fórmula $f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$. Nesse caso, podemos utilizar técnicas de cálculo para mostrar que a função custo terá a forma

$$c(w_1, w_2, y) = Kw_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}},$$

onde K é uma constante que depende de a e b. Os detalhes desse cálculo são apresentados no Apêndice.

20.2 Minimização de Custo Revelada

O pressuposto de que a empresa escolhe fatores para minimizar o custo de produção terá implicações em como as escolhas observadas se modificam à medida que os preços dos fatores se modificam.

Suponhamos que observamos dois conjuntos de preços, (w_1^t, w_2^t) e (w_1^s, w_2^s), e as escolhas associadas da empresa, (x_1^t, x_2^t) e (x_1^s, x_2^s). Suponhamos que todas essas escolhas proporcionem o mesmo nível de produto y. Assim, se cada escolha for uma escolha minimizadora de custo aos preços a ela associados, teremos de ter

$$w_1^t x_1^t + w_2^t x_2^t \leq w_1^t x_1^s + w_2^t x_2^s$$

e

$$w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \leq w_1^s x_1^t + w_2^s x_2^t.$$

Se a empresa escolher sempre o modo minimizador de custos para produzir y unidades de produto, suas escolhas nos períodos t e s têm de satisfazer essas desigualdades. Chamaremos essas desigualdades de **Axioma Fraco da Minimização de Custo (AFMC)**.

Escreva a segunda equação como

$$-w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t \le -w_1^s x_1^s - w_2^s x_2^s$$

e some-a à primeira equação para obter

$$(w_1^t - w_1^s)x_1^t + (w_2^t - w_2^s)x_2^t \le (w_1^t - w_1^s)x_1^s + (w_2^t - w_2^s)x_2^s,$$

que pode ser rearrumada para nos proporcionar

$$(w_1^t - w_1^s)(x_2^t - x_1^s) + (w_2^t - w_2^s)(x_2^t - x_2^s) \le 0.$$

Utilizando a notação delta para significar variações nas demandas e nos preços de fatores, temos:

$$\Delta w_1 \Delta x_1 + \Delta w_2 \Delta x_2 \le 0.$$

Essa equação segue-se apenas do pressuposto do comportamento minimizador de custos. Ela implica restrições sobre como o comportamento da empresa pode mudar quando os preços dos insumos mudam e o produto permanece constante.

Por exemplo, se o preço do primeiro bem aumenta e o preço do segundo bem permanece constante, então $\Delta w_2 = 0$, de modo que a desigualdade se torna

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \le 0.$$

Se o preço do fator 1 aumentar, essa desigualdade implicará então que a demanda pelo fator 1 tem de diminuir, o que fará com que as demandas por fatores condicionadas se inclinem para baixo.

O que podemos dizer sobre como mudam os custos mínimos quando mudamos os parâmetros do problema? É fácil verificar que os custos têm de crescer se qualquer um dos preços dos fatores aumentar: se um bem se torna mais caro e o outro permanece constante, os custos mínimos não podem cair e, em geral, subirão. Do mesmo modo, se a empresa escolher produzir uma quantidade maior de produtos, e os preços dos fatores permanecerem constantes, os custos dessa empresa terão de crescer.

20.3 Rendimentos de Escala e Função Custo

No Capítulo 18 discutimos a idéia de rendimentos de escala na função de produção. Lembre-se de que dissemos que a tecnologia tem rendimentos de escala crescentes, decrescentes ou constantes, na medida em que $f(tx_1, tx_2)$ for maior, menor ou igual que $tf(x_1, x_2)$ para todo $t > 1$. Isso significa que existe uma boa relação entre o tipo de rendimento de escala apresentado pela função de produção e o comportamento da função custo.

Suponhamos primeiro que tenhamos o caso natural de rendimentos constantes de escala. Imaginemos que tenhamos resolvido o problema da minimização de custo para produzir uma unidade de produto, de modo que conhecemos a **função custo unitária**, $c(w_1, w_2, 1)$. Agora, qual o modo mais barato de produzir y unidades de produto? Simples: usamos y vezes mais de cada insumo que utilizávamos para produzir uma unidade de produto. Isto significa que o custo mínimo para se produzir y unidades de produto será de $c(w_1, w_2, 1)y$. No caso de rendimentos constantes de escala, a função custo é linear no produto.

E se tivermos rendimentos crescentes de escala? Nesse caso, o custo aumenta menos do que de maneira linear no produto. Se a empresa decide produzir duas vezes mais, ela pode fazê-lo por *menos* de duas vezes o custo, desde que os preços dos fatores permaneçam fixos. Esse é um resultado natural do conceito de rendimentos crescentes de escala: se a empresa dobra os insumos, ela mais do que dobrará seu produto. Portanto, se a empresa deseja dobrar o produto, ela será capaz de fazer isso utilizando menos de duas vezes mais de cada insumo.

Mas utilizar o dobro de cada insumo fará com que dobrem os custos. Logo, usar menos do dobro de cada insumo fará com que os custos subam menos de duas vezes: isso equivale a dizer que a função custo crescerá menos do que linearmente no que tange ao produto.

Do mesmo modo, se a tecnologia apresentar rendimentos decrescentes de escala, a função custo crescerá mais do que linearmente no que diz respeito ao produto. Se o produto dobrar, os custos mais do que dobrarão.

Esses fatos podem ser expressos em termos de comportamento da **função de custo médio**. A função de custo médio é apenas o custo *unitário* de produzir y unidades de um produto:

$$CM(y) = \frac{c(w_1, w_2, y)}{y}.$$

Se a tecnologia apresentar rendimentos constantes de escala, então vimos acima que a função custo terá a forma $c(w_1, w_2, y) = c(w_1, w_2, 1)y$. Isso significa que a função de custo médio será

$$CM(w_1, w_2, y) = \frac{c(w_1, w_2, 1)y}{y} = c(w_1, w_2, 1).$$

Ou seja, o custo por unidade produzida será constante, sem importar o nível de produto que a empresa deseje atingir.

Se a tecnologia proporcionar rendimentos crescentes de escala, os custos crescerão menos do que linearmente no tocante ao produto, de modo que os custos médios serão decrescentes com relação ao produto: à medida que o produto aumentar, os custos médios de produção tenderão a cair.

Do mesmo modo, se a tecnologia apresentar rendimentos decrescentes de escala, os custos médios crescerão à medida que o produto cresce.

Como vimos antes, uma dada tecnologia pode ter *regiões* de rendimentos de escala crescentes, decrescentes ou constantes – o produto pode crescer com rapidez maior, igual ou menor do que a escala de operações da empresa em diferentes níveis de produção. Do mesmo modo, a função custo pode crescer com rapidez maior, igual ou menor do que a produção em diferentes níveis de produção. Isso implica que a função de custo médio pode diminuir, permanecer constante ou crescer em diferentes níveis de produção. No próximo capítulo exploraremos essas possibilidades com maiores detalhes.

De agora em diante, preocupar-nos-emos mais com o comportamento da função custo no tocante à variável produto. Na maior parte consideraremos os preços dos fatores como fixados em níveis predeterminados e pensaremos nos custos apenas como dependentes da escolha de produção da empresa. Portanto, no restante do livro escreveremos a função custo como uma função somente do produto: $c(y)$.

20.4 Custos de Curto e de Longo Prazos

A função custo é definida como o custo mínimo para alcançar um dado nível de produto. Freqüentemente é importante distinguir os custos mínimos em dois casos diferentes: quando a empresa pode ajustar todos os seus fatores de produção e quando ela só pode ajustar alguns desses fatores.

Definimos o curto prazo como o período de tempo em que alguns dos fatores de produção têm de ser utilizados numa quantidade fixa. No longo prazo, todos os fatores têm liberdade para variar. A **função custo de curto prazo** é definida como o custo mínimo para alcançar um dado nível de produto, mediante apenas o ajuste dos fatores de produção variáveis. A **função custo de longo prazo** fornece o custo mínimo de alcançar um dado nível de produto pelo ajuste de *todos* os fatores de produção.

Suponhamos que no curto prazo o fator 2 seja fixado num nível predeterminado $\overline{x}_2$, mas que no longo prazo tenha liberdade para variar. Assim, a função custo de curto prazo será definida por

$$c_s(y, \overline{x}_2) = \min_{x_1} w_1 x_1 + w_2 \overline{x}_2,$$

$$\text{de modo que } f(x_1, \overline{x}_2) = y.$$

Observe que, em geral, o custo mínimo de produzir y unidades de produto no curto prazo dependerá da quantidade e do custo do fator fixo disponível.

No caso de dois fatores, pode-se resolver com facilidade esse problema de minimização: basta encontrar a menor quantidade de x_1, de modo que $f(x_1, \overline{x}_2) = y$. Se houver, porém, muitos fatores de produção variáveis no curto prazo, o problema da minimização do custo exigirá um cálculo mais elaborado.

A função demanda de fatores de curto prazo do fator 1 é a quantidade de fator 1 que minimiza os custos. Em geral, ela dependerá dos preços dos fatores e também dos níveis dos fatores fixos, de maneira que escrevemos as demandas de fatores de curto prazo como

$$x_1 = x_1^s(w_1, w_2, \overline{x}_2, y)$$

$$x_2 = \overline{x}_2.$$

Estas equações apenas dizem, por exemplo, que se o tamanho do prédio for fixo no curto prazo, o número de trabalhadores que a empresa deseja empregar a qualquer conjunto dado de preços ou de escolha de produção dependerá do tamanho do prédio.

Observe que pela definição da função custo de curto prazo

$$c_s(y, \overline{x}_2) = w_1 x_1^s(w_1, w_2, \overline{x}_2, y) + w_2 \overline{x}_2.$$

Isso diz apenas que o custo mínimo de produzir uma quantidade y de produtos é o custo associado à utilização da escolha de insumos que minimiza custos. Isso é verdadeiro por definição mas, mesmo assim, acaba por ser útil.

A função custo de longo prazo nesse exemplo é definida por

$$c(y) = \min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2,$$

$$\text{de modo que } f(x_1, x_2) = y.$$

Aqui, ambos os fatores podem variar livremente. Os custos de longo prazo dependem apenas do nível de produto que a empresa deseja ter, juntamente com os preços dos fatores. Escrevemos as funções custo de longo prazo como $c(y)$, e as funções demanda de longo prazo como

$$x_1 = x_1(w_1, w_2, y)$$

$$x_2 = x_2(w_1, w_2, y).$$

Podemos também escrever as funções custo de longo prazo como

$$c(y) = w_1 x_1(w_1, w_2, y) + w_2 x_2(w_1, w_2, y).$$

Assim como antes, isso apenas diz que os custos mínimos são os custos que as empresas obtêm com o uso da escolha de fatores que minimizam custos.

Há uma relação interessante entre as funções custo de curto e de longo prazos que utilizaremos no próximo capítulo. Para fins de simplificação, suponhamos que os preços dos fatores sejam fixos em níveis predeterminados e que escrevamos as funções demandas dos fatores de longo prazo como

$$x_1 = x_1(y)$$

$$x_2 = x_2(y).$$

Assim, a função custo de longo prazo também pode ser escrita como

$$c(y) = c_s(y, x_2(y)).$$

Para verificar a veracidade disso, basta pensar no que isso significa. A equação diz que o custo mínimo quando todos os fatores são variáveis é exatamente o custo mínimo quando o fator 2 está fixo no *nível que minimiza os custos de longo prazo*. Segue-se que a demanda de longo prazo do fator variável – a escolha que minimiza custos – é dada por

$$x_1(w_1, w_2, y) = x_1^s(w_1, w_2, x_2(y), y).$$

Essa equação diz que a quantidade minimizadora de custos do fator variável no longo prazo é aquela que a empresa escolheria no curto prazo – caso tivesse a quantidade de fator fixo que minimiza os custos no longo prazo.

20.5 Custos Fixos e Quase-Fixos

No Capítulo 19 fizemos a distinção entre fatores fixos e quase-fixos. Os fatores fixos são os que têm de receber pagamento, haja ou não produção. Já os fatores quase-fixos só têm de ser pagos se a empresa decidir ter uma quantidade positiva de produto.

É natural definir os custos fixos e quase-fixos de maneira semelhante. Os **custos fixos** são aqueles associados aos fatores fixos: eles independem do nível de produto e, sobretudo, têm de ser pagos mesmo que a empresa não produza nada. Os **custos quase-fixos** também independem do nível de produto, mas só precisam ser pagos se a empresa produzir uma quantidade positiva de bens.

Por definição, não há custos fixos no longo prazo. Entretanto, pode haver facilmente custos quase-fixos no longo prazo. Se for preciso gastar uma quantidade fixa de dinheiro antes de produzir qualquer bem, então os custos quase-fixos estarão presentes.

20.6 Custos Irrecuperáveis

Os custos irrecuperáveis constituem outro tipo de custos fixos. Esse conceito pode ser melhor explicado por meio de um exemplo. Suponhamos que decidimos fazer o *leasing* de um escritório pelo período de um ano. O aluguel mensal que nos comprometemos a pagar é um custo fixo, posto que somos obrigados a pagá-lo independentemente da quantidade que venhamos a produzir. Suponhamos agora que decidimos reformar o escritório com pintura e aquisição de móveis. A pintura é um custo fixo, mas é também um **custo irrecuperável**, pois representa um pagamento que, uma vez feito, não pode mais ser recuperado. Já o custo de comprar o mobiliário não é inteiramente irrecuperável porque podemos revendê-lo quando acabarmos de usá-lo. Somente a *diferença* entre o custo da mobília nova e da usada é que se perde.

Para exprimirmos isso de maneira mais detalhada, suponhamos que pegamos um empréstimo de US$20.000,00 no início do ano a juros, digamos, de 10%. Assinamos o contrato de *leasing* do escritório e pagamos US$12.000,00 adiantados. Gastamos US$6.000,00 em móveis e US$2.000,00 na pintura. No fim do ano, pagamos os US$20.000,00 do empréstimo mais US$2.000,00 dos juros e vendemos os móveis usados do escritório por US$5.000,00.

O total de nossos custos irrecuperáveis consiste nos US$12.000,00 do aluguel, nos US$2.000,00 dos juros, nos US$2.000,00 da pintura, mas apenas em US$1.000,00 no tocante aos móveis, uma vez que se pode recuperar US$5.000,00 dos gastos originais com mobiliário.

A diferença entre os custos irrecuperáveis e os recuperáveis pode ser bastante significativa. Um gasto de US$100.000,00 com a compra de cinco caminhões leves parece ser bastante dinheiro, mas se eles puderem ser vendidos mais tarde por US$80.000,00 no mercado de caminhões usados, o verdadeiro custo irrecuperável será de apenas US$ 20.000,00. Já um gasto de US$100.000,00 numa prensa feita sob medida para estampar quinquilharias e que não tenha nenhum valor de revenda é um caso bem diferente: aqui, todo o gasto é irrecuperável.

O melhor modo de manter claros esses assuntos é assegurar o tratamento de todas essas despesas como um fluxo: quanto custa fazer negócios durante um ano? Dessa forma esquece-se menos o valor de revenda dos bens de capital e mantém-se clara a diferença entre custos irrecuperáveis e custos recuperáveis.

Resumo

1. A função custo, $c(w_1, w_2, y)$, mede o custo mínimo de obter um dado nível de produto a determinados preços de fatores.

2. O comportamento de minimização de custos impõe algumas restrições observáveis nas escolhas que as empresas fazem. Em particular, as funções demandas de fatores condicionadas terão inclinação negativa.

3. Há uma relação íntima entre os rendimentos de escala apresentados pela tecnologia e o comportamento da função custo. Os rendimentos *crescentes* de escala implicam custo médio *decrescente*; os rendimentos de escala *decrescentes*, custo médio *crescente*, e os rendimentos *constantes* de escala, custo médio *constante*.

4. Os custos irrecuperáveis são custos que não podem ser recuperados.

Questões de Revisão

1. Prove que uma empresa que maximiza lucros sempre minimizará custos.

2. Se uma empresa produz onde $PM_1/w_1 > PM_2/w_2$, o que ela pode fazer para reduzir custos mas manter o mesmo produto?

3. Suponhamos que uma empresa minimizadora de custos utiliza dois insumos substitutos perfeitos. Se esses insumos tiverem o mesmo preço, que aparência terão as demandas de fatores condicionadas dos insumos?

4. O preço do papel utilizado por uma empresa minimizadora de custos aumenta. A empresa reage a essa mudança de preço com alterações em sua demanda de alguns insumos, mas mantém constante o produto. O que ocorre com o uso que a empresa faz do papel?

5. Se uma empresa utiliza n insumos ($n > 2$), que desigualdade a teoria da minimização de custo revelada implica com respeito às alterações nos preços dos fatores (Δw_i) e nas demandas de fatores (Δx_i) num dado nível de produto?

Apêndice

Estudemos o problema de minimização de custos apresentado no texto com a utilização das técnicas de otimização introduzidas no Capítulo 5. O problema consiste numa minimização com restrição da forma

$$\min_{x_1, x_2} w_1x_1 + w_2x_2$$

$$\text{de modo que } f(x_1, x_2) = y.$$

Lembre-se de que tínhamos várias técnicas para solucionar esse problema. Uma delas era substituir a restrição na função objetivo. Isso pode ainda ser utilizado quando temos uma forma funcional específica para $f(x_1, x_2)$, mas não tem muito emprego no caso geral.

O segundo método era o dos multiplicadores de Lagrange e que funciona bem. Para aplicar esse método, construímos a Lagrangiana

$$L = w_1x_1 + w_2x_2 - \lambda(f(x_1, x_2) - y)$$

e diferenciamos com relação a x_1, x_2 e λ. Isso nos proporciona as condições de primeira ordem:

$$w_1 - \lambda \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 0$$

$$w_2 - \lambda \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = 0$$

$$f(x_1, x_2) - y = 0.$$

A última condição é apenas a restrição. Podemos rearranjar as duas primeiras equações e dividir a primeira equação pela segunda para obter

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\partial f(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial f(x_1, x_2)/\partial x_2}.$$

Observe que essa é a mesma condição de primeira ordem que obtivemos no texto: a taxa técnica de substituição tem de ser igual à razão de preço dos fatores.

Apliquemos esse método à função de produção Cobb-Douglas:

$$f(x_1, x_2) = (x_1^a x_2^b).$$

O problema de minimização de custos será, então,

$$\min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\text{de modo que } x_1^a x_2^b = y.$$

Temos aqui uma forma funcional específica que podemos resolver mediante o emprego tanto do método da substituição quanto do Lagrangiano. O método da substituição envolveria primeiro resolver a restrição para x_2 como uma função de x_1:

$$x_2 = (y x_1^{-a})^{1/b}$$

e então substituir isso na função objetivo para obter o problema de minimização sem restrição:

$$\min_{x_1} w_1 x_1 + w_2 (y x_1^{-a})^{1/b}.$$

Poderíamos agora diferenciar com relação a x_1 e igualar a zero a derivada resultante, como sempre. A equação resultante pode ser resolvida para obter x_1 como uma função de w_1, w_2 e y, e para obter a demanda de fator condicionada de x_1. Isto não é difícil de fazer, mas a álgebra é confusa, de modo que não entraremos em detalhes.

Solucionaremos, contudo, o problema Lagrangiano. As três condições de primeira ordem são

$$w_1 = \lambda a x_1^{a-1} x_2^b$$

$$w_2 = \lambda b x_1^a x_2^{b-1}$$

$$y = x_1^a x_2^b.$$

Multiplique a primeira equação por x_1 e a segunda por x_2 para obter

$$w_1 x_1 = \lambda a x_1^a x_2^b = \lambda a y$$

$$w_2 x_2 = \lambda b x_1^a x_2^b = \lambda b y,$$

de modo que

$$x_1 = \lambda \frac{ay}{w_1} \qquad (20.6)$$

$$x_2 = \lambda \frac{by}{w_2}. \qquad (20.7)$$

Utilizemos agora a terceira equação para resolvermos para λ. Se substituirmos as soluções de x_1 e x_2 na terceira condição de primeira ordem, teremos

$$\left(\frac{\lambda a y}{w_1}\right)^a \left(\frac{\lambda b y}{w_2}\right)^b = y.$$

Podemos resolver essa equação para λ para obtermos a expressão a seguir, de proporções um tanto formidáveis,

$$\lambda = (a^{-a} b^{-b} w_1^a w_2^b y^{1-a-b})^{\frac{1}{a+b}},$$

que, juntamente com as equações (20.6) e (20.7), nos proporciona nossas soluções finais para x_1 e x_2. Essas funções demandas por fatores assumirão a forma

$$x_1(w_1, w_2, y) = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} w_1^{\frac{-b}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$$

$$x_2(w_1, w_2, y) = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{a}{a+b}} w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{-a}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}.$$

A função custo pode ser encontrada ao se registrarem os custos quando a empresa faz suas escolhas minimizadoras de custos. Ou seja,

$$c(w_1, w_2, y) = w_1x_1(w_1, w_2, y) + w_2x_2(w_1, w_2, y).$$

Um pouco de álgebra tediosa mostra que

$$c(w_1, w_2, y) = \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} + \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-a}{a+b}}\right] w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}.$$

(Não se preocupe: essa fórmula não estará na prova final. Ela só é mostrada para demonstrar como obter uma solução explícita para o problema da minimização de custos com a aplicação do método dos multiplicadores de Lagrange.)

Observe que os custos irão crescer mais do que, igual a ou menos do que linearmente com o produto, à medida que $a + b$ for menor, igual a ou maior que 1. Isto faz sentido, já que a tecnologia Cobb-Douglas apresenta rendimentos decrescentes, constantes ou crescentes, dependendo do valor de $a + b$.

CAPÍTULO 21

CURVAS DE CUSTO

No capítulo anterior descrevemos o comportamento de minimização de custos de uma empresa. Neste capítulo prosseguimos nessa investigação com o uso de uma importante construção geométrica, a **curva de custo**. As curvas de custo podem ser utilizadas para mostrar de modo gráfico a função custo de uma empresa e são importantes para estudar como são feitas as escolhas ótimas de produção.

21.1 Custos Médios

Tomemos a função custo descrita no capítulo anterior. É a função $c(w_1, w_2, y)$ que fornece o custo mínimo para obter o nível de produção y quando os preços dos fatores são (w_1, w_2). No restante deste capítulo, consideraremos constantes os preços dos fatores, de maneira que possamos escrever o custo como função apenas de y, $c(y)$.

Alguns dos custos da empresa independem do nível de produção. Conforme vimos no Capítulo 20, trata-se dos custos fixos, ou seja, custos que têm de ser pagos independentemente do nível de produção que a empresa tenha. Por exemplo, a empresa pode ter pagamentos hipotecários a realizar que não dependam do nível de produção.

Outros custos mudam quando a produção varia: são os custos variáveis. O total de custos da empresa pode sempre ser escrito como a soma dos custos variáveis $c_v(y)$ e dos custos fixos, F:

$$c(y) = c_v(y) + F.$$

A **função custo médio** mede o custo por unidade de produção. A **função custo médio variável** mede o custo variável por unidade de produção, e a **função custo médio fixo** mede os custos fixos por unidade de produção. Pela equação anterior:

$$CMe(y) = \frac{c(y)}{y} = \frac{c_v(y)}{y} + \frac{F}{y} = CVMe(y) + CFMe(y)$$

onde $CVMe(y)$ representa custos variáveis médios e $CFMe(y)$ representa custos fixos médios. Como são essas funções? A mais fácil delas é certamente a função custo fixo médio: quando $y = 0$, ela é infinita e, à medida que y aumenta, o custo fixo médio diminui em direção a zero. Isso é mostrado na Figura 21.1.A.

Examinemos a função custo variável. Comecemos no nível de produção zero e imaginemos que se produza uma unidade. Assim, os custos variáveis médios em $y = 1$ correspondem ao custo variável de produzir essa única unidade. Aumentemos agora o nível de produção para duas unidades. Esperaríamos que, no pior dos casos, os custos variáveis dobrassem, de maneira que os custos variáveis médios permanecessem constantes. Se pudermos organizar a escala de produção de um modo mais eficiente de forma que a escala de produção cresça, os custos variáveis médios podem mesmo decrescer de início. Mas acabaríamos por esperar que os custos variáveis médios aumentassem. Por quê? Se os fatores fixos estiverem presentes, eles acabarão por restringir o processo de produção.

Por exemplo, suponha que os custos fixos se devem a pagamentos de aluguel ou hipoteca de um prédio de tamanho fixo. Então, à medida que o produto aumenta, os custos variáveis médios – os custos unitários de produção – podem permanecer constantes por um tempo. Mas, à medida que a capacidade do prédio for preenchida, os custos aumentarão bruscamente, produzindo uma curva de custo médio variável da forma mostrada na Figura 21.1B.

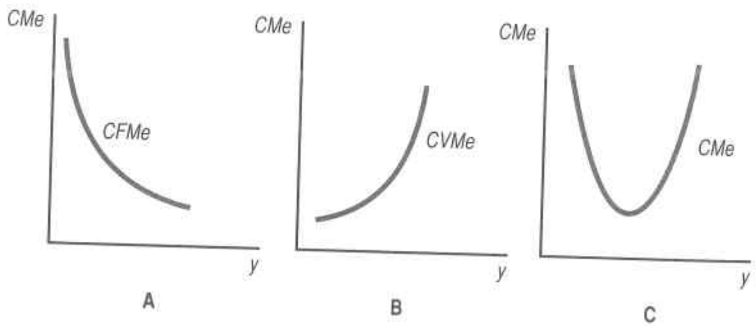

FIGURA 21.1 ***Construção da curva de custo médio.*** *(A) O custo fixo médio diminui quando a produção aumenta. (B) Os custos variáveis médios podem aumentar com o aumento da produção. (C) A combinação desses dois efeitos produz uma curva de custo médio em forma de U.*

A curva de custo médio é a soma dessas duas curvas; assim, ela terá o formato de "U" indicado na Figura 21.1C. O declínio inicial dos custos médios deve-se ao declínio dos custos fixos médios; o eventual aumento dos custos médios resulta do crescimento dos custos variáveis médios. A combinação desses dois efeitos gera a forma em "U" representada no diagrama.

21.2 Custos Marginais

Há mais uma curva de custo de interesse: a **curva de custo marginal**. Ela mede a *variação* dos custos para uma dada variação na produção. Ou seja, em qualquer nível determinado de produção y, podemos perguntar como os custos irão variar se mudarmos a produção numa quantidade Δy:

$$CMa(y) = \frac{\Delta c(y)}{\Delta y} = \frac{c(y + \Delta y) - c(y)}{\Delta y}.$$

Poderíamos também escrever a definição de custos marginais em termos da função custo variável:

$$CMa(y) = \frac{\Delta c_v(y)}{\Delta y} = \frac{c_v(y + \Delta y) - c_v(y)}{\Delta y}.$$

Isso equivale à primeira definição, uma vez que $c(y) = c_v(y) + F$, e os custos fixos, F, não variam quando y varia.

Muitas vezes, imaginamos Δy como sendo uma unidade de produção, de maneira que o custo marginal indique mudança em nossos custos se cogitarmos produzir uma unidade a mais de um bem. Se pensarmos na produção de um bem discreto, o custo marginal de produzir y unidades a mais de um bem será apenas de $c(y) - c(y - 1)$. Embora essa seja com freqüência uma forma conveniente de analisar o custo marginal, algumas vezes ela se mostra enganosa. É bom lembrar que o custo marginal mede a *taxa de variação*: as mudanças nos custos divididas por uma mudança na produção. Se a variação na produção for de uma única unidade, o custo marginal parecerá uma simples mudança nos custos, mas na verdade será uma taxa de variação quando aumentarmos a produção em uma unidade.

Como poderemos representar essa curva de custo marginal no diagrama apresentado acima? Primeiro, observamos o seguinte. Por definição, os custos variáveis são zero quando se produz zero unidade de um bem. Portanto, para a primeira unidade produzida

$$CMa(1) = \frac{c_v(1) + F - c_v(0) - F}{1} = \frac{c_v(1)}{1} = CVMe(1).$$

Assim, o custo marginal da primeira pequena quantidade unitária iguala-se ao custo variável médio de uma única unidade de produção.

Suponhamos agora que estejamos atuando numa faixa de produção em que os custos variáveis *médios* sejam decrescentes. Então, os custos *marginais* têm de ser menores que os custos variáveis médios dessa faixa. Isso porque a forma de se fazer com que uma média caia é acrescentar números inferiores à média.

Imaginemos uma seqüência de números que representem os custos médios em diferentes níveis de produção. Se a média for decrescente, os custos de cada unidade adicional produzida terão de ser menores que a média até aquele ponto. Para fazer com que a média caia, é preciso acrescentar unidades adicionais menores do que ela.

Do mesmo modo, se estivermos numa região em que os custos variáveis médios estejam aumentando, os custos marginais terão de ser maiores que os custos variáveis médios – são os custos marginais maiores que empurram a média para cima.

Sabemos, portanto, que a curva de custo marginal tem de situar-se abaixo da curva de custo variável médio, à esquerda do seu ponto mínimo e acima dele, à direita. Isso implica que a curva de custo marginal tem de cortar a curva de custo variável médio em seu ponto mínimo.

O mesmo tipo de argumento aplica-se à curva de custo médio. Se os custos médios caírem, os custos marginais têm de ser menores do que os custos médios, e se os custos médios subirem, os custos marginais terão de ser maiores do que os custos médios. Essas observações permitem-nos traçar a curva de custo marginal da Figura 21.2.

Para rever os pontos importantes:

- A curva de custo variável médio pode inclinar-se de início para baixo, mas isso não é necessário. Ela, no entanto, poderá crescer, desde que haja fatores fixos restringindo a produção.
- A curva de custo médio começará por cair devido aos custos fixos decrescentes, mas em seguida crescerá em conseqüência do aumento dos custos variáveis médios.
- O custo marginal e o custo variável médio são os mesmos na primeira unidade produzida.
- A curva de custo marginal passa sobre o ponto mínimo tanto da curva de custo variável quanto da curva de custo médio.

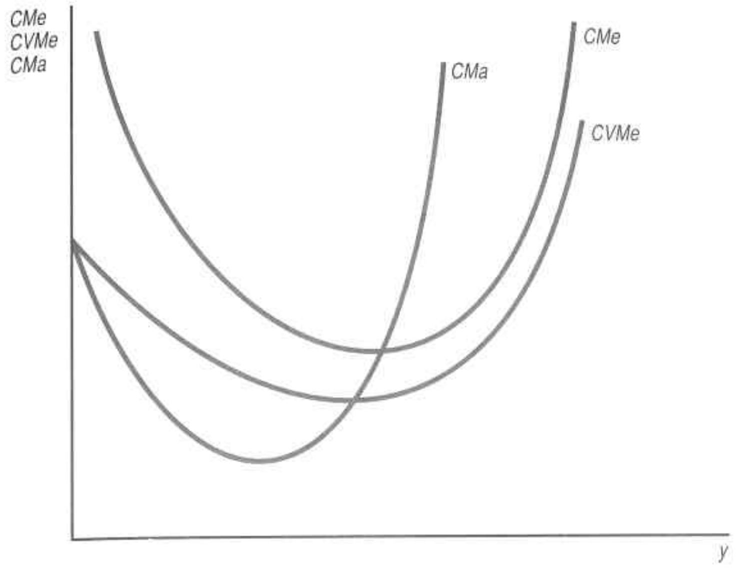

FIGURA 21.2 ***Curvas de custo.*** *A curva de custo médio (CMe), a curva de custo variável médio (CVMe) e a curva de custo marginal (CMa).*

21.3 Custos Marginais e Custos Variáveis

Há também outras relações entre as diversas curvas. Aqui está uma que não é tão óbvia: a área abaixo da curva de custo marginal que se estende até y fornece o custo variável de produzir y unidades de produto. Por que é assim?

A curva de custo marginal mede o custo de produzir cada unidade adicional de um bem. Se somarmos o custo de produzir cada unidade adicional de um bem, obteremos o custo total de produção – com exceção dos custos fixos.

Esse argumento pode ser rigoroso no caso em que um bem seja produzido em quantidades discretas. Primeiro, observemos que

$$c_v(y) = [c_v(y) - c_v(y-1)] + [c_v(y-1) - c_v(y-2] + \\ \dots + [c_v(1) - c_v(0)].$$

Isso é verdadeiro, já que $c_v(0) = 0$ e todos os termos intermediários se cancelam; ou seja, o segundo termo cancela o terceiro termo, o quarto cancela o quinto, e assim por diante. Mas cada termo dessa soma corresponde ao custo marginal num diferente nível de produção:

$$c_v(y) = CMa(y-1) + CMa(y-2) + \dots + CMa(0).$$

Assim, cada termo da soma representa a área de um retângulo com altura $CMa(y)$ e base 1. A soma de todos esses retângulos fornece-nos a área sob a curva de custo marginal representada na Figura 21.3.

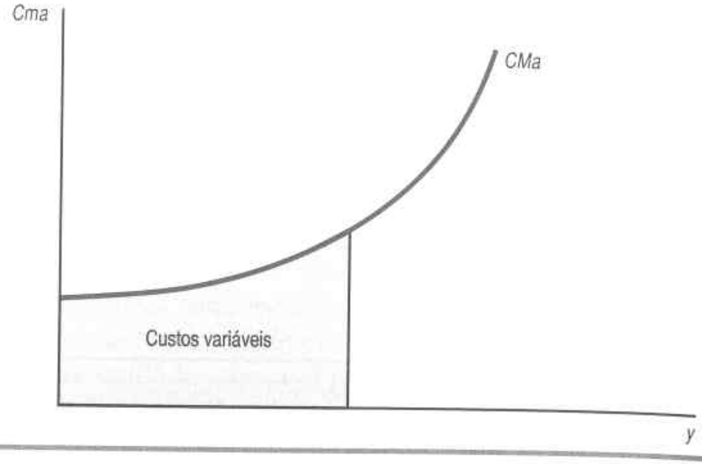

FIGURA 21.3 ***Custos marginais e custos variáveis médios.*** *A área sob a curva de custo marginal fornece os custos variáveis.*

EXEMPLO: Curvas de Custo Específicas

Tomemos a função custo $c(y) = y^2 + 1$. Temos as seguintes curvas de custos derivadas:

- custos variáveis: $c_v(y) = y^2$
- custos fixos: $c_f(y) = 1$
- custos variáveis médios: $CVMe(y) = y^2/y = y$
- custos fixos médios: $CFMe(y) = 1/y$
- custos médios: $CMe(y) = \frac{y^2+1}{y} = y + \frac{1}{y}$
- custos marginais: $CMa(y) = 2y$

Todas essas curvas são óbvias, com exceção da última, que também é óbvia se você souber cálculo. Se a função custo for $c(y) = y^2 + F$, a função custo marginal será dada por $CMa(y) = 2y$. Se você ainda não sabe disso, guarde na memória, porque irá usar nos exercícios.

Que aparência têm essas curvas? A maneira mais fácil de traçá-las é traçar primeiro a curva de custo variável médio, que é uma linha reta com inclinação de 1. Em seguida, também é simples traçar a curva de custo marginal, que é uma linha reta com inclinação de 2.

A curva de custo médio alcança seu mínimo quando o custo médio se iguala ao custo marginal, o que significa que

$$y + \frac{1}{y} = 2y,$$

que pode ser solucionada para dar $y_{mín} = 1$. O custo médio em $y = 1$ é 2, que também é o custo marginal. O quadro final é mostrado na Figura 21.4.

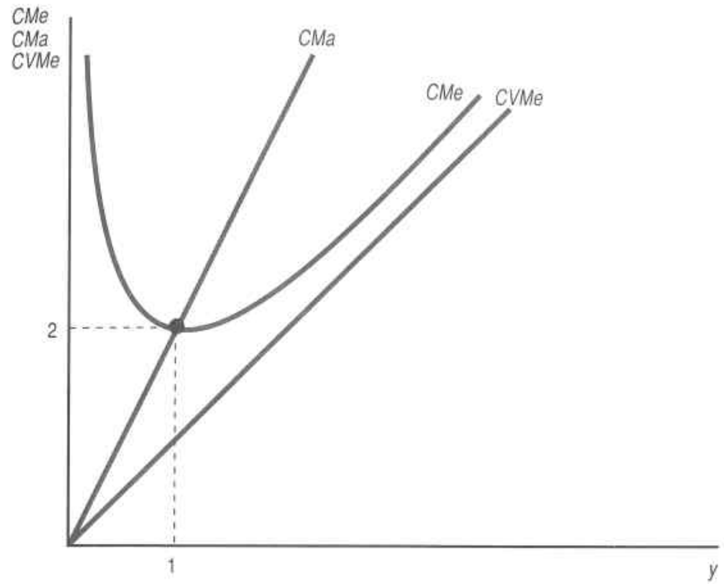

FIGURA 21.4 ***Curvas de custo.*** *As curvas de custo para $c(y) = y^2 + 1$.*

EXEMPLO: Curvas de Custo Marginal de Duas Fábricas

Suponhamos que temos duas fábricas que têm duas funções custo diferentes, $c_1(y_1)$ e $c_2(y_2)$. Queremos produzir y unidades de um bem da maneira mais barata possível. Em geral, desejaremos produzir uma certa quantidade de bens em cada fábrica. A pergunta é: quanto deveríamos produzir em cada fábrica?

Montemos o problema de minimização:

$$\min_{y_1, y_2} c_1(y_1) + c_2(y_2)$$

$$\text{de modo que } y_1 + y_2 = y.$$

Agora, como se resolve isso? Ocorre que na divisão ótima de produção entre as duas fábricas o custo marginal de produção da fábrica 1 tem de ser o mesmo da fábrica 2. Para provar isso, suponhamos que os custos marginais não sejam iguais; então, valeria a pena transferir uma pequena quantidade da produção da fábrica com custo marginal maior para a fábrica com custo marginal menor. Se a divisão de produção for ótima, a transferência de produção de uma unidade para outra não poderá reduzir os custos.

Seja $c(y)$ a função custo que nos proporciona a maneira mais barata de produzir y unidades – isto é, o custo de produzir y unidades de um bem, desde que se haja dividido a produção da melhor forma possível entre as duas fábricas. O custo marginal de se produzir uma unidade extra de produto tem de ser o mesmo, não importa qual a fábrica em que se produz.

Representemos as duas curvas de custo marginal $CMa_1(y_1)$ e $CMa_2(y_2)$ na Figura 21.5. A curva de custo marginal das duas fábricas juntas é apenas a soma horizontal das duas curvas de custo marginal, como mostra a Figura 21.5C.

Para qualquer nível fixo de custos marginais, digamos c, produziremos y_1^* e y_2^*, de modo que $CMa_1(y_1^*) = CMa_2(y_2^*) = c$ e, portanto, teremos $y_1^* + y_2^*$ unidades de produto. Assim, a produção total em qualquer custo marginal c será exatamente a soma das produções em que tanto o custo marginal da fábrica 1 quanto o da fábrica 2 sejam iguais a c: a soma horizontal das curvas de custo marginal.

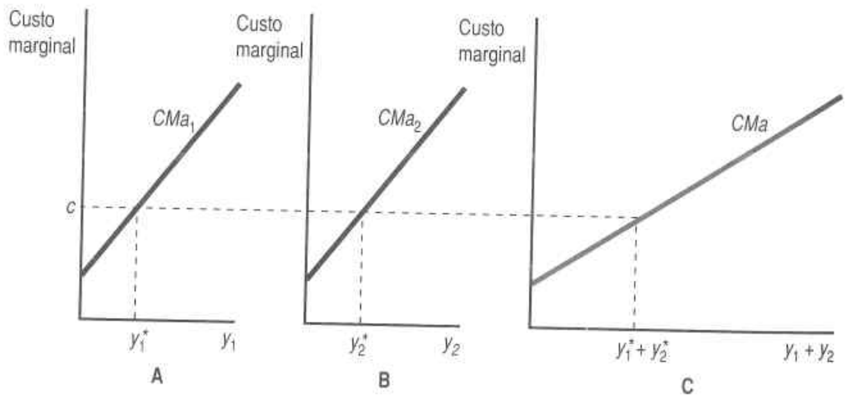

FIGURA 21.5 ***Custos marginais de uma empresa com duas fábricas.*** *A curva de custo marginal total à direita é a soma horizontal das curvas de custo marginal das duas fábricas mostradas à esquerda.*

21.4 Custos de Longo Prazo

Na análise que acabamos de fazer, consideramos os custos fixos das empresas como os custos que envolvem pagamentos a fatores impossíveis de ajustar no curto prazo. No longo prazo, a empresa pode escolher o nível de seus fatores "fixos" – eles não são mais fixos.

É claro que, no longo prazo, pode ainda haver fatores quase-fixos. Isto é, pode ser uma característica da tecnologia que alguns custos tenham de ser pagos para que se obtenha algum nível positivo de produção. Mas no longo prazo não há custos fixos, no sentido de que é sempre possível produzir zero unidade de um bem a custo zero – isto é, sempre é possível encerrar as atividades. Se os fatores quase-fixos estiverem presentes no longo prazo, a curva de custo médio tenderá a ter uma forma de "U", como ocorre no curto prazo. Mas pela própria definição de longo prazo, nele sempre será possível produzir zero unidade a custo zero.

É evidente que o significado de longo prazo dependerá do problema que analisarmos. Se acharmos que o fator fixo seja o tamanho da fábrica, então o longo prazo será o tempo que levaria para a empresa alterar o tamanho da fábrica. Já se acharmos que o fator fixo seja a obrigação da empresa pagar salários, o longo prazo será quanto tempo ela levaria para mudar o tamanho de sua força de trabalho.

Apenas para sermos específicos, imaginemos o fator fixo como sendo o tamanho da fábrica e o representemos por k. A função custo de curto prazo da empresa, dado que ela tem uma fábrica de k metros quadrados, será designada por $c_s(y, k)$, em que o subscrito s significa "curto prazo." (Aqui, k desempenha o papel de $\bar{x}_2$ no Capítulo 20.)

Para qualquer nível dado de produção, haverá um tamanho de fábrica que será o tamanho ótimo para obter aquele nível de produção. Representemos esse tamanho de fábrica por $k(y)$. Essa é a demanda de fatores condicionada da empresa para um tamanho de fábrica em função da produção. (É claro que ela também depende dos preços do tamanho da fábrica e de outros fatores de produção, mas suprimimos esses argumentos.) Então, como vimos no Capítulo 20, a função custo de longo prazo da empresa será dada por $c_s(y, k(y))$. Esse é o custo total para obter um nível de produção y, dado que a empresa possa ajustar de maneira ótima o tamanho da fábrica. A função custo de longo prazo da empresa é apenas a função custo de curto prazo avaliada à luz da escolha ótima de fatores fixos:

$$c(y) = c_s(y, k(y)).$$

Vejamos agora que aspecto gráfico isso apresenta. Escolhamos um nível de produção y^* e façamos com que $k^* = k(y^*)$ seja o tamanho ótimo de uma fábrica para esse nível de produção. A função custo de curto prazo para uma fábrica de tamanho k^* será dada por $c_s(y, k^*)$, enquanto a função custo de longo prazo será dada por $c(y) = c_s(y, k(y))$, como acima.

Observemos agora o importante fato de que o custo de curto prazo para obter a produção y tem de ser pelo menos tão grande quanto o custo de longo prazo para produzir y. Por quê? No curto prazo, a empresa tem um tamanho fixo de fábrica, enquanto no longo prazo ela tem liberdade para ajustar o tamanho de sua fábrica. Como uma das decisões de longo prazo é escolher o tamanho de fábrica k^*, sua escolha ótima para produzir y unidades de produto tem de ter um custo pelo menos tão pequeno quanto $c(y, k^*)$. Isso significa que a empresa tem de conseguir sair-se pelo menos tão bem ajustando o tamanho da fábrica quanto mantendo-o fixo. Assim,

$$c(y) \leq c_s(y, k^*)$$

para todos os níveis de y.

De fato, num determinado nível de y, a saber, y^*, temos que

$$c(y^*) = c_s(y^*, k^*).$$

Por quê? Porque em y^* a escolha *ótima* do tamanho da fábrica é k^*. Assim, em y^* os custos de longo prazo são iguais aos custos de curto prazo.

Se os custos de curto prazo forem sempre maiores que os de longo prazo, e eles forem iguais num determinado nível de produção, isso significará que os custos médios de curto e de longo prazos terão a mesma propriedade: $CMe(y) \leq CMe_s(y, k^*)$ e $CMe(y^*) = CMe_s(y^*, k^*)$. Isso implica que a curva de custo médio de curto prazo situa-se sempre acima da curva de custo médio de longo prazo e que elas se tocam num ponto, y^*. Portanto, a curva de custo médio de longo prazo (CMeLP) e a curva de custo médio de curto prazo (CMeCP) tangenciam-se nesse ponto, como mostra a Figura 21.6.

Podemos fazer o mesmo tipo de construção para níveis de produção diferentes de y^*. Suponhamos que escolhamos os níveis de produção $y_1, y_2, \ldots, y_n$, e os tamanhos de fábrica correspondentes $k_1 = k(y_1), k_2 = k(y_2), \ldots, k_n = k(y_n)$. Teremos, assim, uma ilustração como a da Figura 21.7. Resumimos essa figura dizendo que a curva de custo médio de longo prazo é a **envoltória inferior** das curvas de custo médio de curto prazo.

21.5 Níveis Discretos de Tamanho de Fábrica

Na análise anterior, supusemos de maneira implícita que podemos escolher um número contínuo de diferentes tamanhos de fábrica, onde cada nível de produção está associado a um único tamanho ótimo de fábrica. Podemos, contudo, também examinar o que acontece se só pudermos escolher entre apenas uns poucos níveis diferentes de tamanho de fábrica.

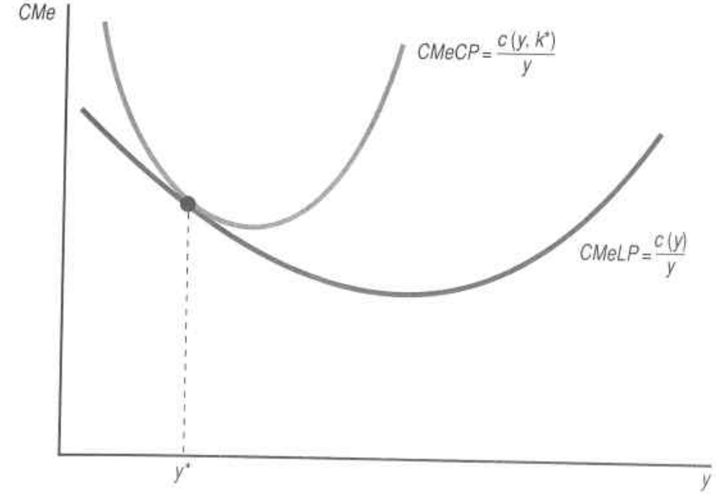

FIGURA 21.6 ***Custos médios de curto e de longo prazos.*** *A curva de custo médio de curto prazo tem de tangenciar a curva de custo médio de longo prazo.*

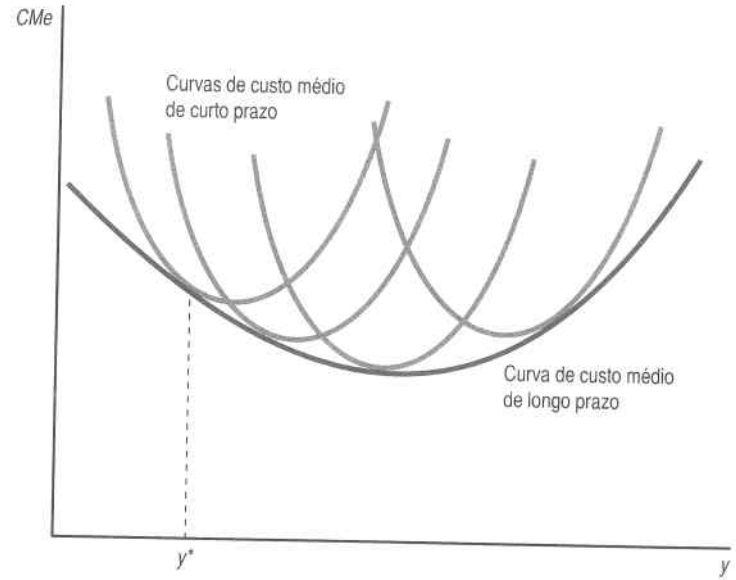

FIGURA 21.7 ***Custos médios de longo e curto prazos.*** *A curva de custo médio de longo prazo é a envoltória inferior das curvas de custo médio de curto prazo.*

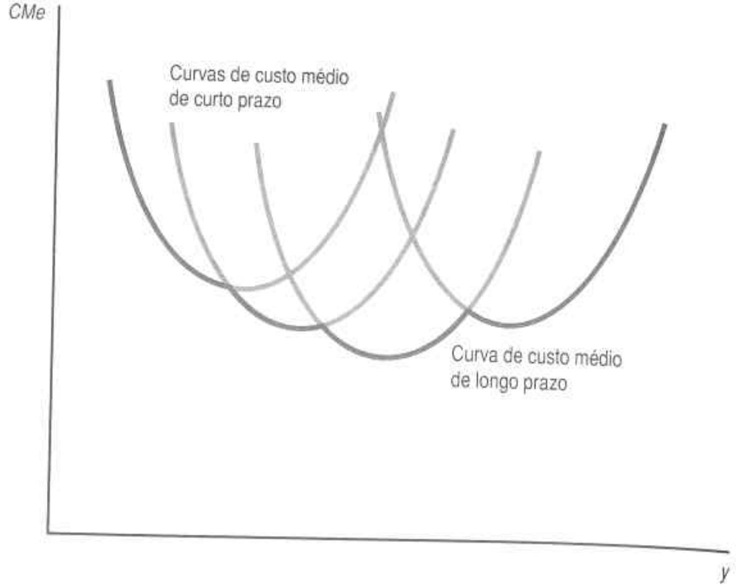

FIGURA 21.8 ***Níveis discretos de tamanho de fábrica.*** *A curva de custo de longo prazo é a envoltória inferior das curvas de curto prazo, como antes.*

Suponhamos, por exemplo, que dispomos de apenas quatro escolhas diferentes, k_1, k_2, k_3 e k_4. Representamos na Figura 21.8 as quatro curvas de custo médio associadas a esses tamanhos de fábrica.

Como podemos construir a curva de custo médio de longo prazo? Bem, lembre-se de que essa curva é obtida pelo ajuste ótimo de k. Nesse caso, não é difícil fazê-lo: como só há quatro tamanhos de fábrica diferentes, apenas vemos qual deles possui os menores custos associados e o escolhemos. Ou seja, para qualquer nível de produção y, basta escolher o nível de tamanho de fábrica que fornece o custo mínimo de obter esse nível de produção.

Assim, a curva de custo médio de longo prazo será a envoltória inferior das curvas de custo médio de curto prazo, conforme representado na Figura 21.8. Observe que essa figura tem qualitativamente as mesmas implicações da Figura 21.7: os custos médios de curto prazo são pelo menos tão grandes quanto os custos médios de longo prazo, e eles são os mesmos ao nível de produção em que a demanda de longo prazo por fator fixo iguala-se à quantidade de fator fixo de que se dispõe.

21.6 Custos Marginais de Longo Prazo

Vimos na última seção que a curva de custo médio de longo prazo é a envoltória inferior das curvas de custo médio de curto prazo. Quais as implicações disso para o custo marginal? Examinemos primeiro o caso em que há níveis discretos de tamanho de fábrica. Nessa situação, a curva de custo marginal de longo prazo consiste nas partes apropriadas das curvas de custo marginal de curto prazo, como mostra a Figura 21.9. Para cada nível de produção, vemos sobre qual curva de custo médio de curto prazo estamos operando e então olhamos para o custo marginal associado a ela.

Isso tem de ser verdadeiro, não importa quantos tamanhos de fábrica diferentes existam, de modo que o traçado do caso contínuo se pareça com a Figura 21.10. O custo marginal de longo prazo em qualquer nível de produção y tem de ser igual ao custo marginal de curto prazo associado ao nível ótimo de tamanho de fábrica para produzir y.

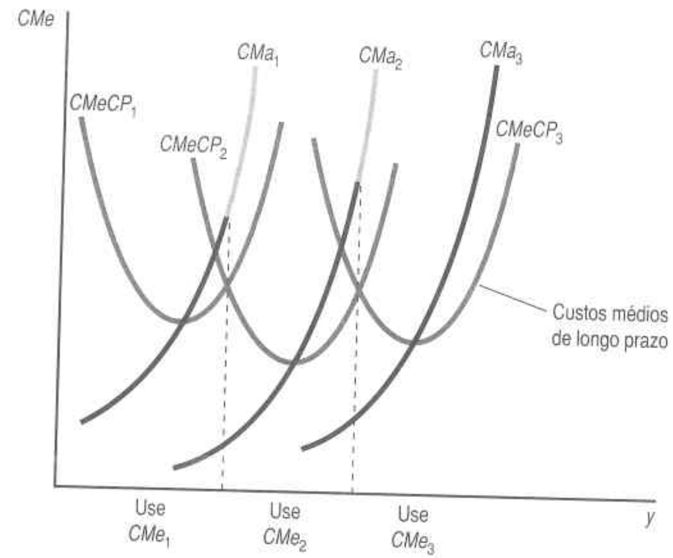

FIGURA 21.9 ***Custos marginais de longo prazo.*** *Quando há níveis discretos do fator fixo, a empresa escolherá a quantidade de fator fixo que minimiza os custos médios. Assim, a curva de custo marginal de longo prazo consistirá em vários segmentos das curvas de custo marginal de curto prazo associadas a cada nível diferente do fator fixo.*

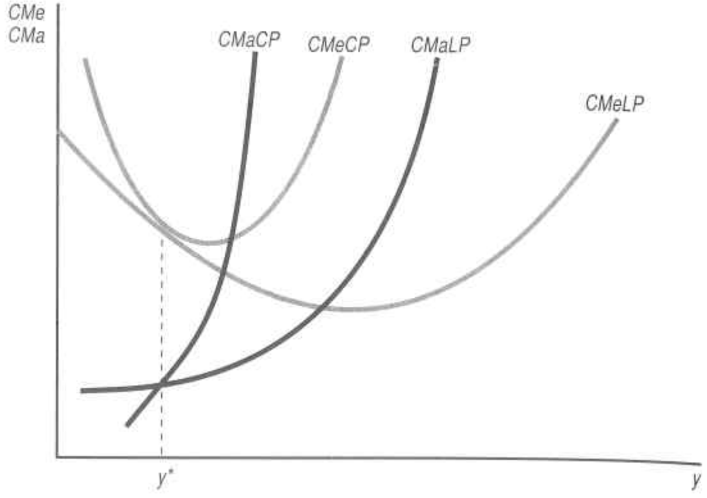

FIGURA 21.10 ***Custos marginais de longo prazo.*** *A relação entre os custos marginais de curto e de longo prazos com níveis contínuos do fator fixo.*

Resumo

1. Os custos médios são compostos pelos custos variáveis médios e pelos custos fixos médios. Estes sempre diminuem com a produção, enquanto os custos variáveis médios tendem a aumentar. O resultado líquido é uma curva de custo médio em forma de "U".

2. A curva de custo marginal localiza-se abaixo da curva de custo médio, quando os custos médios diminuem e, acima, quando crescem. Portanto, os custos marginais têm de ser iguais aos custos médios no ponto de custo médio mínimo.

3. A área abaixo da curva de custo marginal mede os custos variáveis.

4. A curva de custo médio de longo prazo é a envoltória inferior das curvas de custo médio de curto prazo.

Questões de Revisão

1. Quais das seguintes afirmações são verdadeiras? (1) Os custos fixos médios nunca aumentam com a produção; (2) Os custos médios totais são sempre maiores ou iguais aos custos variáveis médios; (3) O custo médio nunca pode aumentar quando os custos marginais diminuem.

2. Uma empresa produz bens idênticos em duas fábricas diferentes. Se o custo marginal for maior na primeira fábrica do que na segunda, como a empresa pode reduzir seus custos e manter o mesmo nível de produção?

3. Falso ou verdadeiro? No longo prazo, uma empresa sempre opera no nível mínimo de custos médios para que a fábrica de tamanho ótimo alcance determinado nível de produção.

Apêndice

Afirmamos no texto que o custo variável médio iguala-se ao custo marginal na primeira unidade produzida. Em termos de cálculo, isso é expresso por

$$\lim_{y\to 0} \frac{c_v(y)}{y} = \lim_{y\to 0} c'(y).$$

O lado esquerdo dessa expressão não está definido em $y = 0$. Mas seu limite é definido, e podemos calculá-lo utilizando a regra de l'Hôpital, que afirma que o limite de uma fração cujo numerador e denominador se aproximam de zero é dado pelo limite das derivadas do numerador e do denominador. Ao aplicarmos essa regra, teremos

$$\lim_{y\to 0} \frac{c_v(y)}{y} = \frac{\lim_{y\to 0} dc_v(y)/dy}{\lim_{y\to 0} dy/dy} = \frac{c'(0)}{1}$$

o que fundamenta a afirmação.

Também dissemos que a área sob a curva de custo marginal fornecia o custo variável. Isso é fácil de demonstrar com a utilização do teorema fundamental de cálculo. Como

$$CMa(y) = \frac{dc_v(y)}{dy},$$

sabemos que a área sob a curva de custo marginal é

$$c_v(y) = \int_0^y \frac{dc_v(x)}{dx}\,dx = c_v(y) - c_v(0) = c_v(y).$$

A discussão sobre as curvas de custo marginal de longo e de curto prazos é bastante clara do ponto de vista geométrico, mas o que ela significa em termos de economia? Acontece que o argumento do cálculo proporciona a melhor intuição. O argumento é simples. O custo marginal de produção representa apenas a mudança no custo como resultado de alterações na produção. No curto prazo, temos de manter o tamanho da fábrica (ou seja lá o que for) fixo, enquanto no longo prazo temos liberdade para ajustá-lo. Portanto, o custo marginal de longo prazo consistirá em duas partes: como os custos marginais mudam ao se manter fixo o tamanho da fábrica e como os custos marginais variam quando o tamanho da fábrica se ajusta. Mas se o tamanho da fábrica for escolhido de maneira ótima, esse último termo tem de ser zero! Assim, os custos marginais de curto e de longo prazos têm de ser iguais.

A prova matemática envolve a regra da cadeia. Ao usarmos a definição do texto

$$c(y) \equiv c_s(y, k(y)).$$

Se diferenciarmos com relação a y, teremos

$$\frac{dc(y)}{dy} = \frac{\partial c_s(y,k)}{\partial y} + \frac{\partial c_s(y,k)}{\partial k}\frac{\partial k(y)}{\partial y}.$$

Se avaliarmos isso a um nível específico de produção y^* e o tamanho ótimo de fábrica a ele associado, $k^* = k(y^*)$, saberemos que

$$\frac{\partial c_s(y^*,k^*)}{\partial k} = 0$$

porque essa é a condição de primeira ordem necessária para que k^* seja o tamanho da fábrica minimizador do custo em y^*. Assim, o segundo termo na expressão se cancela, e tudo que temos é o custo marginal de curto prazo:

$$\frac{dc(y^*)}{dy} = \frac{\partial c_s(y^*,k^*)}{\partial y}.$$

CAPÍTULO 22

A OFERTA DA EMPRESA

Neste capítulo, veremos como derivar a curva de oferta de uma empresa competitiva a partir de sua função custo com o uso do modelo de maximização de lucro. A primeira coisa a fazer é descrever o ambiente de mercado no qual a empresa opera.

22.1 Ambientes de Mercado

Toda empresa se depara com duas decisões importantes: a escolha do volume de produção e do preço de seu produto. Se não existissem restrições para uma empresa que maximiza lucros, ela fixaria um preço arbitrariamente alto e produziria uma quantidade arbitrariamente grande de produto. Mas nenhuma empresa opera num ambiente tão sem restrições. Em geral, as empresas enfrentam dois tipos de restrições nas suas ações.

Primeiro, ela enfrenta as **restrições tecnológicas** resumidas pela função de produção. Só existem algumas combinações factíveis de insumos e de produção, e mesmo a empresa mais ávida por lucros tem de respeitar as realidades do mundo físico. Já discutimos como podemos resumir as restrições tecnológicas e vimos como elas levam às **restrições econômicas** resumidas pela função custo.

Mas agora trazemos uma nova restrição – ou ao menos uma velha restrição vista de uma perspectiva diferente. É a **restrição de mercado**. Uma empresa pode produzir qualquer coisa que seja fisicamente factível e pode fixar qualquer preço que deseje... mas só poderá vender se as pessoas quiserem comprar.

Se ela fixar um certo preço p, venderá um certo total x. Podemos chamar a relação entre o preço que a empresa estabelece e o total que ela vende de **curva de demanda com a qual a empresa se defronta**.